КУРСЪ ФИЗИКИ

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ.

(ДВИЖЕНІЕ и СИЛЫ.—СВОЙСТВА ТѢЛЪ.—ТЕПЛОТА).

П. А. Зилова,

Ординарнаго Профессора Императорскаго Варшавскаго Университета.

ВАРШАВА.

ТИПОГРАФІЯ ВАРШАВСКАГО УЧЕБНАГО ОКРУГА.
Королевская ул. № 13.

1895.

Печатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Варшавскаго Университета.

Ректоръ *П. И. Ковалевскій.*

СОДЕРЖАНІЕ.

ДВИЖЕНІЕ и СИЛЫ.

СВОЙСТВА ТѢЛЪ.

ТЕПЛОТА.

ВАЖНѢЙШІЯ ОПЕЧАТКИ.

стран.	*стр.*	*вмѣсто*	*надо*
5	6 сверху	направленную	направленною
9	7 „	v_1	v_t
11	19 „	AD	AD:
22	8 „	nj / m	$a = nj / m$
„	„ „	ускореніе	ускореніе a
„	9 „	силы	силы $F = ma = nj$
26	5 „	Q	Q'
27	14 снизу	$Q = P / M$	$a = P / M$
99	11 „	O	OO'
118	7 „	энергіи	энергій
206	16 „	водорода	водорода HH'
„	„ „	воздуха	воздуха AA'
207	7 сверху	K	l
241	9 снизу	t^0 до t^0	t^0 до t_1^0
296	8 „	веществa	вещества

Въ фиг. 265 измѣнить направленіе стрѣлокъ на лучахъ между зеркаломъ s' и фокусомъ f'.

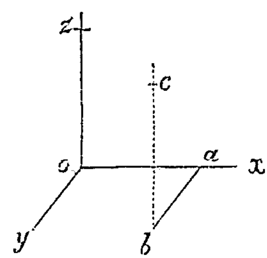
ДВИЖЕНІЕ и СИЛЫ.

ГЛАВА I-ая.

Прямолинейное движеніе.

§ 1. Матерія, занимающая ограниченное пространство, называется *тѣломъ*. Малое тѣло, размѣрами котораго можно пренебречь, называется *матеріальною точкою*.

Положеніе точки въ пространствѣ вполнѣ опредѣляется ея тремя *координатами*, т. е. разстояніями отъ трехъ взаимно перпендикулярныхъ плоскостей; линіи пересѣченія этихъ плоскостей называются *осями координатъ* и обозначаются буквами x, y и z (фиг. 1), а точку o пересѣченія осей называютъ *началомъ координатъ*. Разстояніе данной точки c отъ плоскости xy (т. е. отъ плоскости, въ которой лежатъ оси x и y) опредѣляется отрѣзкомъ перпендикуляра bc, который параллеленъ оси z; этотъ отрѣзокъ bc называется координатою z данной точки c; подобнымъ образомъ разстояніе точки c отъ плоскости xz, т. е. ab есть координата y, а разстояніе отъ плоскости yz, т. е. oa есть координата x. Координаты всегда откладываются отъ соотвѣтствующихъ плоскостей до данной точки. Координаты, проведенныя въ

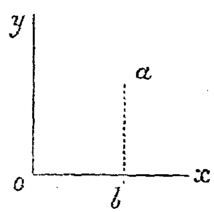


Фиг. 1.

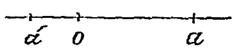
одну сторону, считаются положительными, а проведенныя въ противоположную — отрицательными; такъ напр. если координату x, проведенную вправо, условимся считать положительною, то координату x, проведенную влѣво, надо считать отрицательною.

Если одна изъ координатъ точки равна нулю, напр. $z = 0$, то точка лежитъ въ плоскости xy; если $y = 0$, то точка лежитъ въ плоскости xz и т. д. Если одновременно двѣ координаты равны нулямъ, напр. $z = 0$ и $y = 0$, то точка лежитъ на оси x и т. д.

Положеніе точки на плоскости вполнѣ опредѣляется ея двумя координатами, т. е. разстояніями отъ двухъ лежащихъ въ этой плоскости осей ox и oy (фиг. 2), пересѣкающихся подъ прямымъ угломъ. Горизонтальную координату называемъ обыкновенно *абсциссою*, а вертикальную *ординатою*. Положеніе точки на прямой вполнѣ опредѣляется ея разстояніемъ отъ какой нибудь точки o (фиг. 3), лежащей на этой же прямой и принятой за начало координатъ; координата точки a считается положительною, а координата точки a'—отрицательною.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

§ 2. Для опредѣленія разстояній надо имѣть единицу длины и знать способъ измѣренія длины.

За единицу длины можно, понятно, принять какую угодно длину, напр. аршинъ, футъ или метръ; затѣмъ надо приготовить *образецъ* или *эталонъ* ея, т. е. въ данномъ случаѣ деревянную или металлическую линейку выбранной длины. Измѣрить данное разстояніе значитъ найти, сколько разъ эта линейка укладывается въ данномъ разстояніи; если въ одномъ разстояніи линейка укладывается 5 разъ, а въ другомъ 7, то мы должны сказать, что первое разстояніе равно пяти единицамъ длины, а второе семи.

Изъ существующихъ единицъ длины мы примемъ *метръ*. Длина его опредѣлена слѣдующимъ образомъ: геодезическими измѣреніями найдена длина четверти парижскаго меридіана; одну десятимилліонную часть этой дуги и приняли за единицу длины — метръ; мы условимся обозначать метръ буквою „m“, такъ десять метровъ будемъ обозначать „10^m“. Десятую долю метра наз. *дециметромъ* (dm), сотую —*санти-*

метромъ (cm), тысячную—*миллиметромъ* (mm); тысячу метровъ называютъ *километромъ*. Научныя физическія измѣренія дѣлаются всегда въ сантиметрахъ; но, чтобы не писать слишкомъ крупныхъ чиселъ или слишкомъ мелкихъ дробей, за единицу длины принимаютъ иногда или десятичное подраздѣленіе сантиметра (т. е. сантиметръ, умноженный на 10 въ нѣкоторой отрицательной степени) или кратное отъ него (сантиметръ, умноженный на 10 въ нѣкоторой положительной степени); такъ напр. длину свѣтовой волны, молекулярныя разстоянія и т. п. измѣряютъ въ *микронахъ* (μ), т. е. въ тысячныхъ доляхъ миллиметра (10^{-4} cm).

Мы не будемъ здѣсь излагать различные способы измѣреній длины; это подробно разсматривается въ Практической Физикѣ; но, чтобы дать понятіе о степени совершенства этихъ пріемовъ, скажемъ, что при помощи катетометра разстояніе въ метръ легко измѣряется съ точностью до 1/100 миллиметра, т. е. до 1/1000 процента; очень малыя разстоянія въ микронъ измѣряются оптическимъ способомъ до 1/100 процента.

§ 3. Всякое явленіе продолжается нѣкоторое время. Если промежутокъ времени настолько коротокъ, что его продолжительностью можно пренебречь, то его называютъ *моментомъ* или *мгновеніемъ*. Всякій умѣетъ различать позднѣйшіе моменты отъ болѣе раннихъ. Но насколько одинъ моментъ позже другого — это вопросъ, разрѣшаемый только наблюденіемъ надъ движущимися тѣлами, напр. надъ вращающеюся землею. Время, въ теченіе котораго земля совершаетъ полный оборотъ около своей оси, считается за единицу времени и называется *сутками*; сутки дѣлятся на 24 часа, каждый часъ на 60 минутъ, каждая минута на 60 секундъ. Эти единицы времени мы будемъ означать: часъ—„h“, минуту—„min“ или „m“, секунду—„s“; такъ пять часовъ десять минутъ и четыре секунды будемъ означать: $5^h\ 10^m\ 4^s$. Понятно, что въ теченіе сутокъ земля повертывается на 360^o; если же въ промежутокъ между двумя моментами земля повертывается на $82^o,65$, то одинъ моментъ позже другаго на $82,65 \,.\, 24^h/360 = 5^h,51 = 5^h\,30^m\,30^s$.

На практикѣ время измѣряется при помощи особаго прибора, наз. *часами*, устройство которыхъ будетъ нами объяснено ниже.

§ 4. Мы уже знаемъ, какъ опредѣляется положеніе точки при помощи координатъ. Если эти координаты не измѣняются съ теченіемъ времени, то точка не измѣняетъ занимаемаго положенія, она находится въ покоѣ; если же координаты точки измѣняются съ теченіемъ времени, она движется.

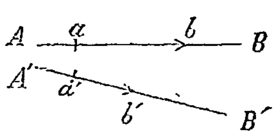
Мы начнемъ съ простѣйшаго случая, когда точка движется по прямой линіи; тогда положеніе точки можетъ быть опредѣлено одною координатою — разстояніемъ отъ начала, взятаго на этой же прямой; понятно, что прямолинейное движеніе точки опредѣляется измѣненіемъ ея координаты съ теченіемъ времени. Движеніе бываетъ равномѣрное и перемѣнное. Когда точка въ равные промежутки времени проходитъ равныя пространства, то мы говоримъ, что она движется *равномѣрно;* если же въ равновеликіе промежутки времени точка проходитъ различныя пространства, то она движется *перемѣнно.*

Въ равномѣрномъ движеніи пространство, проходимое точкою въ одну секунду, называется ея скоростью. Скорость равномѣрно движущейся точки находится раздѣленіемъ пройденнаго пространства на соотвѣтствующее время; такъ если пространство s проходится точкою во время t, то скорость точки

$$v = \frac{s}{t}. \tag{1}$$

За единицу скорости принимаютъ скорость точки, проходящей единицу разстоянія въ единицу времени, т. е. 1^{cm} въ 1^{s}; если точка проходитъ 10^{cm} въ 2^{s}, то скорость ея $= 5$.

Два равномѣрныхъ движенія могутъ различаться во 1-хъ величиною скорости, а во 2-хъ направленіемъ; такъ если точки движутся: одна по AB, другая по $A'B'$, то движенія ихъ имѣютъ различныя направленія. Впрочемъ оба эти признака можемъ соединить въ одинъ: для этого подъ скоростью будемъ разумѣть *разстояніе, проходимое точкою въ одну секунду по опредѣленному направленію,* причемъ за направленіе скорости условимся считать направленіе движенія.



Фиг. 4.

Скорость можно представлять графически отрѣзкомъ прямой, величина котораго изображала бы въ условномъ масштабѣ величину скорости, а направленіе совпадало бы съ направленіемъ скорости. Такъ если одна точка движется по направленію AB съ вдвое бо́льшею скоростью, чѣмъ другая точка движется по направленію $A'B'$ (фиг. 4), то скорость первой точки должна быть представлена отрѣзкомъ ab, а второй—отрѣзкомъ $a'b'$ (равнымъ $ab/2$).

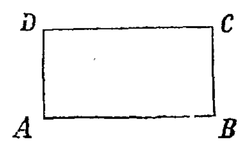
Концы отрѣзка, изображающаго скорость, будемъ различать названіями „начало" и „конецъ"; при чемъ условимся считать скорость направленную отъ начала къ концу соотвѣтствующаго отрѣзка; такъ если скорость направлена слѣва вправо, то a (фиг. 4) есть начало, а b—конецъ нашего отрѣзка.

Зная скорость равномѣрно движущейся точки, можно опредѣлить пространство, которое она проходитъ въ данный промежутокъ времени; дѣйствительно, изъ (1) находимъ такъ наз. формулу движенія нашей точки:

$$s = vt \tag{1'}$$

Изъ этой формулы слѣдуетъ, что *пространство, пройденное въ данное время равномѣрно движущеюся точкою, равно ея скорости, умноженной на это время.*

Послѣдняя формула можетъ быть представлена графически; для этого построимъ прямоугольникъ $ABCD$ (фиг. 5), сторона AB котораго равнялась бы (въ условныхъ единицахъ) скорости v точки, а AD—продолжительности t разсматриваемаго движенія; понятно, что площ. $(ABCD) = AB.AD = v.t = s$. И такъ *пространство, пройденное равномѣрно движущеюся точкою, можетъ быть изображено площадью прямоугольника, основаніе котораго представляетъ продолжительность движенія, а высота—ея скорость.*

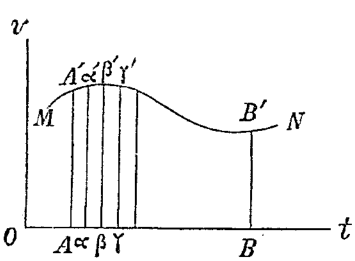


Фиг. 5.

Если каждый сантиметръ основанія соотвѣтствуетъ одной секундѣ, а каждый сантиметръ высоты соотвѣтствуетъ единицѣ скорости, то каждый □ cm прямоугольника соотвѣтствуетъ одному сантиметру пройденнаго пути.

§ 5. Обратимся теперь къ прямолинейному перемѣнному движенію, въ которомъ движущаяся точка въ различные моменты имѣетъ различныя скорости. Движеніе точки будетъ вполнѣ опредѣлено только въ такомъ случаѣ, если будетъ дана ея скорость для каждаго момента времени. Но прежде всего, что разумѣть подъ скоростью въ данномъ случаѣ? Очевидно, что опредѣленіе, данное выше, не годится; скоростью перемѣнно движущейся точки въ данный моментъ называютъ то пространство, которое прошла бы точка въ 1^s, если бы, начиная съ этого момента, она стала двигаться равномѣрно. Впрочемъ эту скорость можно опредѣлить иначе: скорости перемѣнно движущейся точки различны въ два различныхъ момента, но различіе это будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ ближе разсматриваемые моменты; для двухъ безконечно близкихъ моментовъ эта разность вообще безконечно мала, такъ что въ теченіе очень малаго промежутка времени всякое перемѣнное движеніе можно разсматривать какъ равномѣрное. Такимъ образомъ если при перемѣнномъ движеніи точка проходитъ малый путь σ въ малое время τ, то соотвѣтствующую скорость, $v = \sigma/\tau$, можно считать постоянною въ теченіе этого короткаго времени, но въ слѣдующій промежутокъ времени скорость уже иная, v', и т. д.

Перемѣнное движеніе можно представить графически; для этого на горизонтальной оси отмѣтимъ точки $A, \alpha, \beta, \ldots$ (фиг. 6), соотвѣтствующія безконечно близкимъ моментамъ, а на ординатахъ отложимъ соотвѣтствующія скорости; концы этихъ ординатъ будутъ лежать на кривой MN, изображающей собою измѣненіе скорости съ теченіемъ времени; кривая MN называется *линіей скоростей.*



Фиг. 6.

Пространство, пройденное точкою въ первый промежутокъ времени, выразится площадью прямоугольника $AA'\alpha'\alpha$, пройденное во второй—площадью $\alpha\alpha'\beta\beta'$ и т. д. Обозначая чрезъ s_1, s_2, ... пространства, проходимыя точкою въ 1-ый, 2-ой, ... промежутки времени, v_1, v_2, ... соотвѣтствующія скорости (изображенныя ординатами $AA', \alpha\alpha', \ldots$) и τ_1, $\tau_2, \ldots$ продолжительности этихъ промежутковъ времени (изображенныя отрѣзками $A\alpha$, $\alpha\beta, \ldots$), можно написать

$$s_1 = v_1 . \tau_1 = \text{пл.}\ (AA'\alpha\alpha'), \quad s_2 = v_2 . \tau_2 = \text{пл.}\ (\alpha\alpha'\beta'\beta), \ldots$$

Складывая эти уравненія, найдемъ пространство s, пройденное точкою за весь промежутокъ времени, представляемый отрѣзкомъ AB:

$$s = v_1\tau_1 + v_2\tau_2 + \ldots = s_1 + s_2 + \ldots = \text{пл. } (AA'BB').$$

И такъ *пространство, пройденное перемѣнно движущеюся точкою, выражается графически площадью, ограниченною осью времени, линіею скоростей и ординатами, проходящими чрезъ точки оси абсциссъ, изображающія крайніе моменты движенія.*

§ 6. Изъ перемѣнныхъ движеній мы разсмотримъ пока только два простѣйшихъ: *равномѣрно-ускоренное* и *равномѣрно-замедленное.* Въ первомъ изъ этихъ движеній скорость измѣняется правильно, получая опредѣленное приращеніе a въ каждую секунду времени; такимъ образомъ если въ какой нибудь моментъ, который будемъ считать начальнымъ, скорость обозначимъ v_0, то чрезъ секунду она будетъ $v_1 = v_0 + a$, въ концѣ второй секунды она будетъ $v_2 = v_1 + a = v_0 + 2a$, въ концѣ t-ой секунды она будетъ

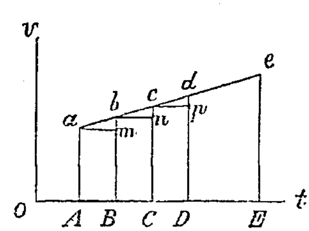
$$v_t = v_0 + at \tag{2}$$

т. е. *скорость равномѣрно-ускореннаго движенія возрастаетъ пропорціонально времени.*

Изъ предыдущаго уравненія видно, что $a = (v_t - v_0)/t$; по условію эта величина постоянна и называется *ускореніемъ* даннаго движенія. Замѣтимъ, что въ равномѣрномъ движеніи скорость не измѣняется, слѣдовательно $v_t = v_0$ и потому $a = 0$, т. е. *въ равномѣрномъ движеніи ускореніе равно нулю.*

Мы будемъ считать ускореніе точки равнымъ единицѣ, если ея скорость въ каждую секунду увеличивается на единицу.

Представимъ графически равномѣрно-ускоренное движеніе; для этого на оси абсциссъ возьмемъ рядъ равноотстоящихъ точекъ A, B, $C, \ldots$, разстоянія между которыми соотвѣтствовали бы одной секундѣ, и изъ этихъ точекъ возстановимъ перпендикуляры, на которыхъ отложимъ отрѣзки Aa, $Bb, \ldots$ отличающіеся другъ отъ друга на одну величину a $(= mb = nc)$ и которые въ условномъ масштабѣ изображали бы соотвѣтствующія скорости нашей точки. Понятно, что концы a, b, $c, \ldots$ нашихъ отрѣзковъ лежатъ на на-



Фиг. 7

клонной поднимающейся вправо прямой, служащей въ данномъ случаѣ линіею скоростей. Замѣтимъ, что нашъ чертежъ кромѣ скорости опредѣляетъ и ускореніе въ каждый моментъ движенія; изъ формулы 2) видно, что

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{cn}{bn} = \operatorname{tg}(cbn);$$

слѣдовательно ускореніе опредѣляется графически тангенсомъ угла наклоненія линіи скоростей къ оси времени.

Найдемъ еще пространство, проходимое точкою въ извѣстный промежутокъ времени. Пусть AE (фиг. 7) изображаетъ продолжительность движенія ($= t$ сек.), ae—линію скоростей; если изъ A и E провести перпендикуляры aA и eE, то площадь трапеціи $AaeE$ представитъ, какъ мы знаемъ (§ 5), искомое пространство. Но эта площадь $s = AE\,(aA + eE)/2$, или, такъ какъ $AE = t$, $aA = v_0$ и $eE = v_0 + at$,

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \tag{3}$$

Если начальной скорости нѣтъ, $v_0 = 0$, то формулы равномѣрно ускореннаго движенія упрощаются:

$$v_t = at, \qquad s = \frac{at^2}{2}. \tag{4}$$

Остановимся на этихъ послѣднихъ формулахъ. Первая изъ нихъ показываетъ, что въ равномѣрно-ускоренномъ движеніи (безъ начальной скорости) скорость пропорціональна времени, протекшему отъ начала времени. Вторая формула показываетъ, что пройденныя пространства пропорціональны квадрату времени; такъ что, называя s_1, s_2, $s_3, \ldots$ пространства, пройденныя въ одну первую секунду, въ двѣ первыхъ секунды и т. д., имѣемъ

$$s_1 : s_2 : s_3 : \ldots = 1 : 4 : 9 : \ldots$$

Изъ той же второй формулы ясно, что пространства, проходимыя въ отдѣльныя секунды (въ первую, во вторую и т. д.), относятся между собою какъ рядъ нечетныхъ чиселъ; такъ если назовемъ эти пространства s', s'', s''', то

$$s' : s'' : s''' : \ldots = 1 : 3 : 5 : \ldots$$

Если во второй изъ нашихъ формулъ положимъ $t = 1$, то

$$a = 2s_1, \tag{5}$$

т. е. *въ равномѣрно-ускоренномъ движеніи безъ начальной скорости ускореніе равняется удвоенному пространству, пройденному въ первую секунду движенія.*

Наконецъ, исключая t изъ формулъ (4), находимъ

$$v_1 = \sqrt{2\,as};$$

эта формула опредѣляетъ скорость нашей точки въ зависимости отъ пройденнаго пути.

§ 7. Равномѣрно-замедленнымъ движеніемъ называется такое, въ которомъ скорость точки измѣняется правильно, уменьшаясь въ каждую секунду на опредѣленную величину; такимъ образомъ если въ какой нибудь моментъ, который будемъ считать начальнымъ, скорость обозначимъ v_0, то чрезъ секунду она будетъ $v_1 = v_0 - a$, въ концѣ второй секунды она будетъ $v_2 = v_1 - a = v_0 - 2a$, въ концѣ t-ой секунды она будетъ

$$v_t = v_0 - at; \tag{7}$$

такимъ образомъ *въ равномѣрно-замедленномъ движеніи скорость убываетъ пропорціонально времени.*

Найденная формула отличается отъ (2) только знакомъ второго члена; слѣдовательно въ равномѣрно-ускоренномъ движеніи ускореніе положительное, а въ равномѣрно-замедленномъ — отрицательное. Примѣняя это послѣднее замѣчаніе къ формулѣ (3), находимъ выраженіе пространства, проходимаго точкою, которая движется равномѣрно-замедленно:

$$s = v_0t - \frac{at^2}{2}. \tag{8}$$

Графически скорость равномѣрно-замедленнаго движенія представляется наклонною прямою, опускающеюся вправо.

Замѣтимъ, что равномѣрно-замедленное движеніе не можетъ происходить безъ начальной скорости, ибо еслибы $v_0 = 0$, то формулы (7) и (8) ничѣмъ кромѣ знака не отличались бы отъ соотвѣтственныхъ формулъ (4) равномѣрно-ускореннаго движенія безъ начальной скорости; точка наша двигалась бы равномѣрно-ускоренно, только въ отрицательномъ направленіи.

При равномѣрно-замедленномъ движеніи скорость v_t сперва направлена такъ-же, какъ и начальная скорость v_0; но съ теченіемъ времени второй членъ формулы (7) возрастаетъ; въ извѣстный моментъ $at = v_0$ и

$$v_t = 0,$$

т. е. наша точка останавливается; это бываетъ въ моментъ

$$t = \frac{v_0}{a}; \tag{9}$$

въ этотъ моментъ пройденный путь

$$s = \frac{v_0^2}{2a}; \tag{10}$$

послѣ мгновенной остановки точка мѣняетъ направленіе движенія ($v_0t - at^2/2$ становится < 0) и движется равномѣрно-ускоренно.

Изъ (7) и (8) нетрудно найти скорость нашей точки въ зависимости отъ пройденнаго пути; ур. (7) возведемъ въ квадратъ:

$$v_t^2 = v_0^2 - 2a\,v_0t + a^2t^2;$$

изъ (8) находимъ

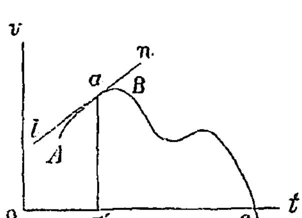
$$a^2t^2 = 2a\,(v_0t - s);$$

подставляя это въ предыдущую формулу, имѣемъ

$$v_t^2 = v_0^2 - 2\,as$$

или

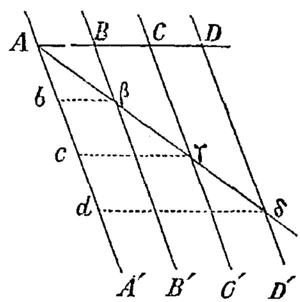
$$v_t = \sqrt{v_0^2 - 2as}. \tag{11}$$



Фиг. 8.

§ 8. Въ самомъ общемъ случаѣ скорость и ускореніе движенія измѣняются съ теченіемъ времени. Пусть ABC (фиг. 8) будетъ линія скоростей; возьмемъ на ней точку a; скорость въ соотвѣтствующій моментъ опредѣляется ординатою aa', а ускореніе наклоненіемъ касательной nl. Если кривая имѣетъ вершину B, то въ соотвѣтствующій моментъ скорость наибольшая, а ускореніе равно нулю; если кривая пересѣкаетъ ось абсциссъ, напр. въ C, то въ соотвѣтствующій моментъ скорость исчезаетъ, а затѣмъ мѣняетъ свой знакъ.

§ 9. Мы уже видѣли, что если точкѣ сообщить извѣстную скорость, то она будетъ двигаться вполнѣ опредѣленнымъ образомъ. Теперь представимъ себѣ, что точкѣ одновременно сообщаются двѣ скорости, различно направленныя; какъ будетъ она двигаться? Для большей опредѣленности вообразимъ себѣ узкую прямую трубку AA' (фиг. 9) и въ ней свободно помѣщающійся шарикъ; пусть въ неподвижной трубкѣ шарикъ движется равномѣрно со скоростью v_1, такъ что, будучи сперва въ A, чрезъ t сек. перемѣщается на $Ab\,(=v_1 t)$, срезъ t_1 сек. — на $Ac\,(=v_1 t_1)\ldots$; если-же шарикъ внутри трубки неподвиженъ, но трубка, оставаясь параллельна самой себѣ, перемѣщается равномѣрно со скоростью v_2, причемъ точка A трубки движется по прямой AD чрезъ t сек. она перемѣщается на $AB\,(=v_2 t)$, чрезъ t_1 сек. — на AC $(=v_2 t_1), \ldots$ Если оба движенія совершаются одновременно, то шарикъ, находясь сперва въ A, чрезъ t сек. опускается въ трубкѣ на Ab, и переносится трубкою на $AB = b\beta$, т. е. находится въ β, чрезъ t_1 сек. шарикъ опускается въ трубкѣ на Ac и переносится ею на $AC = c\gamma$, т. е. находится въ γ. И такъ въ дѣйствительности шарикъ нашъ перемѣщается въ t сек. изъ A въ β, въ t_1 сек. изъ A въ $\gamma, \ldots$ Изъ предыдущаго видно, что $Ab : Ac = t : t_1 = AB : AC$ или $Ab : Ac = b\beta : c\gamma$; такъ какъ кромѣ того углы $Ab\beta$ и $Ac\gamma$ равны, то заключаемъ, что $\triangle Ab\beta \sim \triangle Ac\gamma$; слѣдовательно углы этихъ треугольниковъ при A равны, а потому прямыя $A\beta$ и $A\gamma$ совпадаютъ; иначе говоря, шарикъ нашъ движется прямолинейно; кромѣ того онъ движется и равномѣрно, ибо $A\beta : A\gamma = Ab : Ac = t : t_1$, т. е. пути, проходимые шарикомъ, пропорціональны соотвѣтствующимъ временамъ: $A\beta = vt$, гдѣ v скорость дѣйствительнаго движенія шарика.

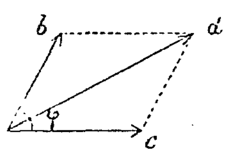


Фиг. 9.

Шарику сообщены были одновременно двѣ скорости: одна по направленію трубки AA', другая—по направленію движенія трубки AD; скорости эти, дѣйствуя отдѣльно, заставили бы шарикъ двигаться по направленіямъ AA' и AD. Въ дѣйствительности же шарикъ движется по прямой $A\delta$. Это послѣднее движеніе замѣняетъ данныя два; данныя движенія, какъ говорятъ, складываются въ одно *составное;* данныя движенія при этомъ называются *слагаемыми* или *составляющими;* скорость составного движенія мы будемъ называть *составною скоростью*, а скорости слагаемыхъ—*слагаемыми скоростями*. По какому закону складываются два движенія? иначе говоря, какъ найти скорость составного движенія по даннымъ скоростямъ составляющихъ движеній? Если въ предыдущихъ форм. положить $t = 1$, то Ab и AB представятъ намъ слагаемыя скорости, а $A\beta$ — составную; но Ab и AB суть стороны, а $A\beta$ діагональ параллелограмма $AB\beta b$; отсюда заключаемъ, что *величина и направленіе составной скорости опредѣляется діагональю параллелограмма, построеннаго на слагаемыхъ скоростяхъ, какъ на сторонахъ.*

Въ этомъ состоитъ такъ называемое правило параллелограмма; оно опредѣляетъ величину и направленіе составной скорости по даннымъ составляющимъ скоростямъ.

И такъ составная скорость находится слѣдующимъ построеніемъ: проводятъ отрѣзки прямыхъ ab и ac (фиг. 10), которые бы представляли по величинѣ и направленію данныя скорости v_1 и v_2, такъ чтобы ихъ начала совпадали; затѣмъ на этихъ отрѣзкахъ, какъ на сторонахъ, строятъ параллелограммъ $abcd$; діагональ ad, идущая между данными скоростями, представляетъ по величинѣ и направленію искомую составную скорость, при чемъ начало ея совпадаетъ съ общимъ началомъ данныхъ скоростей.



Фиг. 10.

Составную скорость можно найти нѣсколько инымъ еще построеніемъ: пусть отрѣзки ab и bd (фиг. 10), представляющіе данныя скорости, проведены послѣдовательно, т. е. такъ, что начало одного (bd) совпадаетъ съ концомъ другого (ac). Понятно, что третья сторона ad треугольника abd, построеннаго на данныхъ скоростяхъ, какъ на сторонахъ, будетъ искомая составная скорость, начало которой совпадаетъ съ началомъ первой слагаемой, а конецъ—съ концомъ второй.

Изъ чертежа видно, что величина составной скорости v зависитъ отъ слагаемыхъ слѣдующимъ образомъ:

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \operatorname{Cos}\varphi, \tag{12}$$

гдѣ φ уголъ между слагаемыми скоростями. Разсмотримъ нѣсколько частныхъ случаевъ.

1) Если $\varphi = 90^\circ$, $\operatorname{Cos}\varphi = 0$ и

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2, \tag{13}$$

т. е. *если слагаемыя скорости взаимно перпендикулярны, то квадратъ составной скорости равенъ суммѣ квадратовъ слагаемыхъ скоростей.*

2) Если $\varphi = 0$, то

$$v = v_1 + v_2, \tag{14}$$

т. е. *если слагаемыя скорости направлены одинаково, то составная скорость равна суммѣ слагаемыхъ скоростей.*

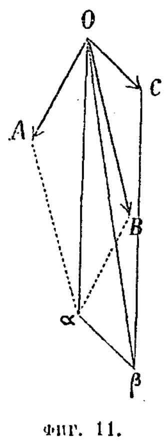
3) Если $\varphi = 180^\circ$, то

$$v = v_1 - v_2, \tag{15}$$

т. е. *если слагаемыя скорости прямо противоположны, то составная скорость равна разности слагаемыхъ и направлена въ сторону большей изъ нихъ.*

4) Если въ послѣднемъ случаѣ $v_1 = v_2$, то $v = 0$, т. е. *двѣ равныя и прямо противоположныя скорости взаимно уничтожаются.*

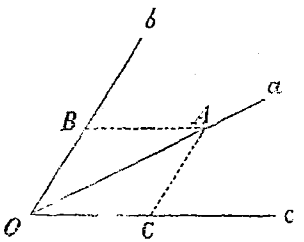
Если требуется найти составную для трехъ и бо́льшаго числа скоростей, то поступаютъ слѣдующимъ образомъ: проводятъ отрѣзки OA, OB, OC,... (фиг. 11), изображающіе данныя скорости, и начала которыхъ совпадаютъ (въ O); затѣмъ находятъ составную для первыхъ двухъ скоростей, которая представится діагональю $O\alpha$ параллелограмма $AOB\alpha$; послѣ чего остаются двѣ скорости OC и $O\alpha$, которыя складываются въ одну $O\beta$, служащую діагональю параллелограмма $\alpha OC\beta$.



Фиг. 11.

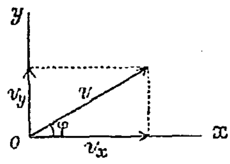
Это построеніе можно сдѣлать нѣсколько иначе: проведемъ послѣдовательно отрѣзки OA, $A\alpha$, $\alpha\beta$,... (фиг. 11), изображающіе данныя скорости; прямая, соединяющая начало перваго отрѣзка съ концомъ послѣдняго, представитъ составную скорость. Такимъ образомъ *послѣдняя сторона многоугольника, построеннаго на данныхъ скоростяхъ, какъ на сторонахъ, представляетъ составную скорость.*

§ 10. Наравнѣ со сложеніемъ скоростей слѣдуетъ разсмотрѣть вопросъ о *разложеніи скорости*, т. е. о замѣнѣ одной скорости двумя другими, которыя бы при сложеніи давали первую. Если требуется данную скорость разложить на двѣ скорости, то нужно на данной прямой, представляющей собою первую, какъ на діагонали, построить параллелограммъ; не параллельныя стороны этого параллелограмма представятъ намъ искомыя скорости, замѣняющія данную. Но на данномъ отрѣзкѣ, какъ на діагонали, можно построить безчисленное множество параллелограммовъ, и потому задача о разложеніи скорости вообще неопредѣленна. Задача получаетъ опредѣленность, когда указаны или направленія обѣихъ составляющихъ скоростей, или направленіе и величина одной изъ нихъ.



Фиг. 12.

Положимъ, что дана величина и направленіе одной изъ составляющихъ скоростей. Данную скорость, представляемую отрѣзкомъ OA (фиг. 12), надо разложить на двѣ, изъ коихъ одна представлялась бы отрѣзкомъ OB; соединивъ точки A и B прямою, проведемъ изъ O прямую параллельную къ AB, а изъ A параллельную къ OB; тогда отрѣзокъ OC опредѣляетъ величину и направленіе искомой второй составляющей.



Фиг. 13.

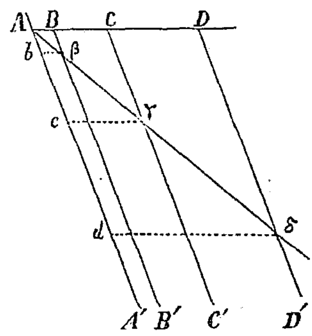
Теперь положимъ, что дана скорость, представляемая отрѣзкомъ OA (фиг. 12), и направленія Ob и Oc (въ одной плоскости съ OA) составляющихъ скоростей. Изъ точки A проведемъ прямыя параллельныя даннымъ направленіямъ; эти прямыя отсѣкаютъ отрѣзки OB и OC, представляющіе искомыя скорости.

Если скорость v требуется разложить на двѣ по взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ — по осямъ координатъ x и y (фиг. 13), съ первою изъ коихъ она составляетъ уголъ φ, то

$$v_x = v \operatorname{Cos} \varphi, \; v_y = v \operatorname{Sin} \varphi. \tag{16}$$

Изъ понятія о сложеніи движеній мы пришли къ понятію о сложеніи скоростей; наоборотъ изъ разложенія скорости мы приходимъ къ понятію о разложеніи движенія: если дано движеніе по Oa (фиг. 12) со скоростью OA, то его можно замѣнить двумя другими движеніями по направленіямъ Ob и Oc съ такими скоростями OB и OC, которыя при сложеніи даютъ первую.

§ 11. Возьмемъ снова трубку съ шарикомъ и положимъ, что шарикъ, равно какъ и трубка движутся равномѣрно-ускоренно. Если трубка AA' (фиг. 14) неподвижна, то шарикъ, движущійся равномѣрно-ускоренно съ ускореніемъ a_1, въ теченіе t сек. перемѣщается на Ab $(= a_1t^2/2)$, въ t_1 сек. на Ac $(= a_1 t_1^2/2), \ldots$ Пусть шарикъ въ трубкѣ неподвиженъ, а сама трубка, оставаясь параллельна самой себѣ, перемѣщается равномѣрно-ускоренно съ ускореніемъ a_2, при чемъ точка A трубки движется по прямой AD: въ t сек. она перемѣщается на AB $(= a_2t^2/2)$, въ t_1 сек. — на AC $(= a_2 t_1^2/2), \ldots$ Если оба движенія совершаются одновременно, то шарикъ нашъ,



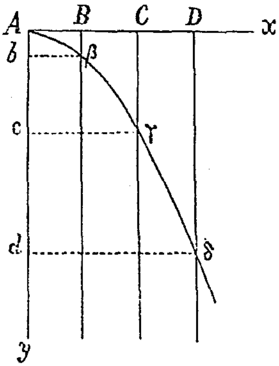
Фиг. 14.

находясь сперва въ A, чрезъ t сек. опускается по трубкѣ на Ab и переносится трубкою на $AB = b\beta$, т. е. находится въ β; чрезъ t_1 сек. шарикъ опускается въ трубкѣ на Ac и переносится ею на $AC = c\gamma$ т. е. находится въ γ. И такъ въ дѣйствительности нашъ шарикъ перемѣщается въ t сек. изъ A въ β, въ t_1 сек. изъ A въ $\gamma, \ldots$ Изъ предыдущаго видно что $Ab : Ac = t^2 : t_1^2 = AB : AC$ или $Ab : Ac = b\beta : c\gamma$; такъ какъ кромѣ того углы $Ab\beta$ и $Ac\gamma$ равны, то заключаемъ, что $\triangle Ab\beta \backsim \triangle Ac\gamma$; слѣдовательно углы этихъ треугольниковъ при A равны, а потому прямыя $A\beta$ и $A\gamma$ совпадаютъ; иначе говоря, нашъ шарикъ движется прямолинейно; кромѣ того онъ движется равномѣрно-ускоренно, ибо $A\beta : A\gamma = Ab : Ac = t^2 : t_1^2$, т. е. пути, проходимые шарикомъ, пропорціональны квадратамъ соотвѣтственныхъ временъ: $A\beta = a t^2/2$, гдѣ a ускореніе дѣйствительнаго движенія шарика. Если положимъ $t = 1$, то Ab и AB представятъ намъ половины ускореній слагаемыхъ движеній, а $A\beta$ — половину ускоренія дѣйствительнаго движенія; но Ab и AB

суть стороны, а $A\beta$ діагональ параллелограмма $AB\beta b$. Отсюда заключаемъ, что *ускоренія складываются по тому же правилу параллелограмма, какъ и скорости.*

Замѣтимъ наконецъ, что ускоренія можно разлагать совершенно такъ-же, какъ и скорости.

§ 12. Складывая два однородныхъ движенія, мы получали прямолинейное движеніе того же рода; такъ при сложеніи двухъ равномѣрныхъ прямолинейныхъ движеній мы получали равномѣрное прямолинейное движеніе; при сложеніи двухъ равномѣрно-ускоренныхъ прямолинейныхъ движеній мы получали равномѣрно-ускоренное прямолинейное движеніе. При сложеніи двухъ прямолинейныхъ разнородныхъ движеній получается въ результатѣ криволинейное движеніе. Разсмотримъ движеніе точки, которой сообщены одновременно два разнородныхъ движенія: равномѣрное по одному направленію и равномѣрно-ускоренное по другому.



Фиг. 15.

Пусть опять шарикъ падаетъ въ трубкѣ AA' (фиг. 15) равномѣрно-ускоренно, перемѣщаясь изъ A въ b въ первую сек., изъ b въ c во 2-ю, изъ c въ d въ 3-ю и т. д. (при чемъ $Ab : bc : cd \ldots = 1:3:5\ldots$), а сама трубка движется равномѣрно, такъ что шарикъ, неподвижный внутри трубки, перемѣщается вмѣстѣ съ нею въ 1-ю сек. изъ A въ B, во 2-ю сек. изъ B въ C, въ 3-ю — изъ C въ D и т. д. (при чемъ $AB = BC = CD = \ldots$). При одновременномъ движеніи трубки вправо и шарика внутри трубки, послѣдній перемѣщается въ 1-ю сек. изъ A въ β, въ 2-ю сек. — изъ β въ γ, и т. д. Назовемъ x перемѣщеніе трубки, y — соотвѣтственное перемѣщеніе шарика внутри трубки; если скорость перемѣщенія трубки обозначимъ v, то

$$x = vt;$$

если чрезъ a назовемъ ускореніе шарика внутри трубки, то его перемѣщеніе за то же время будетъ

$$y = \frac{at^2}{2};$$

возводя 1-ое уравненіе въ квадратъ и раздѣляя на 2-ое, находимъ

$$y = \frac{a}{2v^2} x^2,$$

т. е. разстояніе шарика отъ горизонтальной оси (AD) пропорціонально квадрату его разстоянія отъ вертикальной (Ad); найденное уравненіе опредѣляетъ путь $A\beta\gamma\delta$... движенія шарика; это есть кривая линія, называемая параболою.

§ 13. До сихъ поръ мы говорили только о движеніи точки; между тѣмъ въ дѣйствительности мы имѣемъ всегда дѣло съ тѣлами, т. е. съ совокупностью матеріальныхъ точекъ или частицъ. Ограничимся пока *твердыми неизмѣняемыми тѣлами*, частицы которыхъ соединены между собою неизмѣняемымъ образомъ, вслѣдствіе чего форма и размѣръ такихъ тѣлъ не измѣняется. Такія тѣла могутъ или двигаться поступательно, или вращаться, или наконецъ совершать сложныя движенія, состоящія изъ комбинацій того и другого рода движенія. Поступательнымъ движеніемъ тѣла называется такое, когда всѣ его частицы движутся одинаково, проходя параллельные и равные прямолинейные пути; тогда, понятно, достаточно знать движеніе одной точки тѣла, чтобы имѣть полное представленіе о движеніи всего тѣла; къ этому случаю слѣдовательно примѣняются законы прямолинейнаго движенія точки, которые мы изучили выше.

§ 14. Мы занимались пока исключительно внѣшнею стороною движенія (что составляетъ задачу *кинематики*) и не касались вопроса о причинахъ его; теперь обратимся къ изученію этихъ послѣднихъ.

Но предварительно надо ввести одно новое физическое понятіе, именно понятіе о *массѣ* тѣла, съ которымъ часто будемъ встрѣчаться. *Массою* тѣла называется количество его вещества.

Лавуазье первый обратилъ вниманіе на то, что масса тѣла не можетъ ни увеличиваться, ни уменьшаться. „Ни въ искусственныхъ опытахъ, ни въ процессахъ природы, говоритъ Лавуазье, ничего не создается; въ началѣ и въ концѣ какого нибудь опыта имѣется одно и то же количество матеріи; количество вещества постоянно, происходятъ лишь его видоизмѣненія". [1]).

[1]) Лавуазье принадлежитъ собственно научное обоснованіе этого положенія, но какъ предположеніе оно высказывалось и раньше; такъ у Лукреція встрѣчается мнѣніе „ex nihilo nihil fit."

Тѣло можетъ принимать различныя состоянія, но количество его вещества, не смотря на всѣ испытываемыя имъ физическія или химическія измѣненія, остается постояннымъ. Такъ жидкость можетъ испариться, но масса пара равна массѣ испарившейся жидкости; вода можетъ химически разложиться на кислородъ и водородъ, но сумма массъ водорода и кислорода будетъ равна массѣ разложившейся воды; два тѣла могутъ химически соединиться въ новое тѣло, масса котораго будетъ равна суммѣ массъ соединившихся тѣлъ и т. д.

Это положеніе Лавуазье извѣстно подъ названіемъ закона сохраненія вещества.

За единицу массы принято количество вещества въ одномъ куб. сантиметрѣ дистиллированной воды при 4° Ц.; эта масса называется *граммомъ* (gr.), тысячу граммовъ называютъ *килограммомъ;* десятую, сотую и тысячную части грамма называютъ *дециграммомъ, сантиграммомъ* и *миллиграммомъ* (mgr.). Научныя измѣренія дѣлаются въ граммахъ.

Если вещество распредѣлено въ тѣлѣ равномѣрно, то масса тѣла пропорціональна его объему. Обозначимъ массу вещества въ объемѣ одного куб. сантиметра или *плотность* тѣла чрезъ d; тогда въ объемѣ v куб. cm. тѣла заключается масса

$$m = v\,d, \tag{24}$$

выраженная въ граммахъ.

Отсюда видно, что для нахожденія плотности тѣла надо массу его, выраженную въ граммахъ, раздѣлить на его объемъ, выраженный въ куб. сантиметрахъ. Въ принятой нами системѣ единицъ плотность воды $= 1$; дѣйствительно, если вода занимаетъ объемъ $v = n$ куб. сантиметрамъ, то масса ея $m = n$ gr. (ибо каждый куб. cm. воды имѣетъ массу одного gr.) и потому по 24) плотность воды $d = m/v = n/n = 1$.

Плотность можно опредѣлить еще иначе; пусть какое нибудь тѣло массы m и объема v имѣетъ плотность d, а вода, занимая тотъ же объемъ, обладаетъ массою m'; тогда для даннаго тѣла можно написать: $d = m/v$, а для нашего количества воды $1 = m'/v$; раздѣляя эти уравненія, мы находимъ

$$d = \frac{m}{m'},$$

т. е. *плотность тѣла равна отношенію его массы къ массѣ воды въ объемѣ даннаго тѣла.*

Замѣтимъ еще, что *количествомъ движенія* или *моментомъ движенія* точки (или тѣла) называютъ произведеніе ея массы на скорость; такъ если точка массы m обладаетъ скоростью v, то ея количество движенія mv; если скорость точки измѣняется въ v', то ея количество движенія измѣняется въ mv'.

§ 15. Въ основѣ *динамики* (т. е. ученія о движеніи въ зависимости отъ причинъ его вызывающихъ) лежатъ такъ называемые три закона Ньютона, которые отчасти выражаютъ результаты наблюденій, отчасти опредѣляютъ новыя понятія [1]).

Первый законъ Ньютона или законъ инерціи выражается такъ: *всякое тѣло пребываетъ въ состояніи покоя или равномѣрнаго и прямолинейнаго движенія, пока не будетъ побуждено внѣшними причинами измѣнить это состояніе.*

Этотъ законъ слѣдовательно утверждаетъ, что само тѣло не можетъ измѣнить своего состоянія: если оно было въ покоѣ, то и остается въ покоѣ до тѣхъ поръ, пока внѣшнія причины, такъ называемыя *силы*, не выведутъ его изъ этого состоянія; если же тѣло движется и на него не дѣйствуетъ никакая сила, то оно будетъ двигаться вѣчно, не измѣняя ни направленія своего движенія, ни скорости.

Первая часть этого закона очевидна; намъ никогда не случается наблюдать, чтобы тѣло само собою безъ всякихъ причинъ вышло изъ покоя и начало двигаться. Вторая часть закона менѣе очевидна; если толкнуть шаръ по плоскости, то онъ будетъ двигаться только нѣкоторое время и затѣмъ остановится; это, повидимому, находится въ противорѣчіи со второю половиною предыдущаго закона; но это только кажущееся противорѣчіе, ибо въ упомянутомъ опытѣ не соблюдено существенное условіе, а именно, чтобы на тѣло не дѣйствовала никакая сила: когда же шаръ катится по плоскости, то онъ трется о поверхность и на него дѣйствуетъ сила тренія, задерживающая движеніе; чѣмъ ровнѣе плоскость, тѣмъ треніе меньше, и тѣмъ дольше катится шаръ; такъ

---

[1]) Эти законы „Axiomata, sive Leges Motus" изложены въ знаменитомъ сочиненіи Ньютона „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", напечатанномъ въ Лондонѣ въ 1687 году.

по льду шаръ катится гораздо дольше, чѣмъ по деревянному полу, ибо поверхность льда ровнѣе и представляетъ поэтому меньше препятствія, чѣмъ поверхность дерева; отсюда можно заключить, что еслибы мы вовсе устранили силу тренія, то шаръ, разъ начавши двигаться, двигался бы вѣчно.

Способность тѣла сохранять свое состояніе, въ которомъ оно находится, называется *инерціею* или *косностью*.

Если точка движется съ перемѣнною скоростью, то на нее дѣйствуетъ сила; если же въ извѣстный моментъ эта сила устраняется, то точка продолжаетъ двигаться равномѣрно съ тою скоростью, которою она обладала въ послѣдній моментъ дѣйствія силы. Отсюда такое опредѣленіе скорости перемѣннаго движенія: *скоростью точки въ данный моментъ перемѣннаго движенія называется та постоянная скорость, съ которою она продолжала бы двигаться, если бы устранить въ этотъ моментъ дѣйствующую на нее силу.*

§ 16. Второй законъ Ньютона опредѣляетъ связь между движеніемъ тѣла и силою, на него дѣйствующею.

Прежде всего замѣтимъ, что силы бываютъ двухъ родовъ: *мгновенныя*, дѣйствующія очень короткое время, и *непрерывныя*, дѣйствующія неопредѣленно долгое время; примѣромъ мгновенной силы можетъ служить ударъ или толчокъ, приводящій тѣло въ движеніе; примѣромъ непрерывной силы можетъ служить притяженіе земли, дѣйствующее непрерывно на свободно падающее тѣло.

Второй законъ Ньютона состоитъ въ томъ, что *измѣненіе количества движенія точки, отнесенное къ единицѣ времени, измѣряетъ дѣйствующую на нее силу и происходитъ по той прямой, по которой дѣйствуетъ сила* [1]).

Такимъ образомъ, если въ теченіе малаго времени τ точка измѣняетъ свое количество движенія изъ mv въ mv', то на нее дѣйствуетъ сила

$$F = \frac{m(v' - v)}{\tau}. \tag{25}$$

Если количество движенія измѣняется равномѣрно съ теченіемъ времени,

---

[1]) Ньютономъ этотъ законъ редактированъ нѣсколько иначе.

то силу можно измѣрять приращеніемъ количества движенія, которое оно вызываетъ въ одну секунду.

Предыдущее уравненіе можно написать еще иначе; такъ какъ $(v' - v)/\tau$ есть ускореніе точки, a (§ 6), то

$$F = ma. \tag{25'}$$

Отсюда новое опредѣленіе силы: *сила равняется массѣ точки, умноженной на ея ускореніе;* направленіе силы мы будемъ считать совпадающимъ съ направленіемъ соотвѣтствующаго ускоренія. Въ виду такой тѣсной связи между ускореніемъ и силою мы будемъ считать, что ускореніе точки производится дѣйствующею на нее силою: такъ говорятъ объ ускореніи силы тяжести и т. п.

Изъ послѣдней формулы вытекаютъ такія слѣдствія: 1) если точка не обладаетъ ускореніемъ, $a = 0$, то и сила $F = 0$, т. е. *на точку, движущуюся равномѣрно и прямолинейно, не дѣйствуетъ никакая сила*; 2) если величина или направленіе скорости точки измѣняется съ теченіемъ времени, то на нее дѣйствуетъ нѣкоторая сила; 3) если ускореніе точки постоянно, то и дѣйствующая на нее сила тоже постоянна, и направленіе ея совпадаетъ съ направленіемъ движенія; и такъ *точка, движущаяся равномѣрно-ускоренно по прямой линіи, находится подъ дѣйствіемъ постоянной силы.*

Уравненіе (25′) позволяетъ установить единицу силы; стоитъ только вмѣсто m и a подставить единицы; соотвѣтствующая величина силы будетъ единицею силы; такимъ образомъ *если масса въ одинъ граммъ движется съ ускореніемъ равнымъ единицѣ, то дѣйствующую на нее силу мы будемъ считать за единицу силы;* такую силу называютъ *диною* (Dn).

Что касается мгновенной силы, то ее оцѣниваютъ полнымъ измѣненіемъ количества движенія, которое она вызываетъ въ точкѣ за все время своего дѣйствія; это будетъ конечно мѣрою не самой мгновенной силы, а нѣкоторой другой величины, именно произведенія силы на продолжительность ея дѣйствія или такъ называемаго *импульса мгновенной силы.*

По предыдущему (ур. 25) если сила F въ теченіе времени τ измѣняетъ количество движенія точки изъ mv въ mv', то ея импульсъ будетъ

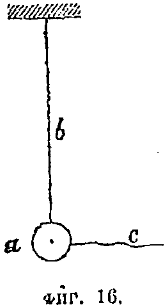
$$(26) \qquad j = m(v' - v) = F\tau.$$

Представимъ себѣ, что точка массы m находится подъ дѣйствіемъ непрерывнаго ряда одинакихъ мгновенныхъ силъ, быстро слѣдующихъ одна за другою чрезъ равные промежутки времени; назовемъ j импульсъ каждой изъ этихъ силъ; пусть онѣ повторяются n разъ въ секунду; понятно, что при такихъ условіяхъ количество движенія точки будетъ въ каждую секунду увеличиваться на nj, и точка будетъ двигаться съ постояннымъ ускореніемъ nj/m. Но постоянное ускореніе точки вызывается, какъ мы уже знаемъ, дѣйствіемъ на нее непрерывной силы. Отсюда заключаемъ, что *непрерывный рядъ толчковъ эквивалентенъ непрерывной силѣ*.

§ 17. Положимъ, что на точку дѣйствуетъ сила F въ теченіе времени τ, тогда по предыдущему

$$m(v' - v) = F\tau = j;$$

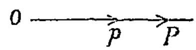
но измѣненіе количества движенія точки или тѣла, будучи пропорціонально приращенію его скорости, можно назвать *движущимъ дѣйствіемъ* данной силы; это дѣйствіе, какъ видно, измѣряется импульсомъ силы. Малая, но продолжительная и потому большого импульса сила можетъ, понятно, произвести иногда бо́льшее движущее дѣйствіе, чѣмъ большая, но кратковременная и потому малаго импульса сила. Такъ силою одного пальца, давящаго на полуотворенную дверь, можно послѣднюю привести въ движеніе; если же въ полуотворенную дверь выстрѣлить изъ ружья, то пуля, ударивъ въ дверь съ большою, но мгновенною силою (импульсъ которой малъ), пробиваетъ дверь, но оставляетъ ее неподвижною. Тоже самое обнаруживаетъ слѣдующій простой опытъ Томсона: массивный шаръ a (фиг. 16) виситъ на нити b; если потянуть его въ сторону за нить c, то онъ отклоняется; если же нить c дернуть очень сильно, то нить обрывается, и шаръ остается неподвижнымъ. Разрывъ нити зависитъ отъ величины силы, ее натягивающей; приведеніе же въ движеніе шара зависитъ отъ импульса дѣйствующей на него силы. Въ первомъ случаѣ мы употребляемъ малую силу, которая лишь слабо натягиваетъ нить; но импульсъ этой силы значителенъ (ибо она дѣйствуетъ продолжительно), и потому ея движущее



Фиг. 16.

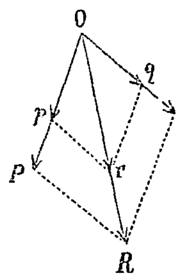
дѣйствіе замѣтно; во второмъ же случаѣ мы употребляемъ большую силу, которая такъ натягиваетъ нить, что она очень скоро разрывается; а импульсъ этой силы очень малъ, ибо она кратковременна, и потому нашъ шаръ не пріобрѣтаетъ замѣтнаго движенія.

§ 18. Силы, подобно скоростямъ и ускореніямъ, можно представлять графически отрѣзками прямыхъ, опредѣляющихъ ихъ по величинѣ и направленію. Если отрѣзокъ Op (фиг. 17) представляетъ ускореніе точки, масса которой m, то отрѣзокъ OP того же направленія, но въ m разъ большій предыдущаго, представитъ намъ силу, которая приложена къ нашей точкѣ.



Фиг. 17.

Пусть на точку O (фиг. 18) дѣйствуютъ двѣ силы OP и OQ, которыя сообщаютъ ей ускоренія Op и Oq, при чемъ $OP/Op = OQ/Oq = m$; эти ускоренія складываются въ одно ускореніе Or; понятно, что этому составному ускоренію соотвѣтствуетъ сила, которую слѣдуетъ представить отрѣзкомъ OR того же направленія, какъ Or, но въ m разъ большимъ; эту силу можно разсматривать какъ замѣняющую собою данныя OP и OQ; она называется ихъ *равнодѣйствующею*.



Фиг. 18.

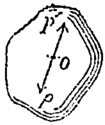
Такъ какъ $OR : Or = OQ : Oq = OP : Op$, то ясно, что OR служитъ діагональю параллелограмма, построеннаго на OP и OQ, какъ на сторонахъ; слѣдовательно силы складываются по знакомому намъ *правилу параллелограмма*.

Съ другой стороны ясно, что силу можно разлагать совершенно такъ, какъ разлагаютъ скорость и ускореніе.

§ 19. Переходя теперь къ разсмотрѣнію дѣйствія силъ на тѣла, замѣтимъ, что онѣ въ этомъ случаѣ должны быть охарактеризованы не только ихъ величиною и направленіемъ, но еще и тою точкою тѣла, на которую дѣйствуютъ, или такъ называемою *точкою* ихъ *приложенія*.

Въ послѣдующемъ изложеніи мы часто будемъ основываться на слѣдующихъ трехъ положеніяхъ:

1) *Къ каждой точкѣ тѣла можно приложить двѣ равныя и прямо противоположныя силы.*

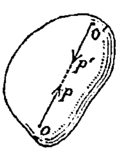


фиг. 19.

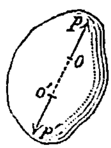
Дѣйствительно, если къ точкѣ o (фиг. 19) тѣла приложить двѣ равныя и противоположныя силы p и p', то онѣ взаимно уничтожаются (равнодѣйствующая ихъ $= 0$), и потому такія двѣ силы не вліяютъ на состояніе нашего тѣла, находится-ли оно въ движеніи или въ покоѣ.

2) *Къ двумъ точкамъ твердаго тѣла можно приложить двѣ равныя и противоположныя силы, направленныя по линіи соединенія ихъ точекъ приложенія.*

Къ точкамъ o и o' (фиг. 20 и 21) твердаго тѣла можно приложить равныя и противоположныя силы p и p', направленныя по линіи oo', ибо единственныя дѣйствія этихъ силъ состоятъ въ томъ, что онѣ сообщаютъ всему тѣлу: одна ускореніе a, а другая такой же величины прямо противоположное ускореніе, $-a$; составное ускореніе равно нулю, такъ что силы p и p' не производятъ никакого вліянія на состояніе тѣла.

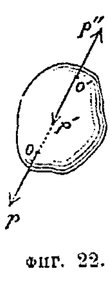


фиг. 20.



фиг. 21.

3) *Точку приложенія силы можно перенести по направленію силы въ другую точку твердаго тѣла.*



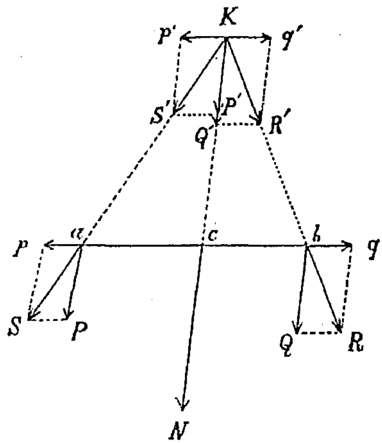
фиг. 22.

Пусть, къ точкѣ o тѣла приложена сила p; къ точкѣ o' (фиг. 22) приложимъ двѣ прямо противоположныя силы p' и p'' равныя каждая данной силѣ p; по первому изъ нашихъ положеній такія двѣ силы можно приложить, не измѣняя состоянія тѣла; а по второму положенію, силы p и p'' взаимно уничтожаются, и у насъ останется одна сила p', равная данной силѣ p, но приложенная къ точкѣ o', которая лежитъ на направленіи данной силы.

§ 20. Доказанныя положенія позволяютъ намъ рѣшить вопросъ о сложеніи паралельныхъ силъ.

Къ точкамъ a и b (фиг. 23) твердаго тѣла приложены двѣ паралельныя силы P и Q; найдемъ величину и направленіе ихъ равнодѣйствующей.

Для этого приложимъ къ точкамъ a и b двѣ равныя и противоположныя силы p и q, направленныя по линіи ab. Къ точкѣ a теперь приложены двѣ силы P и p, которыя складываются по правилу паралелограмма и даютъ равнодѣйствующую S; точно также складываются силы Q и q и даютъ равнодѣйствующую R. Перенесемъ эти силы S и R въ точку k, гдѣ пересѣкаются ихъ направленія (это можно сдѣлать по 3-му положенію пред. § 19). Затѣмъ каждую изъ этихъ силъ S' и R', приложенныхъ къ одной точкѣ k, разложимъ по направленію kc, параллельному даннымъ силамъ P и Q, и по направленію линіи ab; такимъ образомъ получаемъ двѣ силы P' и Q', параллельныя и равныя даннымъ силамъ, и еще равныя и противоположныя силы p' и q'; послѣднія двѣ силы взаимно уничтожаются, а первыя двѣ складываются въ одну, равную ихъ суммѣ $N = P' + Q' = P + Q$.



Фиг. 23.

Точку приложенія равнодѣйствующей перенесемъ въ точку c на прямую ab и опредѣлимъ ея положеніе. Изъ подобія треугольниковъ ckb и $Q'kR'$ имѣемъ

$$\overline{kQ'} : kc = \overline{Q'R'} : cb;$$

а изъ подобія треугольниковъ cka и $P'kS'$ находимъ

$$\overline{kP'} : kc = \overline{S'\,P'} : ac;$$

раздѣляя эти уравненія и замѣчая, что $\overline{Q'R'} = \overline{S'\,P'}$, имѣемъ

$$\frac{\overline{kQ'}}{\overline{kP'}} = \frac{ac}{cb};$$

но $\overline{kQ'}$ и $\overline{kP'}$ представляютъ наши силы Q и P, слѣдовательно

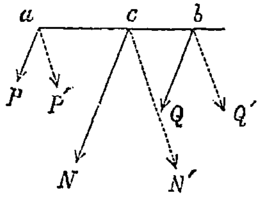
$$Q : P = ac : cb$$

или

$$Q\,.\,bc = P.\,ac. \tag{27}$$

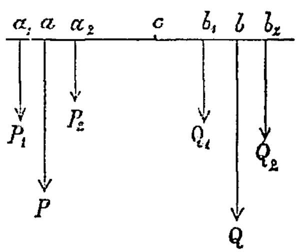
И такъ *разстоянія точки приложенія равнодѣйствующей силы до точекъ приложенія слагаемыхъ силъ обратно пропорціональны величинамъ этихъ силъ.*

Замѣтимъ, что всѣ наши разсужденія не зависѣли отъ направленія данныхъ параллельныхъ силъ. Поэтому, если параллельныя силы P и Q (фиг. 24) складываются въ одну силу N, приложенную къ точкѣ c, то равныя имъ, но другого направленія параллельныя силы P' и Q', приложенныя къ тѣмъ же точкамъ a и b, складываются въ одну силу $N' = N$, приложенную къ той же точкѣ c; эта точка c называется *центромъ параллельныхъ силъ*.



Фиг. 24.

Правило сложенія параллельныхъ силъ можно формулировать нѣсколько иначе. Условимся называть *моментомъ силы* относительно данной точки произведеніе силы на ея разстояніе отъ этой точки. Уравненіе (27) показываетъ, что моментъ правой силы, взятый относительно точки приложенія равнодѣйствующей, равенъ моменту лѣвой силы, относительно той же точки.



Фиг. 25.

Это правило можно обобщить на какое угодно число параллельныхъ силъ; пусть силы $P_1, P_2, \ldots Q_1, Q_2, \ldots$ (фиг. 25) приложены къ точкамъ $a_1, a_2, \ldots b_1, b_2, \ldots$ одной прямой; силы P_1 и P_2 складываются въ одну равнодѣйствующую P, а силы Q_1 и Q_2 складываются въ Q; точки ихъ приложенія, a и b, опредѣляются условіями

$$P_1 \,.\, aa_1 = P_2 \,.\, aa_2 \text{ и } Q_1 \,.\, bb_1 = Q_2 \,.\, bb_2$$

или, обозначая разстоянія $aa_1, \ldots$ чрезъ x_1, x_2, y_1 и y_2,

$$P_1 x_1 = P_2 x_2,\; Q_1 y_1 = Q_2 y_2. \tag{28}$$

Пусть въ c приложена равнодѣйствующая силъ P и Q, тогда

$$P \,.\, a\,c = Q \,.\, b\,c;$$

но $P = P_1 + P_2$, $Q = Q_1 + Q_2$, $ac = l_1 - x_1 = l_2 + x_2$ и $cb = r_1 + y_1 = r_2 - y_2$, гдѣ $l_1 = ca_1$, $l_2 = ca_2$, $r_1 = cb_1$ и $r_2 = cb_2$; поэтому предыдущее уравненіе можно написать еще такъ

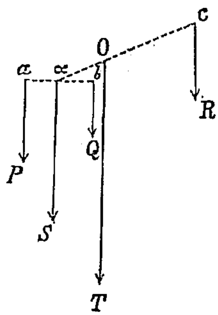
$$P_1(l_1 - x_1) + P_2(l_2 + x_2) = Q_1(r_1 + y_1) + Q_2(r_2 - y_2)$$

или, сокращая на основанiи (28),

$$P_1 l_1 + P_2 l_2 = Q_1 r_1 + Q_2 r_2$$

т. е. *сумма моментовъ лѣвыхъ силъ, взятыхъ относительно точки приложенiя равнодѣйствующей, равна суммѣ моментовъ правыхъ силъ, взятыхъ относительно той же точки.*

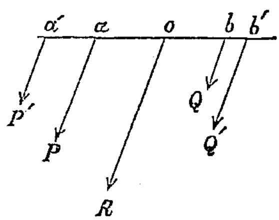
§ 21. Выведенное правило примѣняется и къ сложенiю параллельныхъ силъ, $P, Q, R, \ldots$ (фиг. 26), приложенныхъ къ какимъ нибудь точкамъ $a, b, c \ldots$ тѣла. Для первыхъ двухъ силъ P и Q равнодѣйствующая будетъ S, которая находится по предыдущему; затѣмъ складываютъ параллельныя силы S и R, что даетъ равнодѣйствующую T, которая будетъ въ то же время равнодѣйствующею данныхъ трехъ силъ; она равна суммѣ составляющихъ, $T = P + Q + R$; и т. д. Точка приложенiя O этой равнодѣйствующей опять не зависитъ отъ направленiя параллельныхъ силъ, а только отъ величины этихъ силъ и точекъ ихъ приложенiя.



Фиг. 26.

Если къ различнымъ точкамъ твердаго тѣла приложены параллельныя силы, то оно движется прямолинейно; всѣ силы $P_1, P_2, \ldots$ складываются въ одну $P = P_1 + P_2 \ldots$, приложенную въ центрѣ параллельныхъ силъ; тѣло при этомъ получаетъ ускоренiе $Q = P/M$, гдѣ M — масса тѣла. Слѣдовательно все происходитъ такъ, какъ еслибы *всѣ параллельныя силы были перенесены въ одну точку и въ этой точкѣ сосредоточивалась вся масса тѣла.* Ускоренiе прямолинейно-движущагося тѣла равно суммѣ всѣхъ дѣйствующихъ на него параллельныхъ силъ, раздѣленной на массу тѣла.

§ 22. Всякую силу можно разложить на двѣ или нѣсколько ей параллельныхъ, лишь бы равнодѣйствующая послѣднихъ равнялась данной. Такъ силу R (фиг. 27), приложенную къ точкѣ o, можно замѣнить или двумя силами P и Q, приложенными къ a и b, или силами P' и Q', приложенными къ a' и b', лишь бы соблюдались условiя;



Фиг. 27.

$$R = P + Q = P' + Q' = \ldots$$

$$P \, . \, a\,o = Q \, . \, bo; \; P' \, a'o = Q' \, . \, b'o.$$

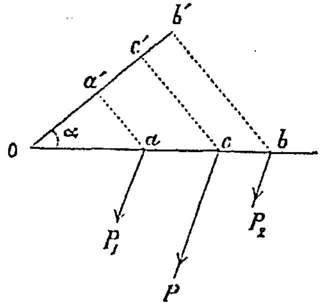
Задача вообще неопредѣленная; она становится опредѣленною, если дать точки приложенія обѣихъ составляющихъ или точку приложенія и величину одной изъ нихъ.

Пусть силу $P = 10$ Dn. требуется разложить на двѣ, приложенныя въ разстояніяхъ 5 и 3 cm. отъ точки приложенія данной; тогда $P_1 + P_2 = 10$ и $P_1/P_2 = 5/3$, откуда $P_1 = 50/8$ и $P_2 = 30/8$ Dn.

Положимъ еще, что силу $P = 10$ Dn. требуется разложить на двѣ, изъ коихъ $P_1 = 2$ Dn. приложена въ разстояніи $l = 6$ cm., тогда $P_2 = 8$ Dn. и $r = l\,P_1/P_2 = 2\,.\,6/8 = 1{,}5$ cm.

§ 23. Выведемъ теперь формулы, опредѣляющія положеніе центра параллельныхъ силъ.

Представимъ себѣ сперва, что къ двумъ точкамъ тѣла a и b (фиг. 28) приложены силы P_1 и P_2; онѣ, какъ намъ извѣстно, складываются въ одну равнодѣйствующую $P = P_1 + P_2$, приложенную къ точкѣ c, которая находится въ такихъ разстояніяхъ отъ a и b, что



Фиг. 28.

$$P_1 \, . \, a\,c = P_2 \, . \, b\,c.$$

Возьмемъ на продолженіи прямой ab точку o и, замѣтивъ, что $ac = oc - oa$ и $bc = ob - oc$, напишемъ предыдущую формулу такъ:

$$P_1\,(oc - oa) = P_2\,(ob - oc)$$

или

$$P_1 \, . \, oa + P_2 \, . \, ob = (P_1 + P_2)\,oc = P \, . \, oc.$$

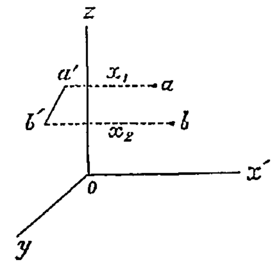
Проведемъ еще чрезъ точку o прямую подъ какимъ нибудь угломъ α къ предыдущей и разстоянія aa', bb' и cc' нашихъ точекъ отъ этой прямой обозначимъ x_1, x_2 и X; изъ чертежа видно, что

$$oa = \frac{aa'}{\operatorname{Sin}\alpha} = \frac{x_1}{\operatorname{Sin}\alpha}, \; ob = \frac{bb'}{\operatorname{Sin}\alpha} = \frac{x_2}{\operatorname{Sin}\alpha}, \; oc = \frac{cc'}{\operatorname{Sin}\alpha} = \frac{X}{\operatorname{Sin}\alpha};$$

подставляя эти значенія въ предыдущее уравненіе, имѣемъ

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 = (P_1 + P_2) X.$$

Представимъ себѣ теперь тѣло, къ точкамъ $a, b, c, \ldots$ котораго приложены параллельныя силы $P_1, P_2, P_3, \ldots$ (фиг. 29); возьмемъ оси координатъ и отмѣтимъ $a', b', c', \ldots$ проэкціи точекъ $a, b, c, \ldots$ на плоскость yz; разстоянія $aa', bb', cc', \ldots$ назовемъ $x_1, x_2, x_3, \ldots$; тогда, по предыдущему, для силъ P_1 и P_2, приложенныхъ къ a и b и складывающихся въ одну P', можемъ написать



Фиг. 29.

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 = P' x',$$

гдѣ $P' = P_1 + P_2$, и x' — разстояніе точки приложенія этой равнодѣйствующей отъ плоскости yz; точно также для силъ P' и P_3 можно написать

$$P' x' + P_3 x_3 = (P' + P_3) x'',$$

или по предыдущему

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 = (P_1 + P_2 + P_3) x'',$$

гдѣ x'' — разстояніе точки приложенія равнодѣйствующей первыхъ трехъ силъ $(P_1 + P_2 + P_3)$ отъ плоскости yz; и вообще

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \ldots = (P_1 + P_2 + P_3 + \ldots) \xi,$$

гдѣ ξ — разстояніе точки приложенія равнодѣйствующей всѣхъ параллельныхъ силъ отъ плоскости yz. Подобныя же разсужденія можно повторить, разсматривая разстоянія точекъ тѣла отъ плоскости xz и отъ плоскости xy; въ первомъ случаѣ получимъ формулу

$$P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \ldots = (P_1 + P_2 + P_3 + \ldots) \eta,$$

а во второмъ

$$P_1 z_1 + P_2 z_2 + P_3 z_3 + \ldots = (P_1 + P_2 + P_3 + \ldots) \zeta;$$

здѣсь η есть разстояніе точки приложенія равнодѣйствующей отъ плоскости xz, а ζ — отъ плоскости xy. Изъ этихъ формулъ опредѣляемъ разстоянія ξ, η и ζ или координаты центра параллельныхъ силъ:

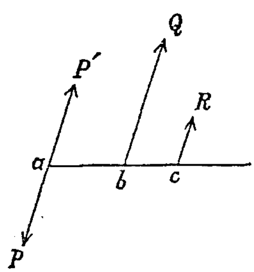
$$\xi = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \ldots}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots}$$

$$(29) \qquad \eta = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \ldots}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots}$$

$$\zeta = \frac{P_1 z_1 + P_2 z_2 + P_3 z_3 + \ldots}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots}$$

Эти формулы даютъ возможность вычислить координаты центра параллельныхъ силъ по координатамъ отдѣльныхъ точекъ тѣла и силамъ, приложеннымъ къ нимъ.

§ 24. Мы складывали параллельныя силы одного направленія; обратимся теперь къ сложенію параллельныхъ силъ, направленныхъ въ различныя стороны. Положимъ, что даны параллельныя силы P и Q (фиг. 30), приложенныя къ точкамъ a и b и направленныя: первая внизъ, вторая вверхъ. Чтобы найти равнодѣйствующую этихъ двухъ силъ, проведемъ прямую ab и разложимъ (§ 22) силу Q (бóльшую изъ данныхъ) на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна P' была бы приложена къ точкѣ a и равнялась бы данной силѣ P (но была бы ей противоположна); задача вполнѣ опредѣленная, допускающая одно лишь рѣшеніе; такимъ образомъ вмѣсто двухъ данныхъ силъ, мы имѣемъ теперь три P, P' и R, изъ которыхъ первыя двѣ взаимно уничтожаются, и у насъ остается лишь одна сила R равная разности данныхъ, параллельная имъ и направленная въ сторону большей изъ нихъ. Остается опредѣлить положеніе точки приложенія c этой равнодѣйствующей; обратимъ вниманіе на то, что Q можно разсматривать какъ равнодѣйствующую параллельныхъ силъ P' и R, направленныхъ въ одну сторону, и потому



Фиг. 30.

$$P' . ab = R . cb$$

или, такъ какъ $R = Q - P'$ и $P = P'$,

$$P \,.\, ab = (Q - P)\, cb,$$

откуда

$$P \,.\, ac = Q \,.\, bc. \tag{30}$$

Итакъ *равнодѣйствующая двухъ параллельныхъ силъ, направленныхъ въ разныя стороны, равна ихъ разности и направлена въ сторону большей изъ нихъ; точка приложенія этой равнодѣйствующей находится въ такихъ разстояніяхъ отъ точекъ приложенія данныхъ силъ, которыя обратно пропорціональны величинамъ этихъ послѣднихъ.*

§ 25. Отмѣтимъ одинъ частный случай, когда параллельныя силы, направленныя въ разныя стороны, равны, $Q = P$; тогда равнодѣйствующая ихъ $= 0$, и точка приложенія этой равнодѣйствующей не можетъ быть указана; разстояніе ея отъ b опредѣляется изъ формулы (30): $bc = ab \,.\, P/(Q - P) = \infty$; слѣдовательно наши двѣ силы не могутъ быть замѣнены одною и производятъ особое дѣйствіе, отличное отъ дѣйствія одной силы, именно вращаютъ тѣло; такія двѣ силы называются *парою силъ.*

§ 26. Третій законъ Ньютона состоитъ въ томъ, что при взаимодѣйствіяхъ *всякое дѣйствіе сопровождается равнымъ и противоположнымъ противодѣйствіемъ, или дѣйствія двухъ тѣлъ одного на другое всегда равны и противоположны.* Этотъ законъ не доказывается; онъ принимается какъ принципъ; цѣлый рядъ явленій остался бы совершенно непонятнымъ, если бы мы не приняли этого закона. Пока приведемъ нѣсколько явленій, которыя говорятъ въ пользу этого закона. Если мы давимъ рукою на неподвижный предметъ, то этотъ послѣдній давитъ на руку съ такою же силою. При столкновеніи двухъ тѣлъ, одно наноситъ ударъ другому, а это послѣднее наноситъ такой же ударъ первому. Магнитъ притягиваетъ къ себѣ желѣзо, но и желѣзо притягиваетъ къ себѣ магнитъ съ такою же силою. Земля притягиваетъ къ себѣ тяжелое тѣло и заставляетъ его падать, но и тяжелое тѣло притягиваетъ къ себѣ землю; при этомъ земля и тяжелое тѣло взаимодѣйствуютъ съ равными силами; если тяжелому тѣлу массы m притяженіе земли сообщаетъ ускореніе a, то землѣ, массу которой назовемъ m', притяженіе тяжелаго тѣла сообщаетъ ускореніе a'; силу, съ которою земля притягиваетъ къ себѣ тяжелое тѣло, можно представить какъ ma, а силу, съ которою тяжелое тѣло притягиваетъ къ себѣ землю, можно выразить какъ $m'a'$; по указанному закону $m\,a = m'\,a'$, откуда $a' = m\,a\,/\,m'$; такъ какъ дробь $m\,/\,m'$ очень мала (ибо масса земли очень велика сравнительно съ массою какого нибудь земного тѣла), то и ускореніе a', сообщаемое разсматриваемымъ тѣломъ землѣ, незамѣтно мало.

ГЛАВА II-ая.

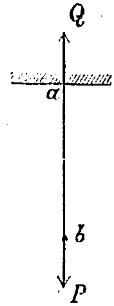
Сила тяжести и паденіе.

§ 1. До сихъ поръ мы говорили о движеніи и силахъ совершенно абстрактно; теперь же обратимся къ одному изъ дѣйствительныхъ движеній, а именно къ паденію и къ вызывающей его силѣ — силѣ тяжести.

Извѣстно, что всякое матеріальное тѣло, предоставленное самому себѣ, начинаетъ двигаться внизъ или, какъ говорятъ, падать. Это объясняется тѣмъ, что земля притягиваетъ къ себѣ всѣ физическія тѣла съ силою, которая называется *силою тяжести*; поэтому и тѣла, на которыя дѣйствуетъ сила тяжести, называются *тяжелыми тѣлами*; всѣ матеріальныя тѣла тяжелыя.

Прежде всего опредѣлимъ направленіе силы тяжести. Это можно сдѣлать при помощи такъ называемаго *отвѣса*, т. е. гибкой и нерастяжимой нити, верхній конецъ которой укрѣпленъ неподвижно, а къ нижнему привязанъ грузъ, на который дѣйствуетъ сила тяжести; нить вытягивается подъ дѣйствіемъ этой силы и, придя въ покой, принимаетъ ея направленіе; дѣйствительно, такъ какъ отвѣсъ остается неподвижнымъ, то дѣйствіе силы тяжести, приложенной къ его нижнему концу, уничтожается какою-то другою силою, равною ей и прямо противоположною; въ качествѣ этой второй силы здѣсь является (по третьему закону Ньютона) противодѣйствіе того неподвижнаго тѣла (потолка или перекладины), къ которому прикрѣпленъ верхній конецъ отвѣса; но двѣ силы, приложенныя къ разнымъ точкамъ неизмѣняемаго тѣла, взаимно уничтожаются лишь тогда, когда направлены по линіи соединенія точекъ ихъ приложенія (I, § 19.).

Въ данномъ случаѣ прямолинейная нить ab (фиг. 31) отвѣса соединяетъ точки приложенія силы тяжести P и силы противодѣйствія Q; слѣдовательно эта нить должна быть направлена также, какъ и эти силы; такимъ образомъ направленіе отвѣса опредѣляетъ собою направленіе силы тяжести. Направленіе нити неподвижнаго отвѣса называется вертикальнымъ, оно нормально къ свободной поверхности жидкости или къ горизонтальной плоскости; слѣдовательно и *сила тяжести направлена вертикально* или нормально къ свободной поверхности жидкости. Но свободная поверхность жидкости въ покоѣ представляетъ собою часть поверхности нѣкотораго шара, центръ котораго совпадаетъ съ центромъ земли; поэтому всѣ отвѣсы направлены по земнымъ радіусамъ и *сила тяжести всюду направлена къ центру земли*. Отвѣсы въ различныхъ точкахъ земного шара наклонены другъ къ другу подъ извѣстными углами; такъ отвѣсъ на полюсѣ перпендикуляренъ къ отвѣсу на экваторѣ; два отвѣса, находящіеся на земной поверхности въ разстояніи одного метра другъ отъ друга, при продолженіи образуютъ уголъ въ $0'',03$; это столь малый уголъ, что его нельзя измѣрить самыми точными инструментами, и направленія такихъ двухъ отвѣсовъ можно безъ большой погрѣшности считать параллельными; потому и направленія силы тяжести въ различныхъ точкахъ небольшого пространства можно считать параллельными.



Фиг. 31.

Тяжелое тѣло, какъ мы говорили, будучи предоставлено самому себѣ, падаетъ; оно падаетъ, какихъ бы малыхъ размѣровъ ни было; при раздробленіи тѣла, части его, какъ бы ни были мелки, падаютъ; отсюда дѣлаемъ заключеніе, что сила тяжести дѣйствуетъ на каждую частицу матеріальнаго тѣла; если тѣло не велико сравнительно съ землею, то всѣ эти силы параллельны между собою и складываются въ одну равнодѣйствующую, называемую *вѣсомъ* даннаго тѣла. Эта равнодѣйствующая приложена бываетъ въ центрѣ нашихъ параллельныхъ силъ, который называется въ данномъ случаѣ *центромъ тяжести* тѣла.

Очень часто мы можемъ отвлечься отъ протяженія тѣла и разсматривать одну лишь точку приложенія вѣса, т. е. центръ тяжести тѣла; въ такомъ случаѣ мы замѣняемъ въ нашемъ представленіи данное тѣло одною точкою, въ которой сосредоточиваемъ всю массу тѣла и къ которой прикладываемъ силу равную вѣсу этого тѣла.

§ 2. Вѣсъ тѣла можно выразить двояко. Вѣсъ, какъ и всякую непрерывную силу, можно представить произведеніемъ массы тѣла на ускореніе силы тяжести (I, § 16); слѣдовательно, если чрезъ a назовемъ ускореніе силы тяжести, то p — вѣсъ тѣла, масса котораго m, можно представить такъ:

$$p = ma. \tag{1}$$

Можно вѣсъ представить и иначе, введя понятіе о *напряженіи силы тяжести*; сила, съ которою земля притягиваетъ къ себѣ единицу массы, т. е. граммъ, называется напряженіемъ силы тяжести и обозначается g; на тѣло въ m граммъ массы дѣйствуетъ сила тяжести

$$p = mg. \tag{2}$$

Сравнивая эти уравненія, находимъ

$$g = a,$$

т. е. *напряженіе силы тяжести равно ускоренію этой силы.*

Изъ уравненія (2) видно, что вѣсъ тѣла пропорціоналенъ его массѣ; если бы g было постоянно, то по массѣ тѣла можно было бы судить объ его вѣсѣ и наоборотъ. Но опытъ (Гл. VI) показываетъ, что g измѣняется съ географическою широтою ($g = 978$ на экваторѣ и 983 на полюсѣ) и съ поднятіемъ надъ землею; такимъ образомъ одно и то же тѣло имѣетъ разный вѣсъ въ разныхъ мѣстахъ земной поверхности и въ разныхъ разстояніяхъ отъ нея; но въ одномъ мѣстѣ земной поверхности g постоянно съ теченіемъ времени; поэтому если мы опредѣлимъ, что вѣса двухъ тѣлъ въ одномъ мѣстѣ находятся въ извѣстномъ отношеніи, то и массы ихъ находятся въ томъ же отношеніи.

Въ виду сказаннаго ясно, что граммами можно измѣрять лишь массу тѣла; вѣсъ же его, какъ всякую другую силу, надо измѣрять въ динахъ. Чтобы получить вѣсъ тѣла въ динахъ, надо его массу, выраженную въ граммахъ, умножить на напряженіе силы тяжести; такимъ образомъ тѣло массою въ одинъ граммъ вѣситъ 978 динъ на экваторѣ и 983 дины на полюсѣ.

§ 3. Центръ тяжести тѣла опредѣляется совершенно также, какъ и центръ параллельныхъ силъ. Пусть частицы тяжелаго тѣла имѣютъ массы $m_1, m_2, \ldots$; силы тяжести, дѣйствующія на нихъ, будутъ $P_1 = m_1 g$, $P_2 = m_2 g, \ldots$; подставляя эти значенія въ формулы 29 (Гл. I, § 23), и замѣчая, что $m_1 + m_2 + \ldots = M$ есть масса тѣла, находимъ

$$\xi = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{M}, \quad \eta = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{M}, \quad \zeta = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots}{M}.$$

Для опредѣленія центра тяжести по этимъ формуламъ, надо знать распредѣленіе частицъ тѣла, форму и размѣръ его; задача эта не изъ легкихъ и относится больше къ анализу, чѣмъ къ физикѣ. Отыщемъ положеніе центра тяжести въ нѣкоторыхъ простѣйшихъ случаяхъ.

1) Тѣло состоитъ изъ невѣсомаго прута съ двумя тяжелыми точками на концахъ. Примемъ направленіе прута за ось x и назовемъ координаты его концовъ x_1 и x_2; тогда (такъ какъ координаты y и z равны нулямъ) предыдущія формулы обращаются въ

$$\xi = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0;$$

слѣдовательно центръ тяжести лежитъ на прямой, соединяющей наши тяжелыя точки. Если массы обѣихъ точекъ одинаковы, $m_1 = m_2$, то

$$\xi = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0,$$

т. е. центръ тяжести лежитъ по серединѣ прута. Если же массы точекъ различны, то разстоянія центра тяжести отъ концовъ прута обратно пропорціональны массамъ этихъ точекъ.

2) Отыщемъ центръ тяжести очень тонкаго прямого прута, который можно разсматривать какъ прямолинейный рядъ частицъ одинаковыхъ массъ. Пусть опять прутъ совпадаетъ съ осью x и середина его лежитъ въ началѣ координатъ, o. Такъ какъ для всѣхъ точекъ прута $y = 0$ и $z = 0$, то

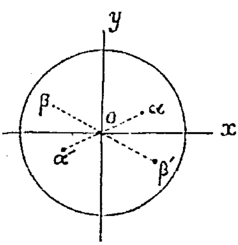
$$\xi = \frac{m(x_1 + x_2 + \ldots)}{M}, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0;$$

для каждой точки, лежащей вправо отъ o на разстояніи x, можно найти другую, лежащую влѣво отъ o въ такомъ же разстояніи, $-x$; сумма координатъ каждой пары точекъ, симметрично расположенныхъ относительно o, равна нулю; поэтому весь числитель предыдущей дроби равенъ нулю и $\xi = 0$. Слѣдовательно центръ тяжести однороднаго прута находится въ его серединѣ.

3) Отыщемъ центръ тяжести диска. Для упрощенія вычисленій положимъ, что дискъ лежитъ въ плоскости xy и центръ его находится въ началѣ координатъ; тогда, полагая опять, что массы точекъ одинаковы,

$$\xi = \frac{m\,(x_1 + x_2 + \ldots)}{M}, \quad \eta = \frac{m\,(y_1 + y_2 + \ldots)}{M}, \quad \zeta = 0.$$

Нетрудно доказать, что $x_1 + x_2 + \ldots = 0$ и $y_1 + y_2 + \ldots = 0$; дѣйствительно: каждой точкѣ диска можно найти соотвѣтственную точку съ координатами равными по величинѣ и противоположными по знаку; такъ для точки α (фиг. 32) съ координатами x и y можно найти на прямой $o\alpha$ точку α' съ координатами $-x$, $-y$; для точки β съ координатами $-x'$, y' найдемъ точку β' съ координатами x', $-y'$; послѣ этого ясно, что числители нашихъ дробей будутъ состоять изъ суммъ, члены которыхъ попарно сокращаются, и потому



Фиг. 32.

$$\xi = 0, \; \eta = 0, \; \zeta = 0,$$

т. е. центръ тяжести диска лежитъ въ его геометрическомъ центрѣ.

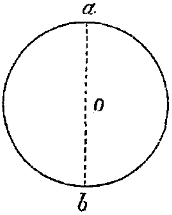
Подобнымъ же образомъ нетрудно доказать, что во всѣхъ симметричныхъ фигурахъ (въ параллелограммѣ, эллипсѣ и т. п.) центръ тяжести лежитъ въ ихъ геометрическомъ центрѣ.

4) Разсмотримъ еще сферу. Принявъ центръ ея за начало координатъ, мы, разсуждая по предыдущему, нашли бы что $x_1 + x_2 + \ldots = 0$, $y_1 + y_2 + \ldots = 0$ и $z_1 + z_2 + \ldots = 0$, послѣ чего

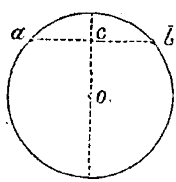
$$\xi = 0, \; \eta = 0, \; \zeta = 0,$$

т. е. центръ тяжести сферы совпадаетъ съ ея геометрическимъ центромъ. И вообще во всѣхъ однородныхъ симметричныхъ тѣлахъ (въ параллелипипедѣ, эллипсоидѣ и т. п.) центръ тяжести лежитъ въ ихъ геометрическомъ центрѣ.

5) Въ послѣдствіи намъ придется разсматривать дискъ, къ которому присоединены двѣ тяжелыя точки, помѣщенныя на окружности Если эти тяжелыя точки, a и b (фиг. 33), находятся на концахъ діаметра, то центръ тяжести всей системы будетъ, понятно, въ геометрическомъ центрѣ диска (ибо тамъ находится какъ центръ тяжести самого диска, такъ и центръ тяжести обѣихъ тяжелыхъ точекъ, взятыхъ вмѣстѣ). Если же точки a и b находятся по одну сторону отъ центра o (фиг. 34), то мы можемъ разсуждать такъ: центръ тяжести диска находится въ o; центръ тяжести тяжелыхъ точекъ a и b лежитъ въ c — по срединѣ прямой, ихъ соединяющей; слѣдовательно все дѣло приводится къ отысканію центра тяжести двухъ тяжелыхъ точекъ o и c; по предыдущему онъ будетъ гдѣ нибудь на прямой oc, и тѣмъ далѣе отъ o, чѣмъ тяжеле точки a и b.



Фиг. 33.



Фиг. 34.

§ 4. Обратимся теперь къ изученію паденія.

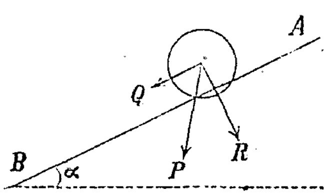
Аристотель училъ, что данное пространство проходится тѣмъ скорѣе, падающимъ тѣломъ чѣмъ оно тяжеле. Для опроверженія этого положенія Галилей сдѣлалъ прямые опыты: съ наклонной башни въ Пизѣ онъ бросалъ одновременно стофунтовую бомбу и полуфунтовую пулю; при паденіи съ высоты 200 футъ послѣдняя отставала отъ первой не болѣе какъ на „ширину половины ладони".

Ученіе Аристотеля основывалось на ежедневномъ наблюденіи: легкія тѣла падаютъ медленнѣе массивныхъ; но это обусловливается сопротивленіемъ воздуха, встрѣчаемымъ падающимъ тѣломъ, которое, дѣйствуя какъ сила, направленная противоположно движенію, задерживаетъ паденіе тѣла; это сопротивленіе тѣмъ больше, чѣмъ больше поверхность тѣла. Но если устранить какимъ-нибудь образомъ это сопротивленіе, то тѣла различныхъ массъ будутъ падать одинаково; такъ напр. если взять два диска равныхъ радіусовъ, одинъ металлическій, другой бумажный, и пустить ихъ падать плашмя, то металлическій дискъ опередитъ бумажный; но если бумажный дискъ положить на металлическій и затѣмъ заставить ихъ падать, то они будутъ падать вмѣстѣ съ одинаковыми скоростями, ибо бумажный дискъ не будетъ испытывать сопротивленія воздуха, разсѣкаемаго переднимъ металлическимъ. То же самое можно обнаружить еще иначе (опытъ Ньютона): помѣстимъ въ стеклянную трубку два тѣла различной массы — кусокъ желѣза и перышко—и затѣмъ выкачаемъ изъ нея воздухъ; внутри такой трубки, въ безвоздушномъ пространствѣ, и желѣзо, и перышко падаютъ одинаково скоро; но если въ трубку впустить воздухъ, то замѣтимъ, что легкое перышко запаздываетъ сравнительно съ массивнымъ кускомъ желѣза.

§ 5. Если сила тяжести обусловливаетъ во всѣхъ тѣлахъ одинакія ускоренія и если она дѣйствуетъ непрерывно, то тяжелыя тѣла должны падать по законамъ равномѣрно-ускореннаго движенія. Какъ провѣрить на опытѣ это заключеніе?

Тяжелыя тѣла падаютъ слишкомъ быстро, и это затрудняетъ опытное изученіе паденія. Въ виду этого еще Галилей производилъ такъ называемое несвободное паденіе, т. е. искуственно задерживаемое, для чего пользовался наклонною плоскостью.

Положимъ, что на наклонной плоскости AB (фиг. 35) движется шаръ, вѣсъ котораго обозначимъ чрезъ P; разложимъ силу P на двѣ составляющія: на R, перпендикулярную къ наклонной плоскости AB и на Q—параллельную этой плоскости; сила R прижимаетъ шаръ къ плоскости AB и по 3-му закону Ньютона вызываетъ со стороны послѣдней равное противодѣйствіе; эти дѣйствіе и противодѣйствіе взаимно

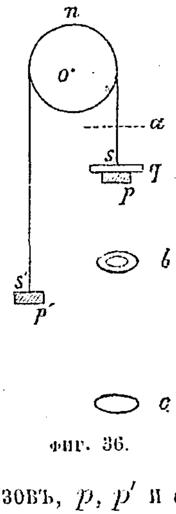


Фиг. 35.

уничтожаются; такимъ образомъ остается одна сила Q, которая и приводитъ тѣло въ движеніе; изъ чертежа видно, что $Q = P \operatorname{Sin} \alpha$; если вѣсъ P обусловливаетъ въ нашемъ тѣлѣ ускореніе g, то сила Q обусловливаетъ въ немъ ускореніе $g \operatorname{Sin} \alpha$, т. е. тѣмъ меньшее, чѣмъ подъ меньшимъ угломъ α наклонена плоскость AB къ горизонту; слѣдовательно, наклоняя все меньше плоскость AB, мы можемъ какъ угодно замедлить паденіе, не измѣняя его характера.

Вотъ какъ описываетъ Галилей свой знаменитый въ исторіи опытъ съ наклонною плоскостью:

„На доскѣ въ 12 эллей длины, 1/2 элля ширины и 3 дюйма толщины, былъ сдѣланъ жолобокъ въ одинъ дюймъ шириною. Жолобокъ былъ вытянутъ совершенно прямо; для большей ровности онъ былъ изнутри выклеенъ чистымъ и гладкимъ пергаментомъ; по этому жолобу пускали двигаться очень твердый, совершенно круглый и гладко отполированный шаръ изъ бронзы. Одинъ конецъ доски приподнимался на 1 или 2 элля; затѣмъ шаръ заставляли падать по жолобу и замѣчали время паденія для всего пути: часто мы повторяли отдѣльные опыты, дабы точнѣе опредѣлить время паденія, и не находили никакой разницы, которая бы превосходила 1/10 удара пульса. Затѣмъ мы заставляли шаръ пробѣгать внизъ 1/4 пути и всегда находили продолжительность паденія въ точности равную половинѣ прежней. Послѣ этого избирали мы пути другой длины. Повторяя опыты сто разъ, мы всегда находили, что пройденные пути относятся какъ квадраты соотвѣтственныхъ временъ, и это для всякихъ наклоненій канала, въ которомъ падалъ шаръ".



фиг. 36.

§ 6. Несвободное паденіе можно еще изслѣдовать при помощи машины Атвуда, которая состоитъ изъ блока n (фиг. 36), вращающагося безъ тренія около горизонтальной оси o; чрезъ блокъ перекинута нить ss', къ концамъ которой привязаны одинакіе грузы p и p', массы которыхъ назовемъ m; понятно, что нить остается въ покоѣ; но если къ грузу p прибавимъ еще грузъ q (массу котораго назовемъ m'), то правый грузъ будетъ падать, а лѣвый подниматься. Паденіе здѣсь будетъ несвободное; дѣйствительно, приводимая въ движеніе система состоитъ изъ трехъ грузовъ, p, p' и q, и потому имѣетъ массу $2m+m'$; сила, приводящая эту массу въ движеніе, есть вѣсъ прибавочнаго груза q, и потому $= m'g$; пусть эта сила сообщаетъ массѣ всей движущейся системы ускореніе a'; слѣдовательно нашу силу можно еще представить какъ $(2m+m')a'$; и такъ

$$m'g = (2m+m')a';$$

откуда

$$a' = \frac{m'}{2m+m'}g.$$

Такъ какъ a' всегда $< g$, то паденіе въ машинѣ Атвуда происходитъ медленнѣе, чѣмъ свободное; но ускореніе здѣсь постоянно, и потому наше паденіе будетъ подчиняться тѣмъ же законамъ, какъ и свободное.

Въ дополненіе къ описанію прибора прибавимъ, что блокъ n укрѣпленъ на верху вертикальнаго столба; къ этому же столбу прикрѣплена еще горизонтальная дощечка a, на которую предварительно кладутъ правый грузъ и которую въ началѣ опыта быстро откидываютъ внизъ, послѣ чего этотъ грузъ начинаетъ падать. Кромѣ того въ томъ или другомъ мѣстѣ вертикальнаго столба, прикрѣпляютъ горизонтальное кольцо b и горизонтальную дощечку c. Столбъ раздѣленъ на равныя части, начиная отъ дощечки a. На описываемомъ приборѣ измѣряютъ пространства, проходимыя падающимъ грузомъ въ опредѣленные промежутки времени, а также скорости этого груза въ любой моментъ его паденія.

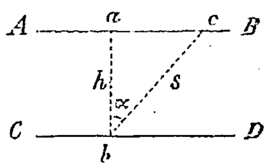
Опытъ начинается съ того, что правый грузъ кладутъ на подставку a и закрѣпляютъ подставку c нѣсколько ниже (кольцо b пока удаляютъ); въ извѣстный моментъ подставку a откидываютъ, послѣ чего правый грузъ начинаетъ падать; чрезъ нѣкоторое время онъ ударяетъ о подставку c. Ставя дощечку c въ разныя разстоянія отъ a и измѣряя продолжительность паденія груза, можно убѣдиться, что длины проходимыхъ путей пропорціональны квадратамъ соотвѣтственныхъ временъ.

Объяснимъ теперь, какъ опредѣляется скорость падающаго тѣла въ тотъ или другой моментъ, напр. чрезъ 1, 2, ... секунды послѣ начала паденія: въ томъ мѣстѣ, гдѣ въ эти моменты будетъ находиться падающее тѣло, ставятъ кольцо b; придаточный грузъ q имѣетъ форму удлиненной пластинки, такъ что онъ не можетъ проходить чрезъ это кольцо; когда падающій грузъ достигаетъ кольца b, то нижній грузъ p проходитъ чрезъ него, а прибавочный грузъ q остается на кольцѣ; послѣ этого на движущіеся грузы p и p' не дѣйствуетъ никакая сила, и они движутся равномѣрно съ тою скоростью, которою они обладали въ моментъ снятія кольцомъ добавочнаго груза (I, § 15); если опредѣлить скорость этого равномѣрнаго движенія, то будемъ знать и скорость нашего падающаго тѣла въ данный моментъ; для опредѣленія же скорости этого равномѣрнаго движенія, подставку c помѣщаютъ ниже кольца въ такомъ разстояніи, чтобы грузъ p ударился въ нее чрезъ секунду послѣ его встрѣчи съ кольцомъ.

§ 7. Если тяжелое тѣло бросить по вертикали вверхъ, то оно, очевидно, будетъ двигаться равномѣрно-замедленно, подчиняясь законамъ, указаннымъ въ Гл. I, § 7; поднимаясь, оно замедляетъ постепенно свою скорость, останавливается въ нѣкоторый моментъ, а затѣмъ начинаетъ падать.

Если тяжелое тѣло бросить по горизонтальному или наклонному направленію, то оно будетъ обладать двумя движеніями, которыя складываются: равномѣрнымъ движеніемъ въ направленіи, по которому брошено тѣло, и равномѣрно-ускореннымъ по вертикальному направленію внизъ; первое изъ этихъ движеній обусловливается начальнымъ толчкомъ, второе — силою тяжести. Оба движенія складываются въ одно параболическое движеніе (I, § 12).

Скорость, которую пріобрѣтаетъ тяжелое тѣло, падая съ одной горизонтальной плоскости на другую, напр. съ AB на CD (фиг. 37), одна и та же, будетъ-ли происходить паденіе по вертикали ab или по наклонной cb. Дѣйствительно при паденіи по линіи cb, наклоненной подъ угломъ α къ вертикали, въ формулѣ 6 (I, § 6)



Фиг. 37.

$$v = \sqrt{2\,as}$$

надо положить $a = g\operatorname{Cos}\alpha$ и $s = h/\operatorname{Cos}\alpha$, гдѣ $s = \overline{bc}$ и $h = \overline{ab}$; слѣдовательно

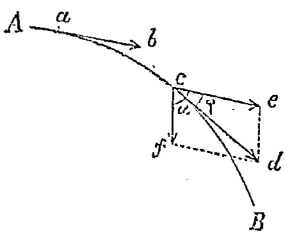
$$v = \sqrt{2gh};$$

это какъ разъ та скорость, которую пріобрѣтаетъ тѣло, падая по вертикали ab.

ГЛАВА III.

Криволинейное движеніе.

§ 1. Когда точка движется по кривой линіи, напр. по AB (фиг. 38), то скорость ея измѣняетъ непрерывно свое направленіе, а въ общемъ случаѣ и величину. Мы уже условились направленіе скорости считать по направленію движенія точки. Когда движущаяся точка находится въ a, то она перемѣщается по соотвѣтствующему элементу кривой, и слѣдовательно скорость ея направлена по этому элементу; иначе говоря, скорость движущейся точки направлена по касательной къ кривой въ занимаемомъ ею мѣстѣ. Такимъ образомъ когда движущаяся точка занимаетъ положеніе a, ея скорость направлена по касательной ab, а когда точка въ c, скорость ея направлена по касательной cd.



Фиг. 38.

Опредѣлимъ измѣненіе скорости въ криволинейномъ движеніи. Если въ извѣстный моментъ точка находится въ a, двигаясь со скоростью v, представляемою отрѣзкомъ ab касательной, то, послѣ очень малаго перемѣщенія въ c, ея скорость v_1 будетъ представляться отрѣзкомъ cd соотвѣтствующей касательной; эту новую скорость можно разсматривать, какъ образованную изъ прежней прибавленіемъ какой то новой скорости. Чтобы найти эту добавочную скорость, проведемъ изъ c прямую параллельную ab и отложимъ на ней отрѣзокъ ce равный прежней скорости v. Теперь данную скорость cd разложимъ на двѣ, изъ коихъ одна имѣла бы величину и направленіе ce; для полученія второй составляющей соединяемъ точки d и e, изъ c проводимъ прямую параллельную къ de и изъ d параллельную къ ce; получимъ параллелограммъ $cedf$, въ которомъ cf представляетъ величину и направленіе искомой добавочной скорости. Если чрезъ a назовемъ ускореніе точки (т. е. измѣненіе ея скорости, отнесенное къ единицѣ времени), то въ теченіе малаго времени τ, въ которое движущаяся точка перемѣщается изъ a въ c, скорость ея измѣняется на $a\tau$; такимъ образомъ

$$cf = a\,.\,\tau.$$

Эта формула опредѣляетъ величину добавочной скорости; но нетрудно опредѣлить и ея направленіе. Называя φ уголъ между первою и второю скоростями, α — уголъ между первоначальною и добавочною скоростями, изъ треугольника cde находимъ:

$$(1) \qquad v_1^2 = v^2 + (a\tau)^2 + 2\,v\,a\,\tau \operatorname{Cos}\alpha,$$

$$(2) \qquad \frac{\operatorname{Sin}\varphi}{\operatorname{Sin}\alpha} = \frac{a\tau}{v_1};$$

первая формула опредѣляетъ направленіе ускоренія, α, а послѣдняя направленіе скорости, φ, во второй изъ разсматриваемыхъ моментовъ.

Отмѣтимъ два частныхъ случая. Если $\alpha = 0$, то по (2) и $\varphi = 0$, т. е. скорость v_1 имѣетъ то же направленіе, какъ и v; а по (1)

$$v_1 = v + a\tau;$$

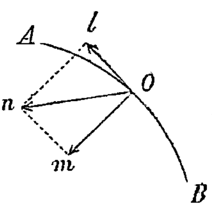
слѣдовательно, если направленіе ускоренія всегда совпадаетъ съ направленіемъ скорости, то точка движется прямолинейно и равномѣрно-ускоренно.

Если $\alpha = 90^0$, то послѣдній членъ второй части уравненія (1) исчезаетъ; вторымъ членомъ можно пренебречь, ибо τ всегда очень мало, и потому

$$v_1 = v, \quad \operatorname{Sin} \varphi = \frac{a\tau}{v};$$

т. е. если ускореніе всюду направлено нормально къ скорости, а слѣдовательно и къ пути движенія точки, то величина скорости послѣдней не измѣняется, но направленіе скорости (опредѣляемое угломъ φ) измѣняется непрерывно.

Если точка движется по кривой AB (фиг. 39) и, занимая положеніе O, обладаетъ ускореніемъ On, то это ускореніе можно разложить на два: Ol, направленное по касательной, и Om, направленное по нормали къ криволинейному пути; эти ускоренія мы будемъ различать названіями *касательнаго* и *нормальнаго ускоренія*. Изъ сказаннаго выше ясно, что касательное ускореніе измѣняетъ величину скорости, а нормальное измѣняетъ ея направленіе. Если на точку



Фиг. 39.

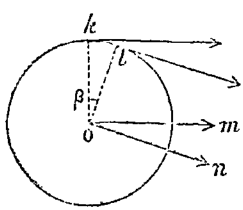
дѣйствуетъ одно только касательное ускореніе, то она движется прямолинейно съ измѣняющеюся скоростью; слѣдовательно если точка не имѣетъ нормальнаго ускоренія, то она движется по неизмѣняемому направленію т. е. прямолинейно. Если же на точку дѣйствуетъ одно нормальное ускореніе, то она движется со скоростью, величина которой постоянна, но направленіе которой непрерывно измѣняется; слѣдовательно, если точка не имѣетъ касательнаго ускоренія, то она движется съ постоянною скоростью, т. е. равномѣрно. Если наконецъ точка не имѣетъ вовсе ускоренія (ни нормальнаго, ни касательнаго), то она движется съ постоянною скоростью и по неизмѣняемому направленію, т. е. прямолинейно и равномѣрно.

§ 2. Самое простое криволинейное движеніе есть равномѣрное движеніе точки по окружности или *равномѣрное обращеніе* точки. Представимъ себѣ точку, обращающуюся по окружности радіуса R съ постоянною скоростью v; такъ какъ точка движется равномѣрно, то измѣняется только направленіе скорости, а не величина ея; поэтому точка имѣетъ только нормальное ускореніе, направленное нормально къ пути, т. е. по радіусу окружности; это ускореніе мѣшаетъ точкѣ удалиться отъ центра; оно направлено къ центру и потому получило названіе *центростремительнаго ускоренія.*

Пусть точка совершаетъ полный оборотъ по окружности въ T секундъ; это время полнаго обращенія точки назовемъ *періодомъ ея обращенія.* Такъ какъ въ T секундъ обращающаяся точка проходитъ путь $2\pi R$, то скорость ея будетъ

$$v = \frac{2\pi R}{T}. \tag{3}$$

Опредѣлимъ теперь величину центростремительнаго ускоренія нашей точки. Положимъ, что обращающаяся точка въ очень короткій промежутокъ времени перемѣщается на малое разстояніе изъ k въ l (фиг. 40); въ первомъ положеніи точки ея скорость представляется нѣкоторымъ отрѣзкомъ, отложеннымъ по касательной къ окружности въ точкѣ k, во второмъ — такимъ же отрѣзкомъ, отложеннымъ на касательной въ точкѣ l; удобнѣе изображать ихъ отрѣзками om и on прямыхъ, проведенныхъ изъ центра окружности параллельно соотвѣтствующимъ касательнымъ.



Фиг. 40.

Мы уже знаемъ, что для полученія скорости on изъ скорости om къ послѣдней надо придать скорость, представляемую отрѣзкомъ mn. Эту прибавочную скорость можно выразить двояко. Во первыхъ, если обозначимъ ускореніе чрезъ a и положимъ, что обращающаяся точка проходитъ малый путь kl въ малое время τ, то, по предыдущему,

$$mn = a \cdot \tau;$$

во вторыхъ прямая mn очень мало отличается отъ дуги радіуса om $(= v)$, стягивающей малый уголъ β, и потому безъ большой ошибки можно написать

$$mn = v \, . \, \beta;$$

сравнивая эти уравненія, находимъ

$$a\tau = v\beta; \tag{4}$$

теперь обратимся къ самой движущейся точкѣ; въ малое время τ она перемѣщается изъ k въ l; такъ какъ точка движется съ постоянною скоростью v, то

$$kl = v \, . \, \tau;$$

съ другой стороны kl есть дуга радіуса R, стягивающая уголъ β; слѣдовательно

$$kl = R \, . \, \beta;$$

сравнивая эти два уравненія, находимъ

$$R\beta = v\tau; \tag{5}$$

исключая β/τ изъ уравненій (4) и (5), получаемъ

$$a = \frac{v^2}{R}; \tag{6}$$

или, по (3)

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \tag{6'}$$

Первая изъ этихъ формулъ показываетъ, что центростремительное ускореніе не зависитъ отъ знака скорости, т. е. это ускореніе всегда направлено къ центру, обращается-ли точка по стрѣлкѣ часовъ или противъ нея.

Замѣтимъ, что движеніе обращающейся точки можно характеризовать еще при помощи *угловой скорости*; такъ называется уголъ, описываемый въ одну секунду радіусомъ, соединяющимъ обращающуюся точку съ центромъ. Если въ малое время τ радіусъ ok повертывается на уголъ β, то угловая скорость нашей точки будетъ

$$\varphi = \frac{\beta}{\tau};$$

послѣ этого уравненіе (5) можно написать такъ:

$$v = R\varphi; \tag{7}$$

т. е. *линейная скорость обращенія точки равна ея угловой, умноженной на радіусъ круга обращенія.*

Если $R = 1$, то $v = \varphi$, т. е. для точки, обращающейся по кругу радіуса равнаго единицѣ, линейная и угловая скорости имѣютъ одинакія числовыя значенія.

Равномѣрно обращающаяся точка, какъ мы видѣли, обладаетъ центростремительнымъ ускореніемъ; слѣдовательно на такую точку должна дѣйствовать сила, всюду направленная къ центру обращенія; величина этой силы, называемой *центростремительною*, опредѣляется по второму закону Ньютона: если обращающаяся точка массы m обладаетъ центростремительнымъ ускореніемъ a, то на нее дѣйствуетъ центростремительная сила $F = ma$.

§ 3. До сихъ поръ мы разсматривали обращеніе точки съ постоянною скоростью. Но представимъ себѣ, что скорость обращающейся точки измѣняется съ теченіемъ времени; тогда точка обращается съ ускореніемъ. Пусть точка обращается по кругу радіуса R и имѣетъ въ извѣстный моментъ линейную скорость v и угловую φ; чрезъ малый промежутокъ времени τ, пусть эти скорости становятся v' и φ'; понятно, что ускореніе нашей точки

$$a = \frac{v' - v}{\tau} = R\,\frac{\varphi' - \varphi}{\tau}.$$

Измѣненіе угловой скорости точки, отнесенное къ единицѣ времени, $(\varphi' - \varphi)/\tau$, называется ея *угловымъ ускореніемъ*; обозначая его α, находимъ

$$a = R\alpha; \tag{8}$$

т. е. *линейное ускореніе обращающейся точки равно ея угловому ускоренію, умноженному на радіусъ круга обращенія.*

Если $R = 1$, то $a = \alpha$, т. е. для точки, обращающейся по кругу радіуса равнаго единицѣ, линейное и угловое ускоренія имѣютъ одинакія числовыя значенія.

Если точка обращается подъ дѣйствіемъ начальнаго толчка и центростремительной силы, то она обращается равномѣрно съ постоянною скоростью. Если же на обращающуюся точку массы m дѣйствуетъ повсюду касательная къ ея пути сила, F, то она обращается равномѣрно-ускоренно; по второму закону Ньютона, касательное ускореніе такой точки будетъ $a = F/m$.

Если точка, обладающая постояннымъ ускореніемъ α, имѣетъ въ извѣстный моментъ угловую скорость φ, то въ теченіе t секундъ она описываетъ уголъ

$$\psi = \varphi t + \frac{\alpha t^2}{2}. \tag{9}$$

ГЛАВА IV.

Обращеніе и центростремительная сила.

§ 1. Мы видѣли, что точка или тѣло, обращающіяся по окружности радіуса R съ постоянною скоростью v, обладаютъ центростремительнымъ ускореніемъ

$$a = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2 \frac{R}{T^2}, \tag{1}$$

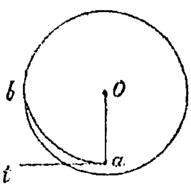
гдѣ T періодъ обращенія, и находятся надъ дѣйствіемъ центростремительной силы

$$F = ma = \frac{mv^2}{R} = 4\pi^2 \frac{mR}{T^2}, \tag{2}$$

гдѣ m — масса обращающагося тѣла или точки.

Изученіе обращенія съ физической точки зрѣнія имѣетъ цѣлію разъяснить происхожденіе центростремительной силы въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ.

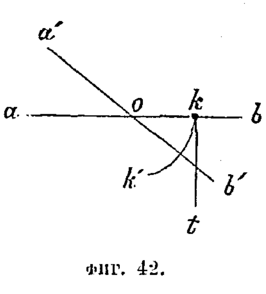
Простѣйшій способъ привести тѣло въ обращеніе состоитъ въ томъ, чтобы привязать его къ концу a (фиг. 41) нити, другой конецъ которой укрѣпленъ неподвижно въ O; если затѣмъ сообщить тѣлу толчокъ по направленію at перпендикулярному къ Oa, то оно начнетъ обращаться около точки O. Сперва подъ вліяніемъ толчка, вслѣдствіе инерціи — тѣло стремится двигаться по направленію at; но нить препятствуетъ этому и, нѣсколько вытянувшись, заставляетъ тѣло двигаться по кривой ab, скоро переходящей въ окружность; тѣло удаляется отъ O и нить вытягивается пока въ ней не разовьется упругая сила, равная $m.v^2/Ob$; послѣ этого на тѣло дѣйствуетъ центростремительная сила, достаточная для удержанія его на окружности радіуса Ob, и оно начинаетъ обращаться. Сила растянутой нити, не позволяющая тѣлу удалиться отъ центра, и образуетъ въ данномъ случаѣ центростремительную силу, *которая всегда приложена къ обращающемуся тѣлу;* понятно, что растянутая нить дѣйствуетъ по третьему закону Ньютона и на центръ O, какъ такой же величины сила, но направленная отъ центра; она называется *центробѣжною силою.* Если конецъ O нити держать въ рукѣ, около которой заставить тѣло обращаться, то центробѣжная сила будетъ приложена къ рукѣ; въ этомъ случаѣ рукою можно ощущать центробѣжную силу, которая тянетъ ее къ обращающемуся тѣлу.



Фиг. 41.

Можетъ случиться, что скорость обращенія тѣла слишкомъ велика и нить разрывается прежде, чѣмъ настолько вытянется, чтобы представить соотвѣтственную центростремительную силу; послѣ разрыва нити тѣло движется по касательной къ своему пути.

Въ большинствѣ учебниковъ совершенно ошибочно принимается, что центробѣжная сила приложена къ обращающемуся тѣлу; для обнаруживанія этой силы предлагается даже особый приборъ, называемый центробѣжною машиною: около вертикальной оси o (фиг. 42) вращается горизонтальный прутъ ab, на который надѣтъ шарикъ k; при вращеніи прута шарикъ k быстро удаляется отъ центра къ b. Это удаленіе вращающагося тѣла отъ центра и объясняется обыкновенно дѣйствіемъ центробѣжной силы; но такое толкованіе неправильно, ибо на обращающееся тѣло k никакая центробѣжная сила не дѣйствуетъ; истинная причина указаннаго явленія заключается въ слѣдующемъ: когда тѣло надѣто на вращающійся прутъ, то на него дѣйствуетъ одна только сила тренія, обыкновенно слишкомъ малая для



Фиг. 42.

того, чтобы удерживать тѣло въ прежнемъ разстояніи отъ центра; въ то время какъ прутъ ab вращается, тѣло k стремится двигаться по касательной kt къ кругу kk' и, не удерживаемое достаточною силою, скользитъ вдоль прута, удаляясь отъ центра.

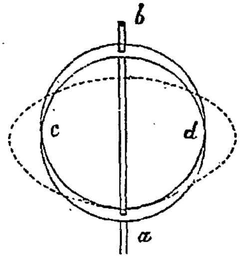
Итакъ при обращеніи тѣла на него дѣйствуетъ центростремительная сила; въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ эта сила имѣетъ свое особое происхожденіе.

§ 2. Центростремительною силою объясняется цѣлый рядъ явленій, на которыхъ мы теперь и остановимся.

Если масляный шаръ, плавающій въ смѣси воды и спирта, вращать около оси, проходящей чрезъ его центръ, то шаръ сплющивается у полюсовъ и расширяется по экватору; въ этомъ состоитъ извѣстный *опытъ Плато.* Частицы жидкаго шара приходятъ сперва въ движеніе по касательнымъ и удаляются отъ оси вращенія, а вмѣстѣ съ тѣмъ и другъ отъ друга, вслѣдствіе чего взаимныя притяженія частицъ (въ плоскости перпендикулярной къ оси) увеличиваются; когда эти притяженія сдѣлаются равными соотвѣтственнымъ центростремительнымъ силамъ, то частицы удерживаются на круговыхъ путяхъ и шаръ, превратившись въ сплющенный сфероидъ, сохраняется въ цѣлости; на экваторѣ частицы удаляются болѣе всего отъ оси, ибо здѣсь линейная скорость наибольшая. Если же скорость вращенія слишкомъ велика, такъ что силы сцѣпленія недостаточны для удержанія частицъ сфероида на круговыхъ путяхъ, то экваторіальное утолщеніе сфероида отрывается отъ остальной массы.

Эти опыты объясняютъ намъ происхожденіе фигуры земли—сплющеннаго сфероида: при образованіи своемъ земля была жидкимъ шаромъ, который подъ вліяніемъ своего вращенія около оси получилъ сжатіе въ направленіи этой оси.

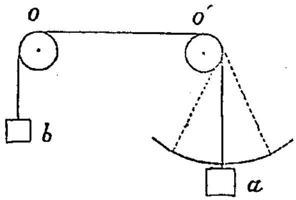
Представимъ себѣ согнутую кругомъ стальную полосу cd (фиг. 43), прикрѣпленную внизу къ вертикальному стержню ab и съ отверстіемъ вверху, чрезъ которое свободно проходитъ этотъ стержень; при вращеніи около оси ab полоса принимаетъ форму, указанную пунктиромъ.



Фиг. 43.

Вслѣдствіе инерціи частицы вращающейся полосы удаляются отъ оси, и полоса деформируется, пока въ ней не разовьются достаточныя упругія силы (такъ деформировать нашу полосу можно, растягивая ее въ точкахъ c и d; слѣдовательно въ самой деформированной полосѣ развиваются силы, направленныя къ оси), играющія въ данномъ случаѣ роль центростремительныхъ силъ.

Если чрезъ два блока o и o' (фиг. 44), легко вращающихся около горизонтальныхъ осей, перекинуть нить, къ концамъ которой привязаны равные грузы a и b, то нить останется въ равновѣсіи: вѣсъ одного груза уравновѣшиваетъ вѣсъ другого. Но если одинъ изъ грузовъ, напр. a, заставить качаться, то онъ быстро опускается; грузъ b оказывается теперь недостаточнымъ для уравновѣшиванія груза a; къ концу b нити надо бы было приложить силу равную вѣсу груза a, да еще силу равную той центростремительной, которая необходима для удержанія груза a на дугѣ, по которой онъ качается; за отсутствіемъ этой послѣдней силы грузъ a опускается.



Фиг. 44.

§ 3. Разсмотримъ еще обращеніе луны около земли. Сперва познакомимся съ законами движенія планетъ; эти законы были открыты въ началѣ XVII-го столѣтія нѣмецкимъ астрономомъ Кеплеромъ и извѣстны подъ названіемъ **законовъ Кеплера**; они опредѣляютъ какъ движенія планетъ вокругъ солнца, такъ и движенія спутниковъ вокругъ ихъ планетъ. Мы приведемъ здѣсь эти законы въ приближенной формѣ:

1) *Планеты движутся по окружностямъ, въ центрѣ которыхъ находится солнце.*

2) *Планеты движутся равномѣрно.*

3) *Квадраты періодовъ обращенія планетъ пропорціональны кубамъ радіусовъ ихъ орбитъ.*

Если T_1, T_2, T_3, ... суть періоды обращенія планетъ и R_1, R_2, R_3, ... радіусы ихъ орбитъ, то по третьему закону Кеплера $T_1^2 / T_2^2 = R_1^3 / R_2^3$, $T_2^2 / T_3^2 = R_2^3 / R_3^3$, ... или

$$(3) \qquad \frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{R_3^3}{T_3^2} = \ldots = k.$$

По 1-му закону Кеплера луна обращается около земли по окружности, называемой луниою орбитою; обозначимъ чрезъ R радіусъ этой послѣдней. По 2-му закону луна обращается равномѣрно съ періодомъ, который обозначимъ T. Слѣдовательно на обращающуюся луну должна дѣйствовать центростремительная сила, сообщающая ей центростремительное ускореніе

$$A = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Изъ астрономіи извѣстно, что радіусъ лунной орбиты въ 60,27 разъ больше земного радіуса; если послѣдній назовемъ r, то $R = 60{,}27\, r$. Періодъ обращенія луны $T = 27$ днямъ 7^h и 43^m или 2360400^s. Подставляя эти значенія R и T въ предыдущую формулу и замѣчая, что $2\pi r = 40000000^m = 4.10^9$ Cm. (I, § 2), находимъ

$$A = 0{,}272.$$

Вотъ какъ велико (въ принятыхъ нами единицахъ) центростремительное ускореніе луны. Теперь возникаетъ вопросъ: какою силою обусловливается это ускореніе? Мы уже знаемъ, что матеріальныя тѣла падаютъ на землю, тяготѣютъ къ ней. Какъ далеко простирается эта сила тяготѣнія? Ньютонъ принялъ, что *она простирается на какое угодно разстояніе, измѣняясь обратно пропорціонально квадрату разстоянія;* Ньютонъ принялъ, что сила тяготѣнія земли простирается и до луны, и что она именно удерживаетъ луну на ея круговой орбитѣ: „луна тяготѣетъ къ землѣ; силою тяжести она отклоняется отъ прямолинейнаго движенія и удерживается на своей орбитѣ". Если догадка Ньютона справедлива, то *сила, удерживающая луну на ея орбитѣ, та же, которая заставляетъ камень падать на землю.*

Допуская, что найденное выше ускореніе луны обусловливается силою тяжести, и принимая гипотезу Ньютона, находимъ, что ускореніе силы тяжести на поверхности земли

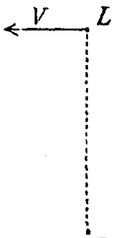
$$a = A\left(\frac{R}{r}\right)^2,$$

гдѣ R — радіусъ лунной орбиты и r радіусъ земного шара; такъ какъ $R/r = 60{,}27$, то

$$a = 0{,}272.(60{,}27)^2 = 988.$$

Это число очень близко къ тому, которое даютъ опыты. Приводя это вычисленіе, Ньютонъ говоритъ: „сила, удерживающая луну на ея орбитѣ, оказалась бы равною нашей силѣ тяжести, еслибы луна опустилась на землю; поэтому она именно и есть та сила, которую называютъ тяжестью“.

§ 4. Еще разсмотримъ вопросъ: какъ могло возникнуть обращеніе луны? Представимъ себѣ, что луна L (фиг. 45) была сперва неподвижна и помѣщалась въ разстояніи R отъ земли O; если ей была сообщена толчкомъ, направленнымъ по перпендикуляру къ OL, скорость V, опредѣляемая уравненіемъ (III, § 2)

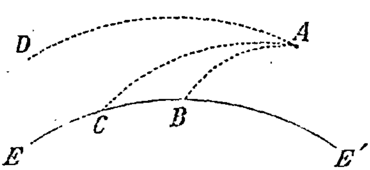


Фиг. 45.

$$V^2 = a \,.\, R,$$

то она начала обращаться по своей орбитѣ.

Теперь замѣтимъ, что если близъ поверхности земли бросить камень по горизонтальному направленію, то онъ будетъ падать по параболѣ; нельзя ли этотъ камень заставить подобно лунѣ обращаться около земли? Теоретически въ этомъ нѣтъ ничего невозможнаго; если изъ точки A (фиг. 46), находящейся на нѣкоторой высотѣ надъ землею EE', бросить камень, то онъ упадетъ на нее въ B; если его бросить съ бо́льшею начальною скоростью, то онъ упадетъ въ C, т. е. дольше не встрѣтитъ земли; при извѣстной начальной скорости камень нигдѣ не встрѣчаетъ земли и движется по окружности AD, центръ которой совпадаетъ съ центромъ земли.



Фиг. 46.

Но какова должна быть эта начальная скорость? Полагая въ предыдущей формулѣ $a=980$ и $R=4.10^9/2\pi$, находимъ $V=7900$ m/sec., т. е. почти 8 километровъ; эта скорость такъ велика, что мы ее не можемъ сообщить камню: ядро выбрасывается изъ пушки со скоростью въ десять разъ меньшею (700 m/sec); но даже еслибы намъ и удалось сообщить камню такую скорость, то и тогда онъ не сталъ бы обращаться, а упалъ бы чрезъ нѣкоторое время на землю; дѣйствительно, для обращенія необходимо, чтобы тѣло сохраняло по инерціи свою начальную скорость; но около поверхности земли движущееся тѣло встрѣчаетъ сопротивленіе воздуха и постепенно уменьшаетъ свою скорость.

§ 5. Указанная выше гипотеза была обобщена Ньютономъ; имъ было принято, что *всякія два матеріальныхъ тѣла взаимно притягиваются съ силою прямо пропорціональною ихъ массамъ и обратно пропорціональною квадрату ихъ разстоянія*. Такимъ образомъ если тѣла съ массами m и m' находятся въ разстояніи r, то сила взаимнаго ихъ притяженія

$$F = B\frac{m\,m'}{r^2}, \tag{6}$$

гдѣ B — постоянная величина. Эта формула выражаетъ такъ называемый Ньютоновъ законъ всемірнаго тяготѣнія.

Этотъ законъ вполнѣ согласенъ съ третьимъ закономъ Кеплера. Дѣйствительно, если центростремительную силу, дѣйствующую на обращающуюся планету $(= 4\pi^2 m R/T^2)$, примемъ равною силѣ притяженія центральнымъ тѣломъ $(= C m/R^2)$, то

$$\frac{4\pi^2 m R}{T^2} = C\frac{m}{R^2},$$

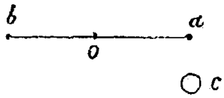
откуда $R^3/T^2 = C/4\pi^2$ т. е. постоянно.

Ньютоновъ законъ всемірнаго тяготѣнія составляетъ основаніе всей астрономіи: имъ объясняются всѣ движенія небесныхъ планетъ, какъ бы они ни были сложны; еслибы планеты находились только подъ вліяніемъ одного солнца, то онѣ двигались бы по простымъ законамъ Кеплера, о которыхъ было говорено выше; но другія планеты тоже дѣйствуютъ и усложняютъ это движеніе.

Одно изъ послѣднихъ, но и изъ самыхъ блестящихъ подтвержденій закона всемірнаго тяготѣнія представляетъ сдѣланное Леверье открытіе планеты Нептуна. Еще въ 1821 году было замѣчено, что, тогда какъ движенія Юпитера и Сатурна вполнѣ подчиняются Ньютонову закону, движенія Урана уклоняются отъ него; въ 1845 г. Леверье для объясненія этихъ уклоненій принялъ существованіе новой невидѣнной еще планеты, которую назвалъ Нептуномъ; онъ опредѣлилъ вычисленіями ея орбиту и просилъ астронома Галле въ Берлинѣ поискать новую планету на небосклонѣ; данныя Леверье были столь точны, что Галле въ тотъ же вечеръ нашелъ въ указанномъ мѣстѣ неба звѣздочку, не отмѣченную на картахъ; въ сильный телескопъ она представляла планетообразный дискъ; это и была новая планета Нептунъ, открытая теоретически Леверье.

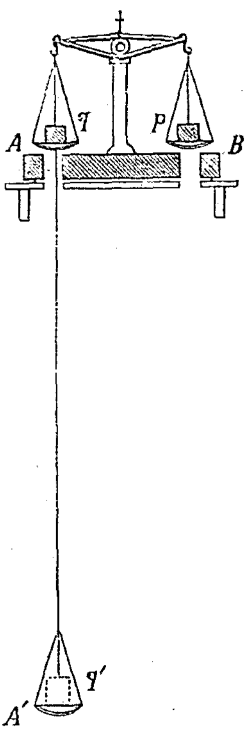
Кромѣ этихъ блестящихъ, но все же косвенныхъ оправданій гипотезы Ньютона, имѣются другія болѣе прямыя доказательства ея справедливости. Такъ Кавендишъ доказалъ, что тѣла дѣйствительно взаимно притягиваются.

Представимъ себѣ горизонтальный стержень съ двумя шариками a и b (фиг. 47) на концахъ, подвѣшенный за середину o на длинной и тонкой нити; послѣ того, какъ нить раскрутится, стержень принимаетъ вполнѣ опредѣленное положеніе, и если отклоняется изъ него, то только подъ дѣйствіемъ горизонтальныхъ силъ перпендикулярныхъ къ стержню. Помѣстимъ теперь массивное тѣло c сбоку одного изъ нашихъ шариковъ, напр. a, и на одномъ уровнѣ съ нимъ; тотчасъ же замѣтимъ, что стержень $a\,b$ повертывается, при чемъ шарикъ a приближается къ c, что обнаруживаетъ ихъ взаимодѣйствіе.



Фиг. 47.

И такъ опытъ Кавендиша доказываетъ, что матеріальныя тѣла взаимодѣйствуютъ. Но этого мало; надо доказать, что эта сила взаимодѣйствія подчиняется закону Ньютона; это доказательство мы находимъ въ опытѣ Жолли, обнаруживающемъ, что сила, съ которою земля притягиваетъ какое нибудь тѣло, обратно пропорціональна квадрату разстоянія этого тѣла отъ центра земли.



Фиг. 48

Представимъ себѣ вѣсы, къ одной чашкѣ коихъ A (фиг. 48) на тонкой платиновой проволокѣ въ 5,29 метровъ длиною подвѣшена другая чашка A'; опытъ начинали съ того, что на верхнюю чашку A клали грузъ q (въ одинъ килограммъ) и его уравновѣшивали грузомъ p, положеннымъ на чашку B; затѣмъ грузъ q переносили на нижнюю чашку A' (ближе къ центру земли); для равновѣсія нужно было на чашку B положить нѣсколько бо́льшій грузъ, чѣмъ прежде; слѣдовательно, чѣмъ ближе къ центру земли находится тѣло, тѣмъ вѣсъ его больше.

Въ среднемъ изъ десяти опытовъ оказалось, что при поднятіи на $5{,}29^m$ вѣсъ килограмма уменьшается на вѣсъ 1,5099 миллиграммовъ; слѣдовательно, называя q и q' вѣсъ нашего килограмма на верхней и нижней чашкахъ, можемъ написать

$$\frac{q}{q'}=\frac{1000000-1{,}5099}{1000000}.$$

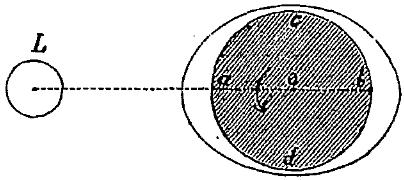
Такъ какъ радіусъ земли равенъ 6378,5 километрамъ, то по закону Ньютона можно написать

$$\frac{q}{q'}=\frac{6378500^2}{(6378500+5{,}29)^2}=\frac{1}{\left(1+\frac{5{,}29}{6378500}\right)^2}=$$

$$=1-\frac{2\,.\,5{,}29}{6378500}=\frac{1000000-1{,}658}{1000000}.$$

И такъ по закону Ньютона нашъ грузъ при переносѣ съ чашки A' на чашку A долженъ уменьшиться въ вѣсѣ на $1{,}657^{\,mgr}$, тогда какъ прямой опытъ даетъ для этого уменьшенія 1,5099; разница между этими числами очень мала и вполнѣ объясняется трудностью опыта.

§ 6. Предыдущіе опыты убѣждаютъ насъ, что всякія два тѣла взаимодѣйствуютъ. Гюйгенсъ полагалъ, что тѣла взаимодѣйствуютъ лишь какъ цѣлыя; Ньютонъ принялъ, что взаимодѣйствіе тѣлъ складывается изъ взаимодѣйствія ихъ отдѣльныхъ частицъ; это допущеніе позволяетъ объяснить *морскіе приливы и отливы*, которые состоятъ въ періодическомъ повышеніи и пониженіи уровня воды въ океанахъ и открытыхъ моряхъ. Луна обращается около земли: хотя по инерціи луна стремится удалиться отъ земли, но, благодаря ихъ взаимодѣйствію, разстояніе между ними не измѣняется, онѣ слѣдовательно постоянно сближаются; при этомъ луна притягиваетъ къ себѣ каждую частицу земли и каждую каплю воды, покрывающей слоемъ землю; но это притяженіе не всюду одинаково: ближайшія частицы, a (фиг. 49), она притягиваетъ сильнѣе, а дальнѣйшія, b, слабѣе, чѣмъ центръ o; поэтому при взаимномъ сближеніи луны и земли, удобоподвижныя частицы воды на сторонѣ, обращенной къ лунѣ, опережаютъ центръ земли, а на сторонѣ противоположной отстаютъ отъ него. Въ результатѣ выходитъ, что вода покрываетъ землю не ровнымъ слоемъ· на концахъ діаметра ab, проходящаго чрезъ центръ луны, водяной слой будетъ наибольшей толщины, а въ разстояніяхъ 90°, напр. въ c и d, водяной слой наименьшей толщины; въ a и b теперь приливъ, въ c и d—отливъ. Но земля вращается около своей оси, и чрезъ 6 часовъ точка c займетъ мѣсто a, а d займетъ мѣсто b (мы предполагаемъ, что ось земли перпендикулярна къ плоскости чертежа); и тогда въ c и d будетъ приливъ, а въ a и b—отливъ. Понятно, что въ теченіе сутокъ въ каждомъ мѣстѣ будетъ два прилива и два отлива. Замѣтимъ въ заключеніе, что существованіе двухъ приливныхъ волнъ обусловливается постояннымъ сближеніемъ луны и земли; еслибы оба свѣтила находились въ покоѣ, то приливъ образовался бы только на одной, обращенной къ лунѣ, сторонѣ земли.



Фиг. 49.

§ 7. Взаимодѣйствія матеріальныхъ частицъ съ силою пропорціональною ихъ массамъ и обратно пропорціональною квадрату ихъ разстоянія—это несомнѣнный фактъ, доказанный Ньютономъ. Но теперь естественно является вопросъ: есть ли это *Ньютоновское тяготѣніе* фактъ первоначальный, которому нечего искать и нельзя найти причину, или онъ подлежитъ въ свою очередь дальнѣйшему физическому объясненію?

Древніе, а затѣмъ Декартъ и его школа успокоивались при объясненіи механическихъ процессовъ лишь тогда, когда сводили ихъ на непосредственное соприкосновеніе тѣлъ, на толчокъ. Ньютонова физика вводитъ въ науку новое представленіе—*дѣйствіе на разстояніи* (*actio in distans*). Приверженцамъ прежнихъ взглядовъ такое свойство казалось мистическимъ, потаеннымъ (qualitas occulta): они не могли признать его первоначальною причиною явленія; тѣло не можетъ дѣйствовать тамъ, гдѣ его нѣтъ, говорили они, разумѣя, что это дѣйствіе можетъ передаваться отъ тѣла къ тѣлу не иначе, какъ рядомъ соприкосновеній, чрезъ *промежуточную среду*. Другіе—послѣдователи Ньютона — готовы были принять, что дальше некуда итти въ поискахъ за причинами; второй издатель Principia, математикъ Котсъ, въ своемъ предисловіи уже прямо смотритъ на тяготѣніе, какъ на первичное свойство матеріи, не подлежащее дальнѣйшему объясненію. И вотъ, ученіе о дѣйствіи на разстояніи мало-по-малу вытѣсняетъ прежніе взгляды, самый толчокъ разсматривается, какъ слѣдствіе силъ, дѣйствующихъ на разстояніи, самое прикосновеніе двухъ тѣлъ отрицается какъ иллюзія. Эта школа находитъ самое полное и парадоксальное выраженіе въ теоріи Босковича; для него матерія есть ничто иное, какъ собраніе „центровъ силъ"—собраніе геометрическихъ точекъ, къ которымъ направлены притягательныя или отталкивательныя силы.

Такъ ли думалъ Ньютонъ? Въ своихъ знаменитыхъ письмахъ къ Бентлею онъ замѣчаетъ: „Вы иногда говорите о тяжести, какъ о существенномъ и прирожденномъ свойствѣ вещества. Прошу васъ, не приписывайте мнѣ этого мнѣнія, ибо я не имѣю притязанія знать причину тяжести... Тяжесть должна причиняться нѣкоторымъ дѣятелемъ, дѣйствующимъ постоянно по извѣстнымъ законамъ, но каковъ этотъ дѣятель, вещественный онъ или невещественный, объ этомъ я предоставилъ судить моимъ читателямъ".

Если можно найти причину тяготѣнія, люди современемъ найдутъ ее; но до сихъ поръ такія попытки не были удачны. Въ иныхъ областяхъ науки (въ ученіи о силахъ электрическихъ и магнитныхъ) подобныя стремленія развиваются съ надеждою на успѣхъ, здѣсь подробное изученіе „взаимодѣйствій на разстояніи" уже ближе указало на ту роль, какую играетъ промежуточная среда, и силы, имѣющія формальное сходство съ Ньютоновскимъ тяготѣніемъ, удалось представить какъ слѣдствія нѣкотораго сложнаго механизма, передающаго дѣйствіе отъ слоя къ смежному слою среды [1]).

ГЛАВА V.

Вращеніе тѣлъ.

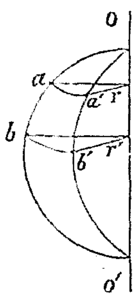
§ 1. Если двѣ точки тѣла неподвижны, то тѣло можетъ только *вращаться* около прямой, проходящей чрезъ неподвижныя точки и ко-

[1]) Содержаніе этого § заимствовано изъ книги „Двухсотлѣтіе памяти Ньютона", М. 1888. стр. 36.

торая называется *осью вращенія тѣла.* Если одна точка тѣла неподвижна, то тѣло можетъ вращаться около всякой прямой, проходящей чрезъ эту точку.

Тѣло можетъ вращаться около оси въ томъ или другомъ направленіи. Концы оси будемъ обозначать разными буквами, напр. o и o'. Говоря, что тѣло вращается около оси, условимся обозначать послѣднюю буквами въ такомъ порядкѣ, чтобы на первомъ мѣстѣ стояла буква того конца (будемъ его называть положительнымъ концомъ); смотря съ котораго вращеніе тѣла представляется совершающимся по стрѣлкѣ часовъ; такимъ образомъ „вращеніе около оси oo'" и „вращеніе около оси $o'o$" означаютъ вращенія въ противоположныя стороны.

Всѣ точки тѣла, вращающагося около оси, описываютъ круги, плоскости которыхъ перпендикулярны къ оси, и центры которыхъ лежатъ на этой оси. Пусть тѣло повертывается на уголъ ψ; точки a и b (фиг. 50) тѣла, взятыя на одномъ меридіанѣ, но въ разныхъ разстояніяхъ r и r' отъ оси, проходятъ разные линейные пути, но описываютъ одинъ уголъ ψ; пути перемѣщенія нашихъ точекъ будутъ $aa' = r\,.\,\psi$ и $bb' = r'\,.\,\psi$. Эти точки имѣютъ различныя линейныя скорости, но угловыя ихъ скорости одинаковы; понятно, что угловая скорость одинакова для всѣхъ точекъ вращающагося тѣла; поэтому она называется угловою скоростью самаго вращающагося тѣла. Угловая скорость вращенія тѣла равна по своей числовой величинѣ линейной скорости его точки, отстоящей на единицу отъ оси вращенія (III, § 2).



Фиг. 50.

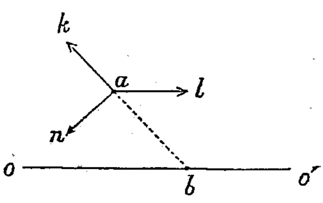
Если угловая скорость тѣла постоянна, то тѣло вращается равномѣрно. Если тѣло обладаетъ постоянною угловою скоростью φ, то въ теченіе t сек. оно повертывается на уголъ $\psi = \varphi t$. Мы условимся различать знаками угловыя скорости тѣла, вращающагося въ ту или другую сторону около одной и той же оси: если при вращеніи тѣла около oo' мы условимся считать его угловую скорость положительною, то при вращеніи около $o'o$ угловую скорость слѣдуетъ считать отрицательною.

Угловую скорость тѣла мы условимся изображать графически соотвѣтствующей величины отрѣзкомъ оси вращенія, направленнымъ къ ея положительному концу.

Если скорость вращенія тѣла измѣняется съ теченіемъ времени, то оно вращается съ ускореніемъ. Точки тѣла, различно отстоящія отъ оси, имѣютъ различныя линейныя ускоренія; но угловое ускореніе одинаково для всѣхъ точекъ вращающагося тѣла и потому называется угловымъ ускореніемъ самого тѣла. Угловое ускореніе вращающагося тѣла равно по своей числовой величинѣ линейному ускоренію его точки, отстоящей на единицу отъ оси вращенія (III, § 3).

Если угловое ускореніе постоянно, то тѣло вращается равномѣрно-ускоренно. Пусть тѣло обладаетъ постояннымъ угловымъ ускореніемъ α и въ извѣстный моментъ имѣетъ скорость φ; въ теченіе t сек. такое тѣло повертывается на уголъ $\psi = \varphi t + \alpha t^2/2$.

§ 2. Если тѣло соединено неизмѣнно съ неподвижною прямою, то оно не можетъ двигаться поступательно ни вдоль этой прямой, ни по направленіямъ перпендикулярнымъ; оно можетъ только вертѣться около своей оси. Какія силы производятъ вращеніе тѣла? Пусть oo' (фиг. 51) ось вращенія и положимъ, что къ точкѣ a тѣла приложена какая нибудь сила; опустимъ изъ a перпендикуляръ ab къ оси oo' и разложимъ данную силу на три составляющія, направленныя: одна по al — параллельно оси, другая по ak—перпендикулярно къ оси— и третья по an — перпендикулярно къ плоскости, проходящей чрезъ разсматриваемую точку a и ось вращенія; первая изъ этихъ силъ заставляетъ тѣло скользить по оси oo', вторая стремится удалить тѣло отъ оси; но ни то, ни другое движеніе невозможно; наконецъ третья сила заставляетъ точку a описывать около b окружность въ плоскости перпендикулярной въ оси или заставляетъ все тѣло вращаться около оси oo'.



Фиг. 51.

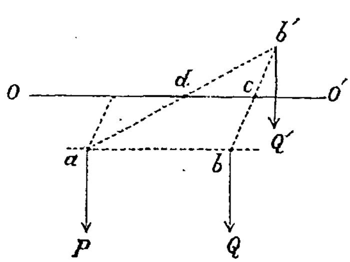
Такимъ образомъ приходимъ къ слѣдующему заключенію: если тѣло имѣетъ неподвижную ось, то силы, проходящія чрезъ эту ось (въ конечномъ разстояніи, какъ направленныя по ak, или въ безконечномъ, какъ направленныя по al), не производятъ никакого движенія; и только силы перпендикулярныя къ плоскостямъ, проходящимъ чрезъ ось, приводятъ тѣло во вращеніе, заставляя его точки описывать круги около оси; эти силы называются *вращающими силами.*

Разстояніе точки приложенія вращающей силы отъ оси называется *плечомъ* этой силы. Произведеніе вращающей силы на ея плечо называется *моментомъ вращенія* этой силы. Моменты силъ, вращающихъ тѣло въ одномъ направленіи (напр. по стрѣлкѣ часовъ), мы будемъ считать положительными, а моменты силъ, которыя вращаютъ тѣло около той же оси въ противоположную сторону (противъ стрѣлки часовъ), — отрицательными.

§ 3. Разсмотримъ свойства вращающихъ силъ.

1) *Точку приложенія вращающей силы можно перенести по прямой параллельной оси вращенія.*

Пусть oo' (фиг. 52) есть ось вращенія, и къ точкѣ a приложена вращающая сила P. Чрезъ точку a и ось oo' проведемъ плоскость и въ ней возьмемъ прямую ab параллельную оси oo'. Изъ какой нибудь точки b этой прямой опустимъ на ось перпендикуляръ bc и на немъ возьмемъ еще точку b' въ такомъ же разстояніи отъ оси, какъ и b (такъ что $bc = cb'$). Къ b и b' приложимъ вращающія силы Q и Q' равныя P; это всегда позволительно, ибо равнодѣйствующая ихъ приложена къ точкѣ c оси, а потому не измѣняетъ состоянія нашего тѣла. Итакъ теперь у насъ три вращающія силы: P, Q и Q'; но P и Q' даютъ равнодѣйствующую, приложенную по серединѣ между a и b', т. е. въ точкѣ d, лежащей на оси; слѣдовательно силы P и Q', взятыя вмѣстѣ, не имѣютъ вліянія на состояніе нашего тѣла. Такимъ образомъ остается одна сила Q, приложенная къ b и вращающая тѣло такъ же, какъ данная сила P, приложенная къ a.

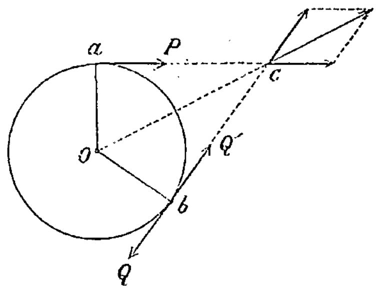


Фиг. 52.

Руководясь только что доказаннымъ, мы можемъ точки приложенія вращающихъ силъ, перемѣщать параллельно оси вращенія.

2) *Точку приложенія вращающей силы можно перемѣщать по окружности, плоскость которой перпендикулярна къ оси, и центръ которой лежитъ на этой оси.*

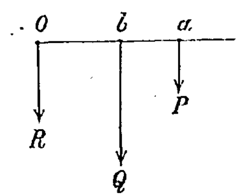
Пусть въ точкѣ a (фиг. 53) приложена вращающая сила P, плечо которой oa. Через точку a проведемъ плоскость перпендикулярную къ оси, которую она пересѣчетъ въ точкѣ o; около o, какъ центра, построимъ окружность, проходящую чрезъ a, и къ точкѣ b этой окружности приложимъ двѣ противоположныя вращающія силы Q и Q' равныя данной P, что, понятно, всегда позволительно. Силы P и Q' можно перенести въ точку c — пересѣченіе ихъ направленій — и затѣмъ сложить; понятно, что равнодѣйствующая этихъ двухъ силъ проходитъ чрезъ o т. е, чрезъ ось вращенія и потому не вліяетъ на состояніе тѣла. Остается такимъ образомъ сила Q, приложенная къ b и вращающая тѣло такъ же, какъ данная сила P, приложенная къ a.



фиг. 53.

3) *Вращающую силу P съ плечомъ r можно замѣнить другою — Q съ плечомъ s — лишь бы ея моментъ вращенія равнялся моменту вращенія первой силы.*

Къ точкѣ o (фиг. 54), въ которой плоскость, заключающая вращающую силу P и ея плечо, пересѣкаетъ ось, приложимъ силу R параллельную данной, что всегда позволительно. Силы P и R складываются въ одну Q $(= P + R)$, приложенную къ такой точкѣ b, что $R \,.\, ob = P \,.\, ba$; или, называя r и s плечи oa и ob, имѣемъ $R \,.\, s = P \,.\, (r - s)$, откуда $R = P\,(r - s) / s$ и $Q = R + P = P\,[1 + (r - s)/s] = Pr / s$; такъ что



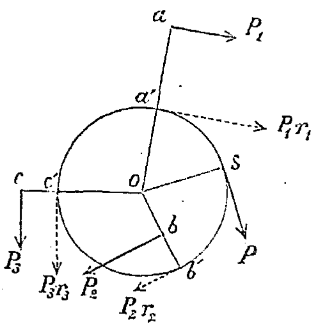
фиг. 54.

$$Q \,.\, s = P \,.\, r$$

Отсюда дѣлаемъ еще такой выводъ: вращающую силу P съ плечомъ r и моментомъ $D = Pr$ можно замѣнить силою равною по величинѣ моменту (Pr) данной, приложивъ ее къ плечу равному единицѣ.

4) Представимъ себѣ, что къ различнымъ точкамъ тѣла приложены вращающія силы P_1, P_2, ... съ плечами r_1, r_2, ..; всѣ эти силы можно (по 1), не измѣняя ихъ плечъ, перенести параллельно самимъ себѣ въ одну перпендикулярную къ оси плоскость; пусть послѣ этого данныя вращающія силы приложены къ точкамъ a, b, c ... (фиг. 55) пло-

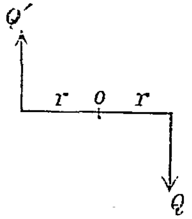
скости чертежа, пересѣкающей ось въ o; въ этой плоскости построимъ окружность радіуса единицы и съ центромъ въ o; отмѣтимъ точки a', b', c' ..., въ которыхъ наша окружность пересѣкаетъ прямыя oa, ob, ..., къ этимъ точкамъ можно приложить вращающія силы $P_1 r_1$, $P_2 r_2$, $P_3 r_3$ ..., которыя (по 3) замѣняютъ данныя; затѣмъ эти силы можно (по 2) перенести въ одну точку s окружности, гдѣ онѣ, понятно, складываются въ одну силу P равную суммѣ моментовъ данныхъ: $P = P_1 r_1 + P_2 r_2 + \ldots$



Фиг. 55.

И такъ *всѣ вращающія силы можно всегда замѣнить одною съ плечомъ равнымъ единицѣ и по величинѣ равною суммѣ моментовъ вращенія данныхъ.*

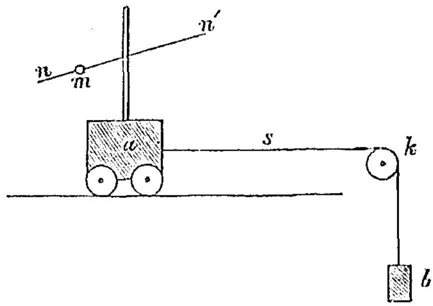
§ 4. Изъ предыдущаго ясно, что двѣ вращающія силы можно замѣнить одною, при чемъ моментъ вращенія этой равнодѣйствующей долженъ равняться суммѣ моментовъ данныхъ силъ. Наоборотъ данную вращающую силу можно разложить на двѣ, при чемъ сумма моментовъ послѣднихъ должна равняться моменту данной. Такъ вращающую силу P, приложенную къ плечу r, можно замѣнить двумя Q и Q', (фиг. 56) равными по величинѣ $P/2$ и приложенными къ плечамъ r, направленнымъ по одной прямой; но такія двѣ силы образуютъ *пару силъ.* И такъ вращающая сила можетъ быть замѣнена парою силъ того же момента вращенія, какъ и данная. Если пара силъ приложена къ свободному тѣлу, то она стремится его вращать около оси перпендикулярной къ своей плоскости и проходящей чрезъ середину прямой, соединяющей точки приложенія обѣихъ силъ.



Фиг. 56.

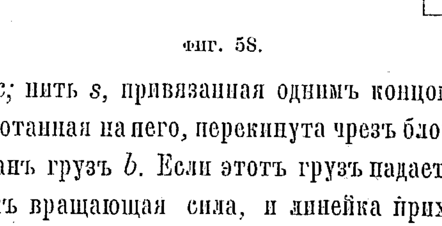
§ 5. Теперь мы должны заняться вопросомъ: какое вращеніе вызываетъ данная вращающая сила?

Предварительно припомнимъ характерныя свойства прямолинейнаго движенія. Представимъ себѣ, что на гладкой горизонтальной доскѣ перемѣщается безъ тренія тѣло a (фиг. 57); пусть тѣло приводится въ движеніе падающимъ грузомъ b, привязаннымъ къ нити s, которая перекинута чрезъ блокъ k; опытъ показываетъ, что тѣло a движется равномѣрно-ускоренно, при чемъ ускореніе его пропорціонально движущей силѣ, F, и обратно пропорціонально массѣ, M, движущагося тѣла: $a = F/M$. Обратимъ вниманіе на то, что ускореніе прямолинейно движущагося тѣла зависитъ отъ величины массы тѣла, но *не зависитъ отъ ея распредѣленія;* такъ что если мы будемъ перемѣщать грузъ m на линейкѣ nn', то движеніе отъ этого не измѣнится. И вообще *если тѣло движется прямолинейно, то все происходитъ такъ, какъ еслибы масса тѣла была сосредоточена въ одной точкѣ, къ которой приложена движущая сила* (I, § 21).



Фиг. 57.

Теперь обратимся къ вращенію. Возьмемъ снарядъ, который бы позволялъ изслѣдовать вращеніе тѣла аналогично тому, какъ это мы сейчасъ дѣлали съ прямолинейнымъ движеніемъ; онъ состоитъ изъ легкой деревянной линейки nn' (фиг. 58) съ положенною на ней массою m; линейка опирается серединою на остріе o, около котораго она легко можетъ вращаться; къ серединѣ верхней стороны линейки прикрѣпленъ деревянный цилиндръ c; нить s, привязанная однимъ концомъ къ этому цилиндру и отчасти намотанная на него, перекинута чрезъ блокъ k; къ другому концу нити привязанъ грузъ b. Если этотъ грузъ падаетъ, натянутая нить дѣйствуетъ, какъ вращающая сила, и линейка приходитъ въ равномѣрно-ускоренное вращеніе; объ угловомъ ускореніи этого вращенія можно судить по продолжительности перваго оборота линейки.



Фиг. 58.

Опытъ показываетъ, что чѣмъ больше масса, положенная на линейку въ данномъ разстояніи отъ оси, тѣмъ меньше угловое ускореніе, обусловливаемое данною силою; чѣмъ дальше отъ оси помѣщается данная масса, тѣмъ опять медленнѣе вращается линейка; такимъ образомъ угловое ускореніе вращающагося тѣла зависитъ не только отъ его массы, но и отъ *распредѣленія этой массы* относительно оси вращенія.

Опытъ съ описаннымъ приборомъ показываетъ далѣе, что распредѣленіе массы имѣетъ такое вліяніе на вращеніе, что данная сила сообщаетъ одинакія угловыя ускоренія массамъ m и m_1, находящимся въ разстояніяхъ r и r_1 отъ оси, если $mr^2 = m_1 r_1^2$; произведеніе массы точки на квадратъ ея разстоянія отъ оси вращенія называется *моментомъ инерціи* этой точки относительно оси вращенія. Итакъ данная вращающая сила сообщаетъ точкамъ одинакія угловыя ускоренія, если ихъ моменты инерціи одинаковы.

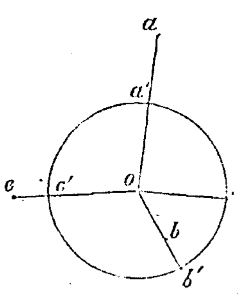
§ 6. Нетрудно видѣть справедливость слѣдующихъ положеній.

1) *Моментъ инерціи точки не измѣняется, если ее перемѣстить по прямой параллельной оси вращенія.*

2) *Моментъ инерціи точки не измѣняется, если ее перемѣстить по окружности, плоскость которой перпендикулярна къ оси вращенія, и центръ которой лежитъ на этой оси.*

3) *Точка массы m, находящаяся въ разстояніи r отъ оси вращенія, имѣетъ такой же моментъ инерціи, какъ точка массы mr^2, находящаяся въ разстояніи единицы отъ этой оси.*

Представимъ себѣ, что въ различныхъ точкахъ тѣла, отстоящихъ на $r_1, r_2, r_3 \ldots$, отъ оси вращенія, сосредоточены массы $m_1, m_2, m_3 \ldots$; всѣ эти массы можно (по 1) перемѣстить параллельно оси вращенія въ одну плоскость перпендикулярную къ этой оси; пусть послѣ этого данныя массы размѣщены въ точкахъ $a, b, c, \ldots$ (фиг. 59) плоскости чертежа, пересѣкающей ось въ o; въ этой плоскости построимъ окружность радіуса единицы и съ центромъ въ o; отмѣтимъ точки $a', b', c', \ldots$, въ которыхъ наша окружность пересѣкаетъ прямыя $oa, ob, oc, \ldots$; въ нихъ помѣстимъ массы $m_1 r_1^2$, $m_2 r_2^2$, $m_3 r_3^2, \ldots$; моменты инерціи ихъ равны моментамъ инерціи данныхъ массъ, затѣмъ (по 2) эти массы можно сосредоточить въ одной точкѣ s окружности; масса этой точки будетъ, очевидно, равна суммѣ моментовъ инерціи всѣхъ точекъ тѣла или моменту инерціи даннаго тѣла: $J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots$



Фиг. 59.

§ 7. Выше (§ 3) мы видѣли, что всѣ вращающія силы можно замѣнить одною силою, а теперь доказали, что вращающееся тѣло можно замѣнить одною точкою. Послѣ всего этого вопросъ о вращеніи тѣла подъ дѣйствіемъ данныхъ силъ рѣшается очень просто. Представимъ себѣ, что тѣло состоитъ изъ точекъ съ массами $m_1, m_2 \ldots$, отстоящихъ на $r_1, r_2, \ldots$, отъ оси вращенія, и что къ нимъ приложены вращающія силы $f_1, f_2, \ldots$. Измѣняя данныя массы въ $m_1 r_1^2$, $m_2 r_2^2$, ..., можно ихъ перенести въ одну точку, отстоящую на единицу отъ оси; въ этой точкѣ такимъ образомъ сосредоточится масса, равная моменту инерціи тѣла:

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots;$$

далѣе и всѣ вращающія силы, измѣняя ихъ въ $f_1 r_1$, $f_2 r_2$, ..., можно перенести въ ту же точку, гдѣ онѣ складываются въ одну равнодѣйствующую, равную суммѣ моментовъ вращенія данныхъ:

$$D = f_1 r_1 + f_2 r_2 + \ldots.$$

Вмѣсто безчисленнаго множества частицъ тѣла и столькихъ же вращающихъ силъ мы можемъ слѣдовательно представить себѣ, что въ одной точкѣ, находящейся въ разстояніи единицы отъ оси, сосредоточена масса J, и что на нее дѣйствуетъ вращающая сила D. Къ такому случаю мы можемъ, понятно, примѣнить второй законъ Ньютона и сказать, что наша точка (а слѣдовательно и все наше тѣло) приходитъ во вращеніе съ ускореніемъ равнымъ угловому ускоренію всего тѣла, которое опредѣляется отношеніемъ силы D къ массѣ J:

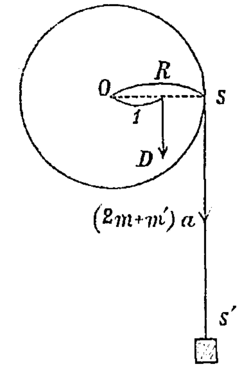
$$\alpha = \frac{D}{J}. \qquad (1)$$

Отсюда заключаемъ, что *угловое ускореніе вращающагося тѣла равно моменту вращенія всѣхъ силъ, раздѣленному на моментъ инерціи тѣла.*

Если $D = 0$, то и $\alpha = 0$, т. е. если моментъ вращенія всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на тѣло, равенъ нулю, то такія силы не вліяютъ на состояніе тѣла: оно остается въ покоѣ, если было и прежде неподвижно, или вращается равномѣрно, если передъ тѣмъ такъ двигалось.

§ 8. Теперь мы можемъ дополнить теорію машины Атвуда (II,

§ 6). Вѣсъ $m'g$ прибавочнаго груза приводитъ въ движеніе не только три груза (массы $2m + m'$), но заставляетъ еще вращаться около горизонтальной оси o (фиг. 60) блокъ или колесо, радіусъ котораго назовемъ R; если масса $2m + m'$ падаетъ съ ускореніемъ a', то для этого требуется сила $(2m+m')\,a'$; если колесо, моментъ инерціи котораго J, вертится съ угловымъ ускореніемъ α, то къ нему въ единицѣ разстоянія отъ оси должна быть приложена вращающая сила $D = \alpha J$. Первая изъ этихъ силъ вертикальна и приложена къ какой нибудь точкѣ нити ss'; пусть она приложена въ s; вторую силу можно перенести на окружность колеса, напр. въ ту же точку s, уменьшая ее въ R разъ; такъ какъ эта сила должна быть перпендикулярна къ плечу os, то она параллельна первой; сумма обѣихъ этихъ силъ должна равняться данной, $m'g$:



Фиг. 60.

$$m'g = (2m + m')\,a' + \frac{\alpha J}{R};$$

линейное ускореніе на окружности, $R\alpha$, должно равняться ускоренію нити, a'; поэтому предыдущее уравненіе можно написать такъ:

$$m'g = \left(2m + m' + \frac{J}{R^2}\right)a'.$$

Пусть колесо наше состоитъ изъ массивнаго обруча и тонкихъ спицъ, массою которыхъ можно пренебречь; тогда всю массу μ колеса можно считать сосредоточенною на окружности радіуса R; моментъ инерціи такого колеса $J = \mu R^2$; подставляя это значеніе J въ предыдущее уравненіе, имѣемъ

$$m'g = (2m + m' + \mu)\,a'.$$

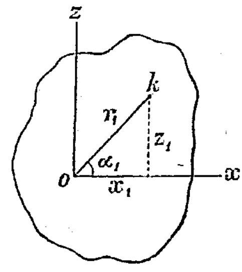
Вотъ точная формула, устанавливающая связь между ускореніемъ a', наблюдаемымъ въ машинѣ Атвуда, и ускореніемъ силы тяжести, g.

§ 9. Положимъ, что вращающая сила дѣйствуетъ на тѣло короткое время, τ, и вызываетъ въ немъ измѣненіе $\Delta\varphi$ угловой скорости; по § 3, Гл. III угловое ускореніе $\alpha = \Delta\varphi / \tau$ и слѣдовательно (по 1)

$$\Delta\varphi = \frac{D\tau}{J}, \tag{2}$$

т. е. измѣненіе угловой скорости $\Delta\varphi$ вращающагося тѣла, вызываемое импульсомъ $D\tau$ вращающей силы, тѣмъ меньше, чѣмъ больше его моментъ инерціи J. Поэтому-то къ вращающимся частямъ машинъ, на которыя (какъ въ токарныхъ станкахъ, въ паровыхъ машинахъ и т. п.) дѣйствуютъ непостоянныя силы, придѣлываютъ такъ называемое *маховое колесо*, т. е. дискъ или колесо большого момента инерціи; тогда колебанія въ величинѣ силы, движущей машину, имѣютъ лишь незначительное вліяніе на ея ходъ и мало измѣняютъ скорость вращающейся части.

§ 10. Положимъ, что тѣло вращается около нѣкоторой оси. Проведемъ оси координатъ такъ, чтобы ось y (перпендикулярная къ плоскости чертежа) совпадала съ осью вращенія нашего тѣла; при вращеніи тѣла съ угловою скоростью φ, точка k (фиг. 61) описываетъ окружность радіуса $ok = r_1$; слѣдовательно на точку k массы m_1 дѣйствуетъ при этомъ направленная къ o центростремительная сила $f_1 = m_1 v_1^2 / r_1$, гдѣ v_1 — линейная скорость разсматриваемой точки; но $v_1 = r_1\varphi$ и потому $f_1 = m_1 r_1 \varphi^2$; разложимъ эту силу на составляющія X_1 и Z_1 параллельныя осямъ x и z; назвавъ α_1 уголъ kox, имѣемъ



Фиг. 61.

$$X_1 = f_1 \operatorname{Cos}\alpha_1 = m_1 r_1 \varphi^2 \operatorname{Cos}\alpha_1, \quad Z_1 = f_1 \operatorname{Sin}\alpha_1 = m_1 r_1 \varphi^2 \operatorname{Sin}\alpha_1;$$

но изъ чертежа видно, что $\operatorname{Cos}\alpha_1 = x_1 / r_1$ и $\operatorname{Sin}\alpha_1 = z_1 / r_1$, и потому

$$X_1 = m_1 x_1 \varphi^2, \quad Z_1 = m_1 z_1 \varphi^2.$$

По третьему закону Ньютона обращающаяся точка дѣйствуетъ на ось вращенія съ такой же величины центробѣжною силою, $-f_1$, составляющія которой $-X_1$ и $-Z_1$. Другія точки вращающагося тѣла дѣйствуютъ на ось съ центробѣжными силами $-X_2$, $-Z_2$, $-X_3$, $-Z_3 \ldots$; всѣ силы параллельныя оси x складываются въ одну X, а всѣ силы параллельныя оси z складываются въ одну Z; эти силы можно представить такъ:

$$X = X_1 + X_2 + \ldots = \varphi^2 \, (m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots)$$
$$Z = Z_1 + Z_2 + \ldots = \varphi^2 \, (m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots)$$

или по § 3, Гл. II

$$X = M\xi\varphi^2, \; Z = M\zeta\varphi^2$$

гдѣ M — масса вращающагося тѣла, а ξ и ζ — координаты его центра тяжести въ разсматриваемый моментъ времени; X и Z можно наконецъ разсматривать, какъ взаимно перпендикулярныя составляющія одной силы, величина которой:

$$F = \sqrt{X^2 + Z^2} = M\varphi^2 \sqrt{\xi^2 + \zeta^2} = M\varphi^2 \rho,$$

гдѣ ρ означаетъ разстояніе центра тяжести тѣла отъ оси y, около которой оно вращается. Отсюда заключаемъ, что *вращающееся тѣло давитъ на свою ось съ силою пропорціональною своей массѣ, квадрату угловой скорости и разстоянію центра тяжести отъ оси; эта сила всегда бываетъ направлена къ центру тяжести.*

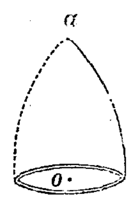
Если ось вращенія проходитъ чрезъ центръ тяжести тѣла, $\rho = 0$ то и $F = 0$; т. е. тогда ось не испытываетъ никакого давленія; въ этомъ случаѣ ось вращенія называется *свободною;* ось вращенія, не проходящая чрезъ центръ тяжести, называется *несвободною.* Если хотимъ привести тѣло во вращеніе около несвободной оси, то послѣднюю надо укрѣпить, иначе давленіе вращающагося тѣла на ось, непрерывно мѣняясь въ своемъ направленіи, заставляетъ трястись какъ ось (а слѣдовательно и само вращающееся тѣло), такъ и тѣла съ нею соединенныя; чтобы устранить это явленіе (крайне нежелательное во многихъ практическихъ случаяхъ, напр. въ большихъ машинахъ), стоитъ только центръ тяжести вращающагося тѣла перемѣстить на его ось вращенія.

Вращающееся тѣло, предоставленное самому себѣ, перемѣщаетъ свою ось вращенія до тѣхъ поръ, пока она не станетъ проходить чрезъ его центръ тяжести.

Давленіе вращающагося тѣла на свою несвободную ось легко обнаруживается слѣдующимъ опытомъ. Къ центробѣжному станку прикрѣпляютъ дискъ такъ, чтобы его центръ тяжести помѣщался на оси станка; если къ концамъ одного изъ діаметровъ диска прикрѣпить два равныхъ груза, то центръ тяжести всей системы (диска и грузовъ) будетъ на прежнемъ мѣстѣ, и дискъ будетъ плавно вращаться около своей свободной оси, не производя на нее давленія. Но если оба груза прикрѣпить въ одномъ мѣстѣ, то центръ тяжести смѣстится въ сторону грузовъ (II, § 3), и при вращеніи системы съ нѣкоторою скоростью, какъ дискъ такъ и станокъ, даже столъ, на которомъ онъ стоитъ, начинаютъ сильно трястись.

§ 11. При вращеніи около свободной оси, тѣло не давитъ на ось, и послѣдняя не измѣняется; если же тѣло вращается около другой оси, которая можетъ измѣняться, то дѣйствующія на нее давленія перемѣщаютъ ее до тѣхъ поръ, пока она не станетъ проходить чрезъ центръ тяжести тѣла. Такъ если мы привѣсимъ тѣло къ шнурку и, закручивая послѣдній, заставимъ тѣло вращаться, то оно будетъ измѣнять свое положеніе до тѣхъ поръ, пока ось вращенія не пройдетъ чрезъ его центръ тяжести.

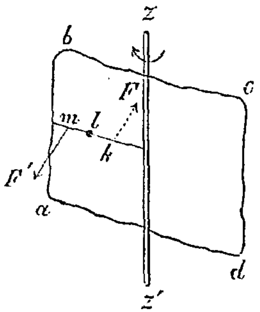
Но чрезъ центръ тяжести тѣла проходитъ безчисленное множество прямыхъ; около всякой-ли изъ этихъ прямыхъ вращается наше свободное тѣло одинаково безразлично? Опытъ показываетъ, что свободное тѣло вращается около той изъ осей, проходящихъ чрезъ его центръ тяжести, для которой моментъ инерціи тѣла наибольшій; эту ось называютъ *главною свободною осью* тѣла. Такъ напр. если къ шнурку привязать дискъ за край, то, закручивая верхній конецъ шнурка и приводя такимъ образомъ дискъ въ быстрое вращеніе около вертикальной оси, мы замѣтимъ, что онъ принимаетъ горизонтальное положеніе, при чемъ центръ тяжести его o (фиг. 62) помѣстится на одной вертикали съ точкою привѣса a.



Фиг. 62.

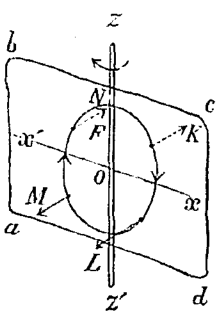
§ 12. Вращающееся тѣло обладаетъ еще однимъ важнымъ свойствомъ, а именно *тѣло, вращающееся около своей главной оси, стремится сохранить ея направленіе въ пространствѣ*.

Представимъ себѣ сперва плоскость $abcd$ (фиг. 63), вращающуюся около оси zz'; каждая точка этой плоскости обладаетъ тѣмъ большею линейною скоростью, чѣмъ дальше она лежитъ отъ оси. Пусть матеріальная точка, не оставляющая нашей плоскости, движется по ней; если эта точка приближается къ оси, напр. изъ l въ k, то, сохраняя по инерціи свою прежнюю скорость, она стремится опередить вращающуюся плоскость и потому давитъ на нее съ силою F, направленною въ сторону вращенія; если же точка удаляется отъ оси, напр. изъ l въ m, то она стремится отстать отъ вращающейся плоскости и потому давитъ на нее съ силою F', направленною противъ вращенія.



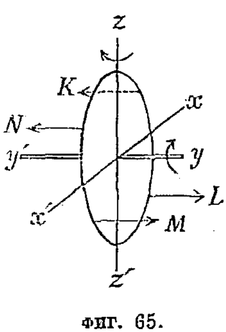
Фиг. 63.

Представимъ себѣ еще, что матеріальная точка, не оставляющая вращающейся около оси zz' плоскости $abcd$ (фиг. 64), движется по ней описывая окружность, центръ которой o на оси вращенія; въ различныхъ квадрантахъ своего пути движущаяся точка давитъ на плоскость различно: въ квадрантѣ zox она удаляется отъ оси вращенія и потому давитъ съ силою K—противъ движенія плоскости, въ квадрантѣ xoz' точка приближается къ оси и давитъ съ силою L — по направленію движенія плоскости; въ квадрантѣ $z'ox'$ точка опять удаляется отъ оси и давитъ съ силою M противъ движенія плоскости; наконецъ въ послѣднемъ квадрантѣ $x'oz$ точка приближается къ оси и давитъ съ силою N—въ сторону движенія плоскости. Такъ какъ правая половина вращающейся плоскости приближается къ намъ, а лѣвая удаляется отъ насъ, то силы L и M направлены впередъ, а K и N — назадъ. Эти силы очевидно стремятся повѣрнуть плоскость $abcd$ около оси xx'.



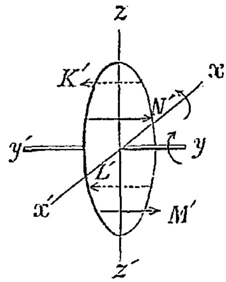
Фиг. 64.

Представимъ себѣ теперь дискъ, быстро вращающійся около оси yy' (фиг. 65), перпендикулярной къ нему и проходящей чрезъ его центръ. Если такой дискъ повернуть около оси zz', то въ немъ по предыдущему, развиваются силы K, L, M и N, которыя повертываютъ дискъ около оси xx'. Но вращеніе диска около оси xx' развиваетъ въ немъ силы K', L', M' и N' (фиг. 66), которыя повертываютъ его около оси $z'z$. И такъ



Фиг. 65.

отклоняя ось вращающагося диска концомъ y впередъ, мы вызываемъ силы, которыя сперва отклоняютъ эту ось по перпендикулярному направленію, концомъ y вверхъ, а затѣмъ отбрасываютъ ее концомъ y назадъ: какъ будто ось вращающагося тѣла стремится сохранить свое направленіе въ пространствѣ.

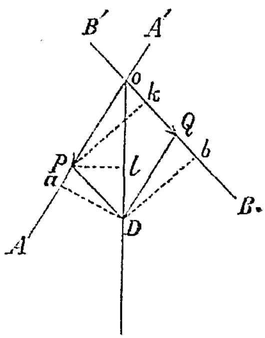


Фиг. 66.

Только что описанный приборъ — состоящій изъ массивнаго диска, удобоподвижнаго около перпендикулярной къ нему и проходящей черезъ его центръ оси — называется *гироскопомъ;* на немъ легко демонстрировать указанныя свойства вращающихся тѣлъ. Не вращающійся гироскопъ легко повертывать въ рукахъ; но при повертываніи оси вращающагося гироскопа, мы испытываемъ значительное сопротивленіе, при чемъ гироскопъ какъ бы вырывается изъ рукъ. Если одинъ конецъ оси гироскопа опереть о подставку, то онъ упадетъ. Если же гироскопу сообщить предварительно быстрое вращеніе, то нижній конецъ оси, приведенной въ вертикальное положеніе, можно опереть на столъ, и гироскопъ не упадетъ, ибо ось вращающагося гироскопа сохраняетъ свое направленіе въ пространствѣ (и притомъ сохраняетъ съ тѣмъ большимъ упорствомъ, чѣмъ быстрѣе вращается). Если ось вращающагося гироскопа поставить наклонно, то сила тяжести стремится еще болѣе ее наклонить; но ось отклоняется въ сторону и приподнимается; такъ какъ сила тяжести непрерывно дѣйствуетъ на ось, то послѣдняя непрерывно движется, описывая конусъ. Если одинъ конецъ приведенной въ горизонтальное положеніе оси вращающагося гироскопа привязать къ нити, за которую его и держать, то онъ будетъ вращаться въ горизонтальной плоскости; сила тяжести стремится наклонить ось, а развивающіяся въ гироскопѣ силы вращаютъ ось въ горизонтальной плоскости и уравновѣшиваютъ силу тяжести.

Обручъ, поставленный вертикально, падаетъ; но если обручъ покатить, то онъ, вращаясь при этомъ около своей оси, сохраняетъ ея горизонтальное направленіе и не падаетъ; сперва, когда обручъ быстро вертится, ось его значительно сопротивляется силѣ тяжести, и онъ катится по прямой; но когда движеніе обруча замедляется, сила тяжести наклоняетъ его ось, и онъ, повертывая свою ось въ сторону, измѣняетъ направленіе движенія. На этомъ свойствѣ катящагося обруча основана ѣзда на бициклахъ.

§ 13. До сихъ поръ мы разсматривали преимущественно вращеніе тѣла около неподвижной оси. Теперь представимъ себѣ, что въ тѣлѣ неподвижна лишь одна точка O (фиг. 67), и заставимъ его одновременно вращаться около прямой AA' со скоростью $OP = \varphi_1$ и около прямой BB' со скоростью $OQ = \varphi_2$. Найдемъ, какъ складываются эти два вращенія.



Фиг. 67.

Построимъ параллелограммъ $OPDQ$ на данныхъ скоростяхъ OP и OQ, какъ на сторонахъ, и докажемъ, что точки тѣла, лежащія на діагонали OD этого параллелограмма, будутъ неподвижны, такъ что прямая OD будетъ служить осью вращенія нашего тѣла. Изъ точки D опустимъ перпендикуляры Da и Db на оси складываемыхъ вращеній; относительно оси AA' точка D движется за плоскость чертежа съ линейною скоростью $Da . \varphi_1$, относительно оси BB' — точка D движется впередъ плоскости чертежа со скоростью $Db . \varphi_2$; но $\triangle\, a\, D\, P \sim \triangle\, b\, D\, Q$ и потому $PD : Da = QD : Db$, откуда (такъ какъ $PD = \varphi_2$ и $QD = \varphi_1$)

$$Da . \varphi_1 = Db . \varphi_2 ,$$

т. е. точка D обладаетъ двумя равными и противоположными скоростями, которыя взаимно уничтожаются, такъ что точка D остается неподвижною; понятно, что и вся прямая OD неподвижна и служитъ осью вращенія для нашего тѣла. Съ какою же скоростью φ вращается тѣло около оси OD? Для этого замѣтимъ, что линейная скорость v какой нибудь точки около оси OD слагается изъ линейныхъ скоростей этой точки, около осей AA' и BB', v_1 и v_2, такъ что $v = v_1 + v_2$. Для простоты разсмотримъ точку P: около оси AA' она не вращается, $v_1 = 0$; около BB' вращается съ линейною скоростью $v_2 = Pk . \varphi_2$, около OD она вращается съ линейною скоростью $v = Pl . \varphi$; по сказанному выше

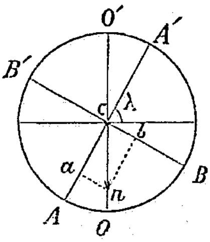
$$Pk . \varphi_2 = Pl . \varphi ;$$

но $Pk . \varphi_2 = Pk . OQ$ есть площадь параллелограмма $OPDQ$, которая равна удвоенной площади $\triangle DPO$ и слѣд. $= OD \,.\, Pl$; и такъ

$$Pk \,.\, \varphi_2 = Pl \,.\, OD.$$

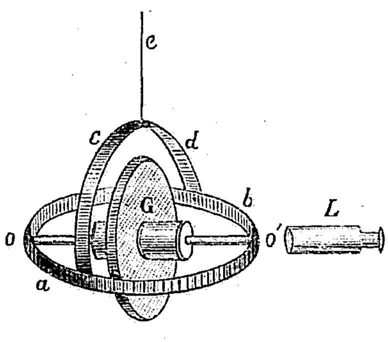
Сравнивая эти уравненія, находимъ, что $OD = \varphi$, т. е. *составная угловая скорость представляется діагональю параллелограмма, построеннаго на складываемыхъ угловыхъ скоростяхъ, какъ на сторонахъ*. Такимъ образомъ угловыя скорости складываются по извѣстному правилу параллелограмма.

Понятно, что правило параллелограмма позволяетъ и разлагать угловую скорость на двѣ или большее число слагаемыхъ. Разсмотримъ одинъ случай такого разложенія. Земля вращается около своей оси OO' (фиг. 68) съ угловою скоростью φ, которую можно представить отрѣзкомъ cn; вращеніе это можно замѣнить вращеніями около взаимно перпендикулярныхъ осей AA' и BB' со скоростями, представляемыми отрѣзками $ca = cn.\mathrm{Sin}\,\lambda = \varphi\,\mathrm{Sin}\lambda$ и $cb = cn.\mathrm{Cos}\lambda = \varphi\,\mathrm{Cos}\,\lambda$, гдѣ λ — географическая широта точки A'. И такъ движеніе какого нибудь мѣста поверхности земли можно разсматривать, какъ составленное изъ двухъ движеній: изъ вращенія около нѣкоторой вертикали и изъ перемѣщенія вмѣстѣ съ послѣднею (вращающеюся около перпендикулярной оси).



Фиг. 68.

§. 14. Объяснимъ въ заключеніе примѣненіе гироскопа къ доказательству вращенія земли около оси. Подвѣсимъ гироскопъ такъ, чтобы ось его могла принимать всевозможныя направленія; для этого ось oo' (фиг. 69) гироскопа G опираютъ въ углубленія кольца ab, которое поддерживается дугою cd и удобоподвижно около діаметра перпендикулярнаго къ oo'; дуга cd подвѣшивается наконецъ за нить e. Если гироскопъ привести въ быстрое вращеніе, то онъ будетъ сохранять неизмѣннымъ направленіе своей оси; между тѣмъ если на кольцѣ ab сдѣлать дѣленія и смотрѣть на



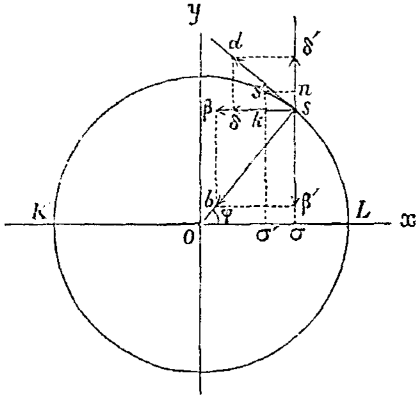
Фиг. 69.

нихъ въ трубу L, то замѣтимъ перемѣщеніе этихъ дѣленій; это происходитъ отъ того, что земля и всѣ предметы, на ней находящіеся, вращаются около земной оси; но движеніе данной части земной поверхности можно, какъ мы знаемъ (§ 12), разсматривать состоящимъ изъ вращенія около вертикали c и перемѣщенія въ пространствѣ вмѣстѣ съ этою вертикалью; послѣднее движеніе не имѣетъ вліянія на относительное расположеніе предметовъ, а первое обусловливаетъ то, что труба L, вращаясь около неподвижнаго въ пространствѣ кольца ab, направляется послѣдовательно къ различнымъ его дѣленіямъ.

ГЛАВА VI.

Колебательное движеніе и маятникъ.

§. 1. Если точка движется взадъ и впередъ по одному пути, то говорятъ, что она колеблется или качается, совершаетъ колебанія или качанія. Разсмотримъ здѣсь только такъ называемыя *простыя колебанія*.



Фиг. 70.

Чтобы составить понятіе объ этомъ движеніи и вывести его законы, вообразимъ себѣ точку s (фиг. 70), равномѣрно обращающуюся съ періодомъ T по окружности радіуса R, центръ которой, O, примемъ за начало осей координатъ x и y; положеніе этой точки условимся опредѣлять угломъ φ между радіусомъ Os, чрезъ нее проходящимъ, и осью x. Скорость нашей точки представляется (III, § 2) отрѣзкомъ касательной

$$sd = V = \frac{2\pi R}{T},$$

а ускореніе — отрѣзкомъ радіуса

$$sb = A = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Изъ обращающейся точки s будемъ опускать перпендикуляръ на ось

x; — подошва σ этого перпендикуляра будетъ двигаться взадъ и впередъ по діаметру окружности, совпадающему съ осью x, или будетъ качаться по діаметру LK. Когда точка s движется по верхней половинѣ окружности отъ L къ K, точка σ движется влѣво, а когда точка s движется по нижней половинѣ окружности, отъ K къ L, точка σ движется вправо. Точка s называется образующею по отношенію къ качающейся точкѣ σ. Понятно, что точка σ проходитъ путь отъ L до K и назадъ, отъ K до L, т. е. совершаетъ полное колебаніе въ теченіе времени T; это время называется *періодомъ колебанія* нашей точки. Обратная величина періода колебаній, $1/T = N$, есть число колебаній, которое точка совершаетъ въ теченіе секунды; это число называется *высотою* даннаго колебанія. Наибольшое перемѣщеніе качающейся точки, OL или OK, равное радіусу R окружности, называется *амплитудою* ея колебаній. Среднее положеніе, O, качающейся точки называется *центромъ ея колебаній*.

Разсмотримъ малое перемѣщеніе ss' обращающейся точки; оно можетъ быть замѣнено двумя перемѣщеніями sk и sn по направленіямъ осей x и y; горизонтальная слагаемая sk равна одновременному перемѣщенію $\sigma\sigma'$ качающейся точки. Скорость обращенія V можетъ быть замѣнена ея двумя взаимно перпендикулярными слагаемыми: $s\delta = V\,\mathrm{Sin}\,\varphi$ и $s\delta' = V\,\mathrm{Cos}\,\varphi$, направленными по осямъ x и y; понятно, что горизонтальная слагаемая $s\delta$ будетъ скоростью горизонтальнаго передвиженія sk или одновременнаго передвиженія $\sigma\sigma'$ качающейся точки. Ускореніе A точно также можно замѣнить двумя взаимно перпендикулярными слагаемыми: $s\beta = A\,\mathrm{Cos}\,\varphi$ и $s\beta' = A\,\mathrm{Sin}\,\varphi$; горизонтальная слагаемая ускоренія, $s\beta$, будетъ ускореніемъ горизонтальнаго передвиженія $\sigma\sigma'$ качающейся точки.

Теперь уже нетрудно найти законы качаній точки. Изъ чертежа видно, что ея *перемѣщеніе*, т. е. ея разстояніе отъ центра

$$x = O\sigma = R\,.\,\mathrm{Cos}\,\varphi;$$

это перемѣщеніе положительное, если оно направлено вправо отъ O (т. е. если φ лежитъ между 0° и 90° или между 0° и -90°) и отрицательное, если направлено влѣво (т. е. если φ лежитъ внѣ указанныхъ предѣловъ). Уголъ φ возрастаетъ пропорціонально времени; въ теченіе T этотъ уголъ увеличивается на 2π; въ теченіе t онъ увеличивается на

$2\pi t/T$; слѣдовательно по истеченіи t сек. послѣ начала $\varphi = 2\pi t/T$ и перемѣщеніе качающейся точки можно представить такъ:

(1) $$x = R.\mathrm{Cos}\, 2\pi \frac{t}{T}.$$

Точка эта обладаетъ въ разсматриваемый моментъ скоростью

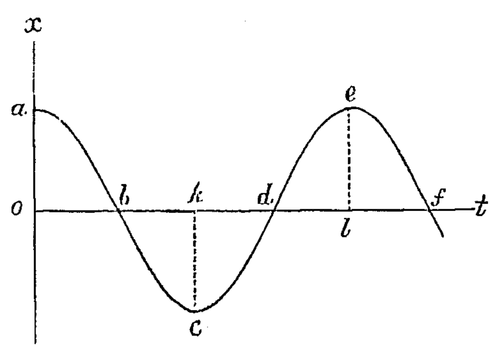
(2) $$v = s\delta = -V\mathrm{Sin}\,\varphi = -\frac{2\pi R}{T}\,\mathrm{Sin} 2\pi \frac{t}{T}$$

и ускореніемъ

(3) $$a = s\beta = -A\,\mathrm{Cos}\,\varphi = -\frac{4\pi^2 R}{T^2}\,\mathrm{Cos} 2\pi \frac{t}{T}.$$

Перемѣщеніе представляется на нашемъ чертежѣ отрѣзкомъ $O\sigma$, направленнымъ въ одну сторону (вправо), а скорость и ускореніе—отрѣзками, $s\delta$ и $s\beta$, направленными въ противоположную сторону; поэтому мы и приняли перемѣщеніе одного знака, а скорость и ускореніе—другого. При вычисленіи по предыдущимъ формуламъ въ аргументѣ $2\pi t/T$ откидываютъ цѣлое число окружностей; остатокъ называютъ *фазою* колебанія. Если двѣ колеблющіяся точки имѣютъ одновременно перемѣщенія $x = R\,\mathrm{Cos}\,\varphi$ и $x' = R\,\mathrm{Cos}\,(\varphi + \alpha)$, то α называется разностью фазъ. Если разность фазъ равна четному числу π, то мы будемъ такія фазы считать одинаковыми; если эта разность равна нечетному числу π, то мы будемъ называть такія фазы противоположными.

Колебательное движеніе можно представить графически; будемъ откладывать время на оси абсциссъ, а перемѣщенія, опредѣляемыя форм. (1), на ординатахъ; положительныя перемѣщенія—вверхъ, отрицательныя—внизъ; получится кривая $abcdef\ldots$ (фиг. 71), такъ называемая синусоида, періодически пересѣкающая горизонтальную ось. Отрѣзки oa, kc, … представляютъ амплитуду, а $ol = bf = \ldots$ періодъ колебаній.



Фиг. 71.

Скорость и ускореніе, опредѣляемыя уравненіями (2) и (3), представляются тоже синусоидами того же періода, но съ амплитудами $2\pi R/T$ и $4\pi^2 R/T^2$ и съ начальными фазами $\pi/2$ и π.

Если уравненіе (3) раздѣлить на (1), то находимъ

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2}x, \tag{4}$$

т. е. *ускореніе точки, совершающей простое колебаніе, пропорціонально ея перемѣщенію и противоположно ему по знаку*. Такъ какъ перемѣщеніе всегда считается направленнымъ отъ центра колебаній, то ускореніе бываетъ всегда направлено къ этому центру.

Сила, вызывающая простое колебаніе точки, выражается произведеніемъ ея массы на ускореніе, которымъ она обладаетъ; такъ сила, дѣйствующая на качающуюся по оси x точку массы m, будетъ

$$F = ma = -\frac{4\pi^2}{T^2}m\,x, \tag{5}$$

т. е. *сила, заставляющая точку совершать простыя колебанія, пропорціональна ея перемѣщенію и направлена ему противоположно;* такимъ образомъ сила, вызывающая въ точкѣ простыя качанія, всегда направлена къ центру ея колебаній.

Выше мы разсматривали одну лишь горизонтальную слагающую обращенія точки по кругу и это дало намъ простое колебаніе по оси x. Если бы мы подобнымъ же образомъ разсмотрѣли вертикальную слагаемую обращенія, то нашли бы простое колебаніе по оси y, представляемое формулами:

$$y = R\,\mathrm{Sin}\,2\pi\frac{t}{T},\quad v = s\delta' = \frac{2\pi R}{T}\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{t}{T},$$

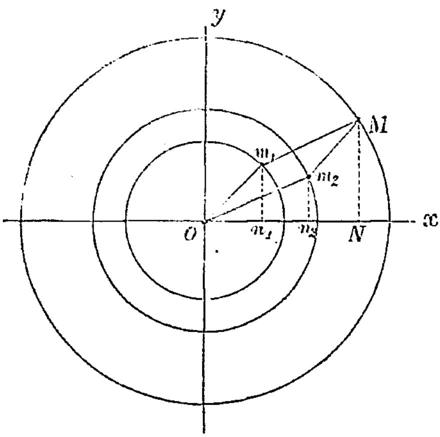
$$a = s\beta' = -\frac{4\pi^2 R}{T^2}\mathrm{Sin}\,2\pi\frac{t}{T},$$

въ которыхъ лишь аргументы отличаются на $\pi/2$ отъ аргументовъ соотвѣтствующихъ формулъ (1), (2) и (3). Отсюда заключаемъ, что *обращеніе по кругу разлагается на два простыхъ колебанія, направленныхъ взаимно перпендикулярно и различающихся въ своихъ фазахъ на $\pi/2$.*

§ 2. Если точка совершаетъ одновременно два простыхъ колебанія, то одновременныя перемѣщенія складываются въ одно по извѣстному правилу параллелограмма.

Разсмотримъ сперва сложеніе двухъ колебаній по одному направленію; въ этомъ случаѣ геометрическое сложеніе замѣняется алгебраическимъ; результатъ сложенія зависитъ отъ отношенія періодовъ складываемыхъ колебаній. Обратимъ вниманіе на нѣкоторые частные случаи.

1) *Интерференція колебаній* или сложеніе двухъ колебаній равныхъ періодовъ. Возьмемъ двѣ концентрическія окружности, радіусы которыхъ равнялись бы амплитудамъ данныхъ колебаній и представимъ себѣ, что по этимъ окружностямъ обращаются двѣ точки съ однимъ періодомъ; эти точки можно разсматривать какъ образующія данныхъ качающихся. Пусть въ извѣстный моментъ образующія точки занимаютъ положенія m_1 и m_2 (фиг. 72); уголъ m_1Om_2 есть разность фазъ данныхъ колебаній; одновременныя перемѣщенія будутъ: въ одномъ колебательномъ движеніи On_1, въ другомъ On_2.



Фиг. 72.

На радіусахъ Om_1 и Om_2, какъ на сторонахъ, построимъ параллелограммъ Om_1Mm_2 и изъ M опустимъ перпендикуляръ MN на ось x; понятно, что сумма перемѣщеній $On_1 + On_2 = On_1 + n_1N = ON$. Отсюда заключаемъ: точка M есть образующая для составного движенія. Такъ какъ уголъ m_1Om_2 не измѣняется съ теченіемъ времени, то M обращается равномѣрно и съ тѣмъ же періодомъ, какой имѣютъ данныя колебанія; слѣдовательно составное колебаніе простое и того же періода, какъ данныхъ; амплитуда его представляется отрѣзкомъ OM; если углы m_1Ox и m_2Ox суть начальныя фазы складываемыхъ колебаній, то MOx есть начальная фаза составного колебанія.

И такъ: *если на прямыхъ, наклоненныхъ подъ угломъ равнымъ разности фазъ данныхъ колебаній, отложить амплитуды ихъ и на этихъ отрѣзкахъ, какъ на сторонахъ, построить параллело-*

граммъ, то діагональ послѣдняго представитъ намъ амплитуду составного колебанія.

Ясно, что, пользуясь правиломъ параллелограмма, можно разлагать одно простое колебаніе на два другихъ того же періода; здѣсь является обычная для такого рода задачъ неопредѣленность; задача становится опредѣленною, если даны начальныя фазы обоихъ слагаемыхъ колебаній или начальная фаза и амплитуда одного изъ нихъ; если колебаніе амплитуды R и начальной фазы φ требуется разложить на два колебанія, начальныя фазы которыхъ 0 и $\pi/2$, то амплитуды ихъ будутъ $R\,\mathrm{Sin}\,\varphi$ и $R\,\mathrm{Cos}\,\varphi$.

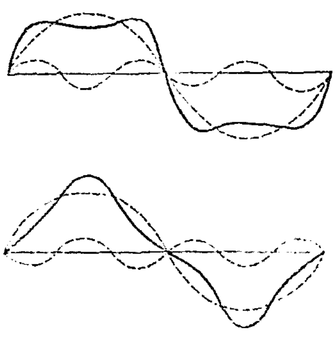
2) Пусть складываются два колебанія одинакихъ періодовъ и равныхъ амплитудъ; если при этомъ начальныя фазы одинаковы, то получается колебаніе съ удвоенною амплитудою; если же фазы противоположны, то діагональ нашего параллелограмма равна нулю, и *складываемыя колебанія взаимно уничтожаются.*

3) При остальныхъ равныхъ условіяхъ, величина діагонали OM нашего параллелограмма зависитъ отъ угла m_1Om_2, т. е. амплитуда составного колебанія зависитъ отъ разности фазъ складываемыхъ колебаній. Положимъ, что эта разность фазъ измѣняется на цѣлую окружность; это все равно, какъ если бы мы положили, что одна изъ сторонъ, напр. Om_1 $(=a_1)$ нашего параллелограмма неподвижна, а другая — Om_2 $(=a_2)$ — обращается на цѣлую окружность; понятно, что діагональ OM при этомъ измѣняется, принимая одинъ разъ наибольшую величину $=a_1+a_2$ (когда фазы одинаковы) и одинъ разъ наименьшую величину $=a_1-a_2$ (когда фазы противоположны).

Теперь представимъ себѣ, что складываются колебанія, высоты которыхъ различны; легко видѣть, что въ такомъ случаѣ амплитуда составного движенія не можетъ быть постоянна, она измѣняется съ теченіемъ времени. Положимъ сперва, что въ то время, когда въ одномъ движеніи совершается N качаній, въ другомъ ихъ совершается $N+1$; понятно, что въ теченіе этого времени радіусы образующихъ точекъ одинъ разъ совпадаютъ и одинъ разъ противоположны; слѣдовательно въ это время амплитуда составного движенія одинъ разъ принимаетъ наибольшее значеніе и одинъ разъ наименьшее. Теперь положимъ, что складываются колебанія, высоты которыхъ $N_1=nN$ и $N_2=n(N+1)$, т. е. отличаются на n; понятно, что амплитуда нашего составного колебанія n разъ въ секунду принимаетъ наибольшее значеніе и столько же разъ наименьшее значеніе. Періодическое измѣненіе амплитуды называется *біеніемъ* колебаній; однимъ біеніемъ считаютъ одинъ maximum и одинъ minimum амплитуды; изъ предыдущаго ясно, что *число біеній въ секунду равно разности высотъ складываемыхъ колебаній.*

4) Простыя колебанія, періоды которыхъ относятся какъ 1, 1/2, 1/3, ..., а высоты какъ 1, 2, 3, ..., называются *гармоническими;* изъ нихъ первое называется *основнымъ*, а другія — *высшими.* Примѣняя къ сложенію двухъ гармоническихъ колебаній указанное выше правило параллелограмма, найдемъ, что составное колебаніе будетъ хотя и не простое (представляемое синусоидою), но періодическое, съ періодомъ основного колебанія.

Результатъ сложенія двухъ или нѣсколькихъ колебаній можно найти слѣдующимъ способомъ: построимъ на одной оси синусоиды, изображающія складываемыя колебанія, и затѣмъ построимъ на этой же оси еще кривую, ординаты которой равнялись бы алгебраической суммѣ ординатъ складываемыхъ синусоидъ въ соотвѣтствующемъ мѣстѣ оси абсциссъ. Форма составного колебанія, т. е. форма періодической кривой, которая его изображаетъ, зависитъ не только отъ отношенія періодовъ складываемыхъ колебаній, но еще отъ ихъ амплитудъ и начальныхъ фазъ. На первомъ изъ прилагаемыхъ чертежей (фиг. 73), представленъ результатъ сложенія двухъ простыхъ колебаній, періоды которыхъ относятся какъ 1 къ 3, и начальныя фазы которыхъ одинаковы; а на второмъ — результатъ сложенія тѣхъ же колебаній, но начальныя фазы которыхъ противоположны.



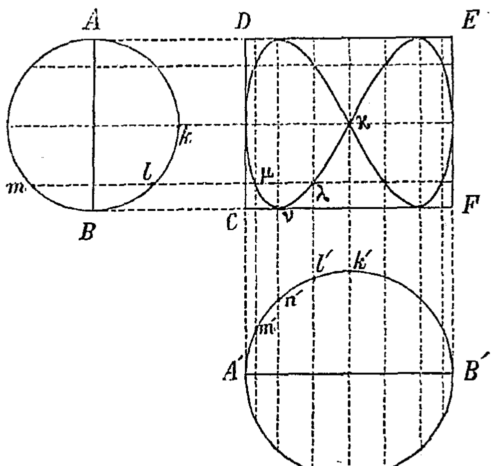
Фиг. 73.

По теоремѣ Фурье всякое періодическое движеніе можно разсматривать какъ результатъ сложенія нѣсколькихъ гармоническихъ колебаній, амплитуды и начальныя фазы которыхъ можно опредѣлить и притомъ единственнымъ образомъ.

§ 3. Разсмотримъ еще сложеніе двухъ взаимно перпендикулярныхъ колебаній.

Представимъ себѣ горизонтальную прямую трубку и въ ней свободно помѣщающійся шарикъ; пусть трубка, оставаясь горизонтальною, совершаетъ простыя колебанія по вертикальному направленію, поднимаясь вверхъ и опускаясь внизъ; самъ же шарикъ внутри трубки пусть тоже качается по горизонтальному направленію. Понятно, что въ дѣйствительности шарикъ будетъ описывать кривую, которая называется *фигурою Лисажу;* форма этой фигуры зависитъ отъ отношенія періодовъ и разности начальныхъ фазъ складываемыхъ колебаній.

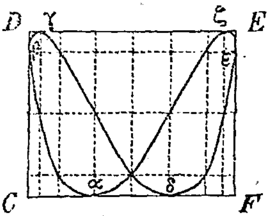
Сложимъ вертикальное и горизонтальное колебанія, періоды которыхъ относятся какъ 1 : 2. Радіусами равными амплитудамъ складываемыхъ колебаній построимъ двѣ окружности, по которымъ пусть движутся образующія точки; данныя колебанія пусть совершаются по вертикальному діаметру AB (фиг. 74) одной окружности и по горизонтальному діаметру $A'B'$ другой; пусть высота горизонтальнаго колебанія вдвое меньше высоты вертикальнаго; раздѣлимъ первую окружность на n, а вторую окружность на $2n$ равныхъ частей. Горизонтальныя прямыя, проведенныя чрезъ точки дѣленія первой окружности, представляютъ положенія качающейся трубки, которыя она принимаетъ чрезъ равные промежутки времени, а вертикальныя прямыя, проведенныя чрезъ точки дѣленія другой окружности, пересѣкаютъ предыдущія прямыя въ точкахъ, которыя опредѣляютъ положенія, занимаемыя чрезъ такіе же промежутки времени качающимся внутри трубки шарикомъ. Пусть k и k', l и l', B и n', m и m', ... суть одновременныя положенія образующихъ точекъ; понятно, что $\varkappa$, λ, μ, ... суть мѣста, которыя въ соотвѣтствующіе моменты занимаетъ въ дѣйствительности нашъ шарикъ. Кривая, соединяющая эти точки, представляетъ искомую фигуру Лисажу.



Фиг. 74.

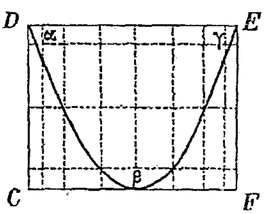
Мы предполагали, что начальныя фазы складываемыхъ колебаній одинаковы; при тѣхъ же періодахъ этихъ колебаній, но при другихъ начальныхъ фазахъ фигура Лисажу принимаетъ иную форму; такъ при разности начальныхъ фазъ въ $\pi/4$ она имѣетъ форму $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$ (фиг. 75), а при разности этихъ фазъ въ $\pi/2$ кривая принимаетъ форму $\alpha\beta\gamma$ (фиг. 76).

Если періоды складываемыхъ колебаній равны, то фигура Лисажу, смотря по разности начальныхъ фазъ, имѣетъ форму наклонной прямой, наклоннаго или прямого эллипса. При другихъ отношеніяхъ періодовъ фигуры Лисажу имѣютъ болѣе сложную форму.



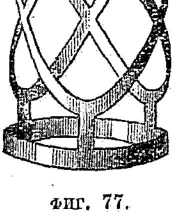
Фиг. 75.

Фигуры Лисажу бываютъ всегда вписаны въ прямоугольникъ амплитудъ $CDEF$ (фиг. 74), т. е. въ прямоугольникъ, стороны котораго параллельны и равны амплитудамъ складываемыхъ колебаній: $CD=AB$, $CF=A'B'$. Отношеніе числа точекъ прикосновенія фигуры Лисажу съ одною стороною прямоугольника амплитудъ къ числу точекъ ея прикосновенія съ другою ей не параллельною стороною равно отношенію высотъ складываемыхъ колебаній. Иногда точки прикосновенія фигуры Лисажу съ прямоугольникомъ амплитудъ бываютъ двойными; такъ точка β на чертежѣ 76 есть двойная.



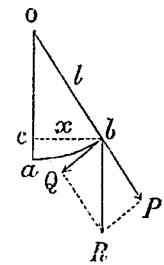
Фиг. 76.

Геометрическое изслѣдованіе свойствъ фигуръ Лисажу указываетъ на слѣдующій способъ ихъ образованія; если на поверхности цилиндра начертить сомкнутую синусоиду (если при одномъ обходѣ вокругъ цилиндра конецъ синусоиды не совпадетъ съ ея началомъ, ее надо далѣе обводить по поверхности цилиндра, пока не произойдетъ такое совпаденіе), то проекція такой синусоиды на плоскость параллельную оси цилиндра есть одна изъ фигуръ Лисажу.


Фиг. 77.

Если вырѣзать изъ картона синусоиду и, навернувъ на поверхность цилиндра, склеить концы полоски, то получается модель (фиг. 77), которая, будучи поставлена около стѣны и освѣщена горизонтальными лучами, дастъ на стѣнѣ тѣнь въ формѣ фигуры Лисажу.

§ 4. *Простымъ* или *математическимъ маятникомъ* называется нерастяжимая и невѣсомая нить съ тяжелою точкою на нижнемъ концѣ; верхній конецъ нити укрѣпленъ неподвижно. Осуществить такой маятникъ, хотя въ грубой формѣ, можно, привязавъ небольшой металлическій шарикъ къ нижнему концу тонкой нити. Если маятникъ въ покоѣ, то его нить вертикальна; но если маятникъ вывести изъ положенія равновѣсія, отклонивъ въ сторону, и затѣмъ предоставить самому себѣ, то онъ начнетъ качаться. Нетрудно видѣть, что качанія маятника обусловливаются силою тяжести; дѣйствительно, на тяжелую точку отклоненнаго маятника Ob (фиг. 78) дѣйствуетъ вертикальная сила R; разложимъ ее на двѣ составляющія: P по направленію нити и Q — по перпендикуляру къ нити; понятно, что первая сила только вытягиваетъ нить, а вторая приводитъ маятникъ въ движеніе, приближая его къ положенію равновѣсія Oa; при этомъ движущая сила, направленная влѣво, постепенно уменьшается и исчезаетъ въ тотъ моментъ, когда маятникъ проходитъ чрезъ свое положеніе равновѣсія; но, благодаря пріобрѣтенной скорости, маятникъ пойдетъ дальше и отклонится влѣво отъ вертикали Oa; при этомъ составляющая силы тяжести, взятая по перпендикуляру къ маятнику, будетъ направлена вправо и потому будетъ замедлять его движеніе; въ извѣстный моментъ маятникъ остановится и подъ дѣйствіемъ этой силы начнетъ двигаться назадъ. Тяжелая точка маятника качается слѣдовательно около a, какъ около центра.



Фиг. 78.

Выяснивъ причину качаній маятника, найдемъ законы ихъ; при этомъ ограничимся лишь малыми качаніями, когда наибольшіе углы отклоненія маятника отъ вертикали или амплитуды его качаній не превышаютъ 1° или 2°. Въ такомъ случаѣ маятникъ совершаетъ, какъ нетрудно видѣть, знакомыя намъ простыя колебанія; дѣйствительно, если изъ b опустить перпендикуляръ bc на вертикаль Oa, то $\triangle RQb \backsim \triangle Ocb$ и потому

$$Q : R = cb : Ob \tag{6}$$

гдѣ $R = mg$ (m — масса тяжелой точки маятника); Q — сила, движущая маятникъ, величину которой мы обозначимъ f; Ob — разстояніе тяжелой точки маятника отъ точки привѣса или такъ называемая *длина маятника*, которую будемъ означать l; наконецъ cb — при условіи малыхъ колебаній — лишь очень мало отличается отъ ab, т. е. отъ перемѣщенія, x, качающейся точки. Подставляя эти значенія въ предыдущее уравненіе и условившись всѣ величины (перемѣщеніе, силу и т. д.), направленныя вправо, считать положительными, а направленныя влѣво — отрицательными, находимъ

$$f = -\frac{mg}{l}x.$$

Отсюда видимъ, что сила, приложенная къ тяжелой точкѣ маятника всегда пропорціональна ея разстоянію отъ a и направлена къ этой точкѣ a; слѣдовательно величина и направленіе нашей силы таковы, что точка, находящаяся подъ ея дѣйствіемъ, должна совершать простыя колебанія; но для силы, вызывающей простыя колебанія, мы имѣли еще такое выраженіе (§ 1):

$$f = -\frac{4\pi^2}{T^2}mx.$$

Сравнивая эти уравненія, находимъ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{7}$$

Эта такъ называемая *формула маятника* опредѣляетъ время полнаго колебанія, въ теченіе котораго онъ совершаетъ свое движеніе отъ одного крайняго положенія до другого и затѣмъ назадъ въ первое крайнее положеніе; время простого колебанія, T_1, т. е. продолжительность движенія маятника отъ одного крайняго положенія до другого вдвое меньше и потому

$$T_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{7'}$$

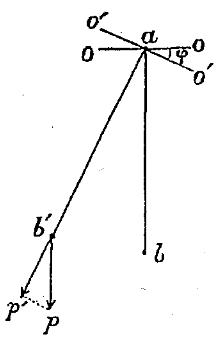
Изъ выведенной формулы слѣдуетъ, что продолжительность качаній маятника зависитъ только отъ его длины и напряженія силы тяжести, но она не зависитъ отъ амплитуды качаній (если только она не велика). Это свойство маятника совершать съ одинаковою продолжительностью качанія различныхъ (малыхъ) амплитудъ называется ихъ *изохронностью.*

Изохронность качаній маятника была открыта Галилеемъ въ 1583 г.; формула маятника была выведена Гюйгенсомъ.

Уравненіе (6) опредѣляетъ отношеніе между силою, движущею маятникъ, и всею силою тяжести, которая къ нему приложена; понятно, что въ такомъ же отношеніи находятся и ускоренія, a и g, этихъ силъ; но $cb/bO = \mathrm{Sin}\,\delta$, гдѣ δ уголъ aOb, слѣдовательно

$$a = g\,\mathrm{Sin}\,\delta\,. \tag{8}$$

Приведемъ сейчасъ же опыты, которые бы наглядно обнаруживали зависимость продолжительности качаній маятника отъ его длины и напряженія силы тяжести, какъ она опредѣляется формулою (7). Во первыхъ покажемъ вліяніе длины маятника на продолжительность его качаній. Для этого повѣсимъ рядомъ два различной длины маятника; отклонимъ ихъ и пустимъ одновременно качаться: болѣе длинный маятникъ будетъ качаться медленнѣе короткаго; если одинъ маятникъ въ четыре раза длиннѣе другого, то первый совершаетъ одно качаніе въ то время, какъ второй совершаетъ два качанія. Во-вторыхъ покажемъ вліяніе напряженія силы тяжести на продолжительность качаній маятника. Для этого возьмемъ маятникъ, состоящій изъ твердаго стержня ab (фиг. 79), удобоподвижнаго около поперечной оси oo; если эта ось горизонтальна, то маятникъ качается въ вертикальной плоскости (которая перпендикулярна къ плоскости чертежа) подъ дѣйствіемъ всего напряженія силы тяжести, $g\,(=b'p)$; если же мы наклонимъ ось на уголъ φ къ горизонту въ положеніе $o'o'$, то маятникъ приметъ направленіе ab' и будетъ качаться въ наклонной къ вертикали плоскости (опять перпендикулярной къ плоскости чертежа) подъ дѣйствіемъ лишь части напряженія силы тяжести, именно $b'p' = g\,\mathrm{Cos}\,\varphi$; измѣривъ продолжительности качаній нашего маятника въ томъ и другомъ случаѣ, приходимъ къ заключенію, что маятникъ качается съ тѣмъ бо́льшимъ періодомъ, чѣмъ меньше дѣйствующее на него напряженіе силы тяжести.



Фиг. 79.

§ 5. Маятникъ есть одинъ изъ главнѣйшихъ физическихъ приборовъ, имѣющій самыя важныя примѣненія; мы укажемъ на нѣкоторыя изъ нихъ.

Изохронность качаній маятника дѣлаетъ его драгоцѣннымъ приборомъ для измѣренія времени; стоитъ только сосчитать число колебаній, которыя совершаетъ одинъ и тотъ же маятникъ въ теченіе двухъ промежутковъ времени, чтобы имѣть возможность сравнить величины этихъ промежутковъ; такъ если въ одинъ промежутокъ времени маятникъ дѣлаетъ n колебаній, а въ другой — n', то первый промежутокъ въ n/n' больше второго.

Если взять *секундный* маятникъ, т. е. совершающій одно простое колебаніе въ теченіе каждой секунды (или 86400 колебаній въ теченіе среднихъ сутокъ), то числомъ колебаній такого маятника данный промежутокъ времени измѣряется въ секундахъ.

Длину секунднаго маятника опредѣлить нетрудно; такъ какъ въ уравненіи (7′) T_1 предполагается выраженнымъ въ секундахъ, l — въ сантиметрахъ и g — въ соотвѣтственныхъ единицахъ, то стоитъ только положить $T_1 = 1$, чтобы найти длину секунднаго маятника:

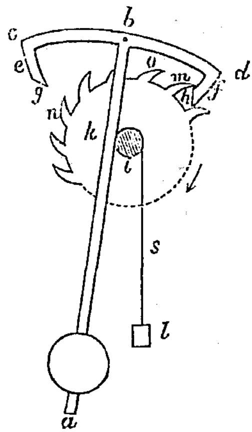
$$l = \frac{g}{\pi^2};$$

такъ какъ $g = 978$ на экваторѣ и 983 на полюсѣ, то длина секунднаго маятника измѣняется, смотря по географической широтѣ, отъ 99,10 cm. до 99,61 cm.

Измѣреніе времени колебаніями маятника встрѣчаетъ на практикѣ два затрудненія: 1) считать колебанія маятника очень утомительно (легко сбиться въ счетѣ и сдѣлать ошибку) и 2) колебанія маятника вслѣдствіе тренія оси и сопротивленія окружающаго воздуха постепенно уменьшаются и наконецъ вовсе прекращаются. Въ виду этого надо сдѣлать приспособленіе, которое бы долго поддерживало колебанія маятника, и соединить послѣдній со счетчикомъ, который бы отмѣчалъ число совершенныхъ имъ колебаній. То и другое достигается въ приборѣ, извѣстномъ подъ названіемъ *часовъ*.

Предварительно замѣтимъ, что качанія маятника можно поддерживать неизмѣнными при помощи небольшихъ толчковъ, направленныхъ по движенію и сообщаемыхъ ему въ моменты его прохожденія чрезъ положенія равновѣсія; эти толчки не вліяютъ на продолжительность качаній, но поддерживаютъ ихъ амплитуды.

Часы устраиваются слѣдующимъ образомъ: маятникъ ab (фиг. 80) качается около горизонтальной оси b; съ нимъ соединенъ такъ называемый якорь cd, снабженный двумя зубцами e и f, концы которыхъ срѣзаны вкось, а боковыя стороны ограничены дугами, центръ которыхъ въ b; подъ якоремъ имѣется цилиндръ i, вращающійся около своей горизонтальной оси; на цилиндръ насажено зубчатое колесо k, и на него навернутъ шнурокъ s съ гирею l, своимъ паденіемъ приводящею его во вращеніе по указанному стрѣлкою направленію. Но цилиндръ не можетъ вращаться, ибо зубецъ m его колеса упирается въ зубецъ f якоря; если же якорь качается, то зубецъ m попадаетъ вскорѣ на скошенный его конецъ h, такъ что можетъ дальше вертѣться и, слегка надавливая на h, сообщаетъ небольшой ударъ якорю и маятнику; якорь устроенъ такъ, что этотъ ударъ сообщается ему въ тотъ моментъ, когда маятникъ проходитъ чрезъ свое положеніе равновѣсія. При дальнѣйшемъ движеніи маятника, зубецъ m освобождается и цилиндръ i вращается, пока лѣвый зубецъ e якоря не опустится и не встрѣтитъ зубца n колеса; затѣмъ маятникъ начинаетъ свое обратное движеніе; зубецъ n скользитъ сперва по поверхности e якоря, а когда якорь проходитъ чрезъ свое положеніе равновѣсія, вертящееся уже въ это время зубчатое колесо ударяетъ зубцомъ n въ конецъ g якоря. Но затѣмъ колесо опять задерживается вслѣдствіе того, что его зубецъ o упирается въ опустившійся конецъ f якоря и т. д. Такимъ образомъ зубчатое колесо вращается на одинъ зубецъ съ каждымъ простымъ колебаніемъ маятника. Съ цилиндромъ i соединенъ указатель или стрѣлка, перемѣщающаяся передъ циферблатомъ на одно дѣленіе съ каждымъ качаніемъ маятника и отмѣчающая такимъ образомъ эти колебанія.



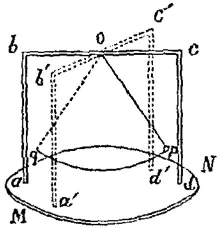
Фиг. 80.

Удары зубчатаго колеса объ якорь поддерживаютъ качанія маятника, а стрѣлка своимъ перемѣщеніемъ передъ циферблатомъ регистрируетъ ихъ. Если колесо k имѣетъ 60 зубцовъ, а маятникъ секундный, то, понятно, стрѣлка проходитъ по всему циферблату въ теченіе минуты или передвигается на $1/60$ часть циферблата чрезъ каждую секунду.

Часы съ маятникомъ были изобрѣтены Галилеемъ и устроены его сыномъ въ 1649 г. Независимо отъ Галилея, Гюйгенсъ изобрѣлъ тоже часы съ маятникомъ въ 1659 г. и описалъ ихъ въ своемъ знаменитомъ сочиненіи Horologium oscillatorium.

§ 6. Кромѣ изохронности маятникъ обладаетъ еще другимъ важнымъ свойствомъ, а именно—*сохранять плоскость своихъ колебаній,* Качающійся маятникъ представляетъ частный случай вращающагося тѣла; но послѣднее сохраняетъ, какъ мы уже знаемъ (V, § 12), направленіе своей оси въ пространствѣ; слѣдовательно и качающійся маятникъ сохраняетъ направленіе оси, около которой качается, или — что все равно—сохраняетъ направленіе плоскости своихъ колебаній.

Это свойство маятника легко обнаружить опытомъ. На горизонтальной доскѣ MN (фиг. 81), удобоподвижной около вертикальной оси, проходящей чрезъ середину, укрѣпляется проволочная перекладина $abcd$; за точку o этой перекладины, лежащей на продолженіи оси, вѣшаютъ маятникъ op и заставляютъ его качаться въ плоскости перекладины, совпадающей сперва съ плоскостью чертежа; если затѣмъ повернуть доску MN около оси на $90°$, то увидимъ, что маятникъ будетъ качаться перпендикулярно къ плоскости $a'b'c'd'$, т. е. въ прежней своей плоскости.



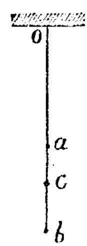
Фиг. 81.

Замѣтимъ, что еслибы мы не могли дать себѣ отчета во вращеніи доски MN и перекладины $abcd$, то намъ показалось бы наоборотъ, что плоскость качаній маятника повернулась. Совершенно въ такихъ условіяхъ мы и будемъ, если заставимъ маятникъ качаться надъ полюсомъ земли; если сначала маятникъ качается въ плоскости перваго меридіана, то черезъ нѣкоторое время онъ будетъ качаться въ плоскости другого меридіана, и намъ будетъ казаться, что плоскость его качаній вращается съ теченіемъ времени, и въ $24''$ совершаетъ полный оборотъ; въ дѣйствительности же мы сами со всѣми окружающими насъ предметами совершаемъ суточное вращеніе, о которомъ не даемъ себѣ отчета, а плоскость качаній маятника остается неизмѣнною въ пространствѣ. *Это кажущееся вращеніе плоскости маятника обнаруживаетъ лишь вращеніе земли.*

Послѣ сказаннаго понятно, что маятникъ, подвѣшенный надъ полюсомъ, повертываетъ свою плоскость на $360°$ въ теченіе сутокъ. Какъ происходитъ явленіе въ другомъ мѣстѣ земного шара? пусть маятникъ подвѣшенъ надъ точкою A' (фиг. 68), на широтѣ λ; вращеніе земли около оси OO' можно (V, § 13) разложить на вращеніе около оси AA' съ угловою скоростью $360°. \operatorname{Sin} \lambda$ въ сутки и около BB' со скоростью $360°. \operatorname{Cos} \lambda$. Такимъ образомъ предметы, помѣщающіеся близъ A', вращаются около вертикали $A'A$ со скоростью $360^\circ . \operatorname{Sin}\lambda$ и перемѣщаются вмѣстѣ съ этою вертикалью въ пространствѣ; слѣдовательно кажущееся вращеніе плоскости маятника совершается со скоростью $360^\circ . \operatorname{Sin}\lambda$ въ сутки, гдѣ λ — широта мѣста наблюденія. Такъ какъ для Варшавы $\lambda = 52^\circ 13'$, то у насъ плоскость маятника повертывается на 285° въ сутки.

Свойство маятника сохранять свою плоскость качаній было открыто Фуко въ 1850 г. Годъ спустя, онъ сдѣлалъ опытъ въ грандіозныхъ размѣрахъ; маятникъ длиною 67^m былъ подвѣшенъ въ куполѣ Парижскаго Пантеона; на полу былъ насыпанъ изъ песку круглый валъ въ 3^m радіуса; остріе, прикрѣпленное къ нижнему концу маятника, задѣвало этотъ валъ при каждомъ качаніи на 2 mm. въ сторону отъ мѣста, задѣтаго при предыдущемъ качаніи.

§ 7. До сихъ поръ мы имѣли въ виду только простой маятникъ, состоящій изъ одной тяжелой точки и невѣсомой нити; обратимся теперь къ *сложному* или *физическому маятнику*; такъ называется тяжелое тѣло, качающееся около горизонтальной оси, не проходящей чрезъ его центръ тяжести.



Фиг. 82.

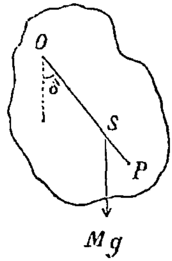
Представимъ себѣ сперва маятникъ, состоящій изъ невѣсомой нити и двухъ тяжелыхъ точекъ a и b (фиг. 82); понятно, что онъ не можетъ качаться ни какъ маятникъ oa, ни какъ маятникъ ob; онъ будетъ качаться какъ простой маятникъ нѣкоторой средней длины oc. Длина этого простого маятника, качающагося съ такою же продолжительностью, какъ данный, называется *приведенною длиною* послѣдняго.

Представимъ себѣ теперь сложный маятникъ въ видѣ какой нибудь формы тяжелаго тѣла, качающагося около неподвижной оси; угловое ускореніе качающагося тѣла, какъ и вращающагося, опредѣляется формулою (V, § 7)

$$\alpha = \frac{D}{J},$$

гдѣ D — моментъ вращенія силъ, дѣйствующихъ на нашъ маятникъ, и J—его моментъ инерціи относительно оси качаній. Изъ центра тяжести S (фиг. 83) тѣла опустимъ на ось качаній перпендикуляръ SO;

точку O пересѣченія этихъ линій назовемъ *точкою привьса* маятника; самое разстояніе SO обозначимъ s. Маятникъ качается подъ дѣйствіемъ



Фиг. 83.

одной силы, своего вѣса Mg, приложенной къ центру тяжести S; если чрезъ δ обозначимъ уголъ, образуемый линіею OS съ вертикалью, то $D = Mgs\,\mathrm{Sin}\,\delta$ и

$$\alpha = \frac{Ms}{J}\, g\,\mathrm{Sin}\,\delta.$$

Пусть точка P нашего тѣла отстоитъ на L отъ оси; ея линейное ускореніе, a, найдется, если предыдущее уравненіе помножимъ на L:

$$a = L\alpha = \frac{MLs}{J}\, g\,\mathrm{Sin}\,\delta;$$

выберемъ точку P такъ, чтобы

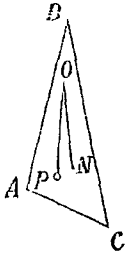
$$L = \frac{J}{Ms}\,; \tag{9}$$

тогда

$$a = g\,\mathrm{Sin}\,\delta;$$

эта формула тождественна съ (8) и слѣдовательно точка P, отстоящая на $L = J/Ms$ отъ оси, качается такъ-же, какъ еслибы была одна на концѣ невѣсомой линіи OP; иначе говоря, простой маятникъ длины $L = J/Ms$ качается съ такою же продолжительностью, какъ данный сложный; стало быть, J/Ms есть приведенная длина даннаго сложнаго маятника. Точка P, отстоящая на L отъ оси маятника, называется его *центромъ качаній*.

Нетрудно показать на опытѣ, что дѣйствительно сложный маятникъ качается какъ нѣкоторый простой; легко даже приблизительно



Фиг. 84.

найти длину такого простого маятника. Для этого возьмемъ сложный маятникъ въ видѣ дощечки ABC (фиг. 84) какой нибудь формы; чрезъ одну точку, O, дощечки продѣнемъ горизонтальную проволоку, около которой она могла бы качаться. Къ этой же проволокѣ привѣсимъ простой маятникъ т. е. нить съ тяжелымъ шарикомъ P на нижнемъ концѣ. Будемъ теперь перемѣщать проволоку въ горизонтальномъ направленіи и замѣчать, двигается ли простой маятникъ по отношенію къ доскѣ (чтобы судить объ этомъ на доскѣ проведена черта ON). Затѣмъ, удлиняя или укорачивая нить маятника OP, можно добиться того, чтобы онъ сдѣлался неподвижнымъ относительно черты ON (при чемъ проволоку, около которой качаются оба маятника, можно перемѣщать какъ угодно скоро и какъ угодно неправильно); тогда оба маятника—сложный (доска) и простой (нить съ шарикомъ)—качаются одинаково; слѣдовательно длина нашего простого маятника есть приведенная длина даннаго сложнаго.

§ 8. Продолжительность качаній простого маятника длины L опредѣляется формулою

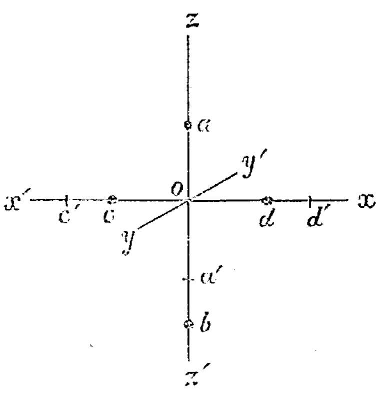
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \tag{10}$$

Съ такимъ же періодомъ, понятно, качается и сложный маятникъ, приведенная длина котораго L; подставляя въ эту формулу значеніе L изъ (9), находимъ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{gMs}}. \tag{11}$$

Вотъ какъ зависитъ продолжительность качаній сложнаго маятника отъ тѣхъ величинъ, которыя его характеризуютъ.

Приведемъ опыты, которые бы наглядно обнаруживали зависимость продолжительности качаній сложнаго маятника отъ его момента инерціи и разстоянія его центра тяжести отъ точки привѣса. Для этого возьмемъ такъ называемый крестообразный маятникъ, состоящій изъ двухъ взаимно перпендикулярныхъ стержней xx' и zz' (фиг. 85), удобоподвижныхъ около перпендикулярной къ нимъ горизонтальной оси yy'; на стержни надѣваютъ одинакіе грузы a, b, c и d, которые можно закрѣплять въ тѣхъ или другихъ мѣстахъ. Пусть грузы c и d помѣщаются всегда въ равныхъ разстояніяхъ отъ оси yy', грузъ же b дальше отъ нея, чѣмъ a; тогда стержень zz' будетъ вертикаленъ или будетъ качаться около вертикали. Если, не трогая грузовъ a и b, удалить грузы c и d въ c' и d', кача-

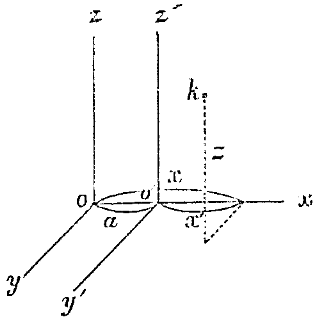


Фиг. 85.

нія маятника становятся медленнѣе; отъ такого перемѣщенія грузовъ, центръ тяжести нашего маятника не сдвигается (s не измѣняется), но его моментъ инерціи (J) увеличивается; при этомъ, какъ показываетъ формула (11), T должно увеличиться. Если, не трогая грузовъ b, c и d, перенесемъ грузъ a въ a' — на такое же разстояніе ниже оси yy', на какомъ сперва онъ былъ выше ея —, то качанія маятника становятся быстрѣе; отъ такого перемѣщенія груза a центръ тяжести маятника опускается (s увеличивается), а его моментъ инерціи не измѣняется; по формулѣ (11) слѣдуетъ, что при этомъ T уменьшается.

§ 9. Маятникомъ пользуются для опредѣленія напряженія силы тяжести. Если знаемъ приведенную длину маятника L и опредѣлимъ изъ опыта продолжительность T его качаній, то по (10) можно вычислить и напряженіе силы тяжести g.

Опредѣлить продолжительность качаній сложнаго маятника нетрудно; но какъ узнать точно его приведенную длину? для этого пользуются однимъ свойствомъ сложнаго маятника, которое здѣсь и объяснимъ.



Фиг. 86.

Предварительно сдѣлаемъ одно замѣчаніе о моментѣ инерціи. Возьмемъ оси координатъ xyz (фиг. 86) и вычислимъ моментъ инерціи тѣла относительно оси y:

$$J_0 = \Sigma m\,(x^2 + z^2),$$

гдѣ m—масса, а x и z координаты какой нибудь точки k нашего тѣла; возьмемъ еще оси координатъ $x'y'z'$ такъ, чтобы ось x' совпадала съ x, а y' и z' были параллельны y и z; разстояніе oo' назовемъ a; относительно оси y' моментъ инерціи нашего тѣла будетъ

$$J = \Sigma m\,(x'^2 + z'^2);$$

но изъ чертежа видно, что координаты точки k въ новой системѣ осей $x' = x - a$ и $z' = z$, слѣдовательно $J = \Sigma m\,[(x-a)^2 + z^2] = \Sigma m\,(x^2 + z^2) + Ma^2 - 2a\Sigma mx$, гдѣ $M = \Sigma m$ есть масса даннаго тѣла; если положимъ, что ось y проходитъ чрезъ центръ тяжести тѣла, тогда $\Sigma mx = 0$ (II, § 3) и

$$J = J_0 + Ma^2, \tag{12}$$

гдѣ a — разстояніе центра тяжести отъ оси y'. Эта формула показываетъ, что *моментъ инерціи тѣла относительно какой нибудь оси равенъ его моменту инерціи относительно параллельной оси, проходящей чрезъ центръ тяжести, увеличенному произведеніемъ массы тѣла на квадратъ разстоянія между осями.*

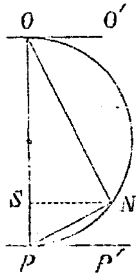
Пусть сложный маятникъ, точка привѣса котораго въ O (фиг. 87) и центръ тяжести въ S, имѣетъ приведенную длину L; разстояніе центра тяжести S отъ точки привѣса O обозначимъ чрезъ s; моментъ инерціи маятника относительно оси качаній обозначимъ J, а относительно параллельной ей оси, проходящей чрезъ центръ тяжести, назовемъ J_0; тогда по предыдущему

$$J = J_0 + Ms^2$$

и по (9)

$$L = \frac{J_0}{Ms} + s. \tag{13}$$

Эту приведенную длину даннаго маятника легко найти построеніемъ. Для этого изъ центра тяжести S опустимъ перпендикуляръ SO на ось качаній OO'; точка O будетъ точкою привѣса; затѣмъ чрезъ S проведемъ прямую параллельную оси качаній и на ней отложимъ отрѣзокъ $SN = \sqrt{J_0/M}$; соединимъ O съ N и изъ послѣдней точки возставимъ перпендикуляръ къ ON; пусть онъ пересѣчетъ въ P прямую OS; легко видѣть, что OP будетъ приведенная длина нашего маятника; дѣйствительно, изъ чертежа видно, что $ON^2 = OS \cdot OP$, откуда



фиг. 87.

$$OP = \frac{ON^2}{OS} = \frac{SN^2 + OS^2}{OS};$$

или, подставляя значенія SN и OS,

$$OP = \frac{J_0}{Ms} + s;$$

сравнивая это уравненіе съ (13), находимъ, что $OP = L$, т. е. OP есть приведенная длина даннаго маятника и P — его центръ качаній.

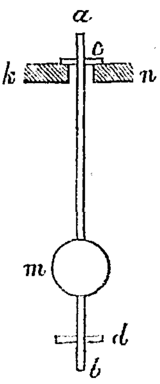
Сдѣлаемъ теперь центръ качаній точкою привѣса и отыщемъ новый центръ качанія; проведемъ чрезъ P прямую PP' параллельную OO'

и заставимъ нашъ маятникъ качаться около нея. Повторяя предыдущее построеніе, найдемъ прежнюю приведенную длину; точка O будетъ теперь центромъ качаній.

И такъ *центръ качаній и точка привѣса взаимно перемѣстимы;* иначе говоря, маятникъ качается съ однимъ періодомъ относительно двухъ параллельныхъ осей, проходящихъ чрезъ точку привѣса и чрезъ центръ качаній.

Теперь понятно, что если мы на опытѣ найдемъ двѣ параллельныя оси, около которыхъ данный маятникъ качается съ однимъ періодомъ, то разстояніе между этими осями и есть его приведенная длина.

Для опредѣленія на опытѣ напряженія силы тяжести Катеръ устроилъ такъ называемый *оборотный маятникъ*, состоящій изъ стержня ab (фиг. 88) съ двумя поперечными призмами c и d (ребрами которыхъ онъ можетъ опираться на неподвижную подставку kn) и тяжелаго шара m; такой маятникъ заставляютъ качаться около реберъ сперва одной, а потомъ другой призмы; перемѣщая шаръ m, добиваются того, чтобы періоды его качаній около обѣихъ призмъ сдѣлались одинаковы; тогда измѣряютъ разстояніе между ребрами призмъ c и d, которое и есть приведенная длина нашего маятника. Опредѣливъ еще продолжительность его качаній, легко уже вычислить напряженіе силы тяжести.



Фиг. 88.

Подобные опыты показали, что напряженіе силы тяжести не всюду одинаково, что оно зависитъ отъ широты мѣстности, убывая отъ полюса къ экватору. Въ прилагаемой табличкѣ даны значенія напряженія силы тяжести (g) и длины секунднаго маятника (L) для нѣкоторыхъ широтъ.

Названіе мѣстности	Геогр. широта	g	L
Полюсъ. . . .	90°	983,1	99,61
Эдинбургъ . .	55°37′	981,5	99,45
Берлинъ . . .	52°30′	981,2	99,42
Парижъ . . .	48°50′	980,9	99,39
Экваторъ. . .	0°	978,1	99,10.

ГЛАВА VII.

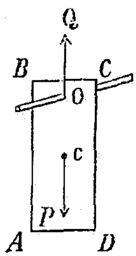
Равновѣсіе тѣлъ.

§ 1. Всякое тѣло, находясь подъ дѣйствіемъ силы, движется. Если же на тѣло дѣйствуетъ нѣсколько силъ, равнодѣйствующая которыхъ равна нулю, то тѣло остается въ покоѣ или, какъ говорятъ, находится въ *равновѣсіи;* силы, дѣйствующія въ этомъ случаѣ на тѣло, *уравновѣшиваются.*

Изъ законовъ сложенія силъ слѣдуетъ, что двѣ силы могутъ уравновѣшиваться, когда онѣ равны и прямо противоположны; эти силы могутъ быть приложены или къ одной точкѣ, или къ разнымъ; въ послѣднемъ случаѣ силы должны быть направлены по линіи соединенія ихъ точекъ приложенія.

Разсмотримъ условія равновѣсія тяжелыхъ тѣлъ.

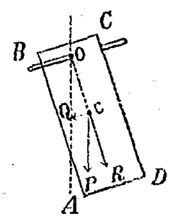
Представимъ себѣ, что тяжелое тѣло $ABCD$ (фиг. 89) подвѣшено на неподвижной и несдвигаемой оси O; такое тѣло будетъ въ равновѣсіи, если вертикаль, проходящая чрезъ центръ его тяжести, c, пересѣкаетъ ось O. Дѣйствительно, тогда къ c приложена вертикальная сила P, направленная внизъ, вѣсъ тѣла, а къ точкѣ O оси такая же сила, направленная вверхъ, сопротивленіе оси, развивающееся по третьему закону Ньютона, какъ противодѣйствіе дѣйствію на нее вѣса тѣла. Мы предполагали, что центръ тяжести тѣла ниже оси: но можетъ быть наоборотъ, что центръ тяжести выше оси; если вертикаль, проходящая чрезъ центръ тяжести тѣла, пересѣкаетъ ось, то тѣло опять въ равновѣсіи. Тяжелое тѣло находится въ равновѣсіи наконецъ и тогда, когда его центръ тяжести лежитъ на оси.



Фиг. 89.

§ 2. Различаютъ три случая равновѣсія: *устойчивое, неустойчивое и безразличное.*

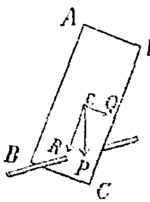
Если тѣло вывести изъ устойчиваго равновѣсія, то его центръ тяжести подымается. Тѣло, выведенное изъ положенія устойчиваго равновѣсія и предоставленное самому себѣ, возвращается въ это положеніе. На фиг. 89 представлено тѣло въ устойчивомъ равновѣсіи. Если такое тѣло отклонить, то силу тяжести P (фиг. 90) можно разложить на двѣ составляющія R и Q, изъ которыхъ первая, направленная по



Фиг. 90.

Oc, уравновѣшивается сопротивленіемъ опоры, а вторая, направленная по перпендикуляру къ Oc, вращаетъ тѣло, приближая его къ положенію устойчиваго равновѣсія.

Если тѣло вывести изъ неустойчиваго равновѣсія, то центръ тяжести его опускается. Тѣло, выведенное изъ положенія неустойчиваго равновѣсія и предоставленное самому себѣ, удаляется отъ этого положенія. На фиг. 91 представлено тѣло, выведенное нѣсколько изъ положенія неустойчиваго равновѣсія; силу тяжести P можно разложить на двѣ составляющія R и Q, изъ которыхъ первая уравновѣшивается сопротивленіемъ опоры, а вторая вращаетъ тѣло, удаляя его отъ положенія неустойчиваго равновѣсія.

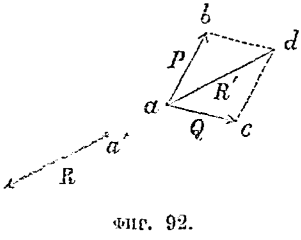


Фиг. 91.

Безразличнымъ равновѣсіемъ называется такое, когда при всѣхъ возможныхъ перемѣщеніяхъ тѣла, его центръ тяжести не поднимается и не опускается (въ частномъ случаѣ неподвиженъ). Тѣло, выведенное изъ положенія безразличнаго равновѣсія, не удаляется отъ него и не возвращается въ него. Тяжелое тѣло съ неподвижною осью, проходящею чрезъ его центръ тяжести, находится въ безразличномъ равновѣсіи. Тяжелый шаръ, положенный на горизонтальную плоскость, тоже находится въ безразличномъ равновѣсіи.

§ 3. Въ случаѣ многихъ силъ, приложенныхъ къ тѣлу, равновѣсіе возможно, если равнодѣйствующая нѣсколькихъ силъ равна и противоположна равнодѣйствующей остальныхъ.

Разсмотримъ подробнѣе случай трехъ силъ. Равновѣсіе возможно, если одна изъ силъ равна и прямо противоположна равнодѣйствующей двухъ остальныхъ; но двѣ силы, P и Q, даютъ равнодѣйствующую только въ томъ случаѣ, если лежатъ въ одной плоскости и слѣдовательно пересѣкаются, такъ что могутъ быть приложены къ одной точкѣ, a (фиг. 92); чрезъ эту точку a проходитъ ихъ равнодѣйствующая R'; чтобы третья изъ данныхъ силъ, R, уравновѣсила двѣ первыя, она должна быть направлена по продолженію R', слѣдовательно проходить чрезъ точку a, и лежать въ плоскости первыхъ двухъ силъ. И такъ условія равновѣсія трехъ силъ заключаются въ слѣдующемъ: 1) всѣ три силы должны



Фиг. 92.

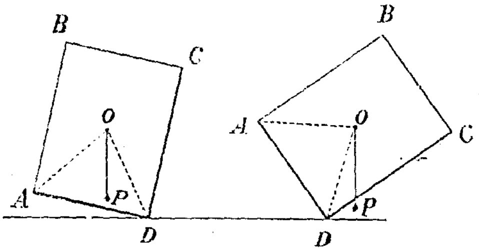
лежать въ одной плоскости, 2) всѣ три силы должны пересѣкаться въ одной точкѣ и 3) одна изъ силъ должна быть равна и противоположна равнодѣйствующей остальныхъ двухъ или одна изъ силъ должна быть третьей стороною треугольника, остальными сторонами котораго служатъ другія двѣ силы. Послѣднее указываетъ на возможность построить треугольникъ, стороны котораго параллельны (какъ въ $\triangle\, abd$) или перпендикулярны къ уравновѣшивающимся силамъ и пропорціональны имъ (при этомъ отрѣзки, изображающіе силы, должны проводиться послѣдовательно т. е. съ концомъ одного отрѣзка должно совпадать начало другого).

§ 4. Если тяжелое тѣло *поставлено* на какую нибудь поверхность, т. е. если тѣло въ трехъ или въ большемъ числѣ точекъ опирается на нее, то силы сопротивленія этой поверхности могутъ уравновѣшивать вѣсъ тѣла, и тогда оно остается въ равновѣсіи; въ противномъ случаѣ тѣло падаетъ.

Положимъ, что столъ стоитъ четырьмя ножками на полу. Вѣсъ стола, т. е. силу R, приложенную къ центру тяжести O, можно разложить на двѣ силы Q_1 и Q_2, приложенныя къ точкамъ, лежащимъ на прямыхъ, соединяющихъ попарно ножки; затѣмъ первую изъ этихъ силъ можно разложить на P_1 и P_2, а вторую на S_1 и S_2, приложенныя къ самимъ ножкамъ. Такимъ образомъ ножки стола давятъ на полъ съ вертикальными силами P_1, P_2, S_1 и S_2; полъ сопротивляется съ силами равными и противоположными; эти силы сопротивленія складываются въ одну—R, которая приложена къ O и которая уравновѣшиваетъ вѣсъ стола.

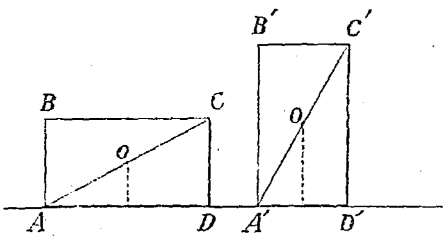
И такъ если тяжелое тѣло поставлено на поверхность, то послѣдняя оказываетъ сопротивленіе, т. е. дѣйствуетъ на тѣло съ вертикальною силою, направленною вверхъ и проходящею внутри многоугольника, вершинами котораго служатъ точки опоры. Если эта сила сопротивленія проходитъ чрезъ центръ тяжести тѣла, то она уравновѣшиваетъ его вѣсъ; но для этого, понятно, необходимо, чтобы вертикаль, опущенная изъ центра тяжести тѣла, проходила внутри того же многоугольника; если это условіе соблюдено, то сила сопротивленія поверхности всегда пройдетъ чрезъ центръ тяжести поставленнаго тѣла; если же указанное условіе не соблюдено, на тѣло дѣйствуетъ пара силъ и тѣло опрокидывается.

Если поставленное тѣло мы отклонимъ около линіи соединенія двухъ точекъ опоры и предоставимъ самому себѣ, то оно возвращается въ положеніе равновѣсія или же падаетъ, смотря потому по какую сторону опущенная изъ его центра тяжести вертикаль лежитъ относительно плоскости, проходящей чрезъ точки опоры и центръ тяжести. Въ первомъ изъ изображенныхъ на фиг. 93 случаевъ, тѣло возвращается въ положеніе равновѣсія, во второмъ падаетъ, ибо если мы разложимъ силу тяжести, всегда направленную по вертикали, на двѣ составляющія, одну по линіи OD, другую по перпендикуляру къ ней, то послѣдняя будетъ вращать тѣло около оси D; въ первомъ случаѣ эта вращающая сила направлена влѣво и поставитъ тѣло на мѣсто, а во второмъ она будетъ направлена вправо и опрокинетъ тѣло. Это легко провѣрить на опытѣ: стоитъ взять деревянный параллелипипедъ, къ серединѣ передней стороны прикрѣпить отвѣсъ OP и начертить прямую OD; если, вращая около ребра D, наклонить параллелипипедъ такъ, чтобы отвѣсъ былъ лѣвѣе линіи OD, то, предоставленный самому себѣ, онъ возвращается назадъ, становится на мѣсто; если же наклонить его такъ, чтобы отвѣсъ OP былъ правѣе OD, то, предоставленный самому себѣ, онъ опрокидывается.



Фиг. 93.

Устойчивость поставленнаго тѣла измѣряется угломъ, на который его надо повернуть для того, чтобы онъ опрокинулся. Чѣмъ больше этотъ уголъ, тѣмъ устойчивѣе стоитъ тѣло. Но при остальныхъ равныхъ условіяхъ этотъ уголъ тѣмъ больше, чѣмъ ниже центръ тяжести тѣла. Чтобы опрокинуть параллелипипеды, стоящіе въ положеніяхъ, которыя показаны на фиг. 95, надо первый повернуть около ребра A на уголъ большій, чѣмъ BAC, а второй — около ребра A' на уголъ большій, чѣмъ $B'A'C'$; этотъ послѣдній уголъ меньше перваго; слѣдовательно въ первомъ положеніи параллелипипедъ устойчивѣе, чѣмъ во второмъ.

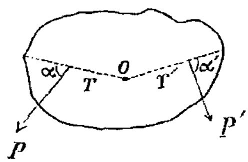


Фиг. 94.

Если движущійся экипажъ встрѣчаетъ однимъ колесомъ возвышенность, то наклоняется на сторону; послѣ чего онъ или опрокидывается, или становится вновь на всѣ колеса, смотря по тому отклонялась-ли при этомъ вертикаль, опущенная изъ его центра тяжести, за плоскость, проходящую чрезъ точки опоры и центръ тяжести, или нѣтъ. Экипажъ, понятно, тѣмъ устойчивѣе, чѣмъ ниже его центръ тяжести.

§ 5. Обратимся теперь къ простымъ машинамъ: къ *рычагу* и къ *наклонной плоскости*.

Рычагомъ называется твердое тѣло съ неподвижною осью O, (фиг. 95), около которой оно можетъ вращаться; положимъ, что къ различнымъ точкамъ рычага приложены силы P, P'...; спрашивается, когда рычагъ будетъ въ равновѣсіи? Рычагъ, понятно, представляетъ частный случай вращающагося тѣла и потому будетъ въ равновѣсіи, когда сумма моментовъ вращенія всѣхъ приложенныхъ къ нему силъ будетъ равна нулю (V, § 7). Назовемъ r, r', ... плечи, α, α', ... углы ихъ съ данными силами; тогда вращающія силы будутъ $P \operatorname{Sin} \alpha$, $P' \operatorname{Sin} \alpha'$, ... и условіе равновѣсія рычага можно написать такъ:

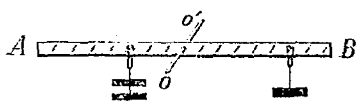


Фиг. 95.

$$Pr \operatorname{Sin} \alpha + P'r' \operatorname{Sin} \alpha' + \ldots = 0.$$

При составленіи моментовъ надо, понятно, обращать вниманіе на ихъ знаки.

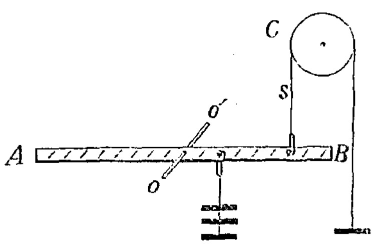
Для провѣрки опытомъ законовъ равновѣсія рычага, возьмемъ прямой металлическій стержень AB (фиг. 96), удобоподвижный около горизонтальной оси O, проходящей чрезъ его центръ тяжести; стержень снабженъ рядомъ равноотстоящихъ поперечныхъ проволочекъ, къ которымъ можно привѣшивать грузы, дѣйствующіе, какъ вертикальныя силы. Если на шестую проволочку справа привѣсить одинъ грузъ, то для равновѣсія рычага, какъ показываетъ опытъ, на третью проволочку слѣва надо привѣсить два или на вторую три такихъ же груза. Рычагъ будетъ въ равновѣсіи, если подвѣшены: слѣва на третью проволочку четыре равныхъ груза и на четвертую проволочку два такихъ же груза, а справа на вторую проволочку три и на седьмую — два груза. Во



Фиг. 96.

всѣхъ этихъ случаяхъ сумма моментовъ вращенія правыхъ силъ равна суммѣ моментовъ вращенія лѣвыхъ силъ или алгебраическая сумма всѣхъ моментовъ вращенія равна нулю.

Можно еще такъ поступить: къ одной изъ поперечныхъ проволочекъ стержня AB (фиг. 97), привѣсить грузъ, какъ прежде, а къ другой проволочкѣ, лежащей на той же сторонѣ отъ оси O, привязать нить s съ грузомъ и перекинуть ее чрезъ блокъ C; тогда первый грузъ будетъ представлять собою вертикальную силу, направленную внизъ, а второй—силу, направленную вверхъ по нити; если послѣдняя вертикальна, то сила, направленная вверхъ, будетъ тоже вертикальна. Если три равныхъ гирки привѣшены ко второй проволочкѣ, то для равновѣсія рычага, какъ показываетъ опытъ, на шестую проволочку той же стороны рычага надо привѣсить одну такую гирьку. И вообще рычагъ будетъ въ равновѣсіи, когда сумма всѣхъ моментовъ вращенія равняется нулю.



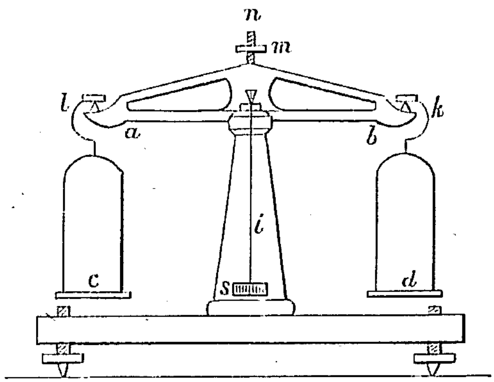
Фиг. 97.

Изъ сказаннаго выше ясно, что при помощи рычага можно бо́льшую силу уравновѣсить меньшею; если же эта послѣдняя нѣсколько больше того, что требуется условіемъ равновѣсія, то меньшая сила при помощи рычага преодолѣваетъ бо́льшую. Въ этомъ заключается все практическое значеніе рычага.

Законъ равновѣсія рычага былъ найденъ еще Архимедомъ, жившимъ въ III вѣкѣ до Р. Х.

§ 6. Не останавливаясь на многочисленныхъ практическихъ примѣненіяхъ рычага, опишемъ здѣсь только *вѣсы*. Главную часть вѣсовъ составляетъ рычагъ ab (фиг. 98), называемый здѣсь *коромысломъ;* это — металлическая полоса, чрезъ середину которой проходитъ трехгранная стальная призма, обращенная ребромъ внизъ; чрезъ концы коромысла проходятъ такія же призмы съ ребрами, обращенными вверхъ. Ребра всѣхъ трехъ призмъ должны быть параллельны между собою и лежать въ одной плоскости; ребра крайнихъ призмъ должны быть въ равныхъ разстояніяхъ отъ ребра средней. Этимъ послѣднимъ ребромъ коромысло опирается на неподвижную плоскую подставку, а на ребра крайнихъ призмъ при помощи крючковъ l и k вѣшаютъ чашки c и d.

Къ серединѣ коромысла прикрѣпляется длинная опущенная внизъ стрѣлка i, передъ концомъ которой помѣщается линейка s съ дѣленіями. Коромысло совершенно симметрично, и плечи его одинаковой длины; если вѣсъ обѣихъ чашекъ тоже одинаковъ, то вѣсы можно разсматривать какъ равноплечій рычагъ, имѣющій ось опоры по серединѣ (по ребру средней призмы), и къ концамъ котораго (къ ребрамъ крайнихъ призмъ) приложены равныя силы (вѣса чашекъ). Отыщемъ условіе равновѣсія коромысла. Назовемъ длины плечъ: лѣваго l, праваго r; вѣса соотвѣтственныхъ чашекъ



Фиг. 98.

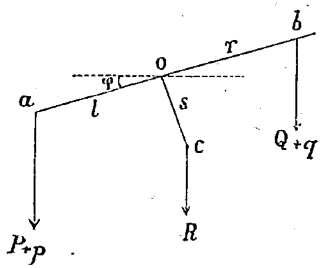
p и q; вѣса грузовъ на нихъ положенныхъ P и Q; вѣсъ самого коромысла назовемъ R и разстояніе его центра тяжести отъ оси опоры обозначимъ s. Пусть подъ дѣйствіемъ этихъ трехъ силъ: $P+p$, $Q+q$ и R коромысло приходитъ въ равновѣсіе, наклонившись на уголъ φ къ горизонту (фиг. 99); тогда наши вращающія силы будутъ $(P+p)\operatorname{Cos}\varphi$, $(Q+q)\operatorname{Cos}\varphi$ и $R\operatorname{Sin}\varphi$; а моменты вращенія ихъ: $(P+p)\,l\operatorname{Cos}\varphi$, $-(Q+q)\,r\operatorname{Cos}\varphi$ и $-Rs\operatorname{Sin}\varphi$; мы различаемъ эти моменты знаками, ибо первая сила вращаетъ коромысло противъ часовой стрѣлки, а послѣднія двѣ—по часовой стрѣлкѣ. Равновѣсіе наступаетъ, когда

$$(P+p)\,l\operatorname{Cos}\varphi-(Q+q)\,r\operatorname{Cos}\varphi-Rs\operatorname{Sin}\varphi=0. \qquad (1)$$

Положимъ сперва, что вѣсы не нагружены, $P=0$ и $Q=0$; тогда предыдущее уравненіе обращается въ

$$p\,l\operatorname{Cos}\varphi-q\,r\operatorname{Cos}\varphi-Rs\operatorname{Sin}\varphi=0;$$

если чашки равнаго вѣса, $p=q$, и плечи равной длины, $l=r$, то $\varphi=0$; т. е. такіе вѣсы, будучи не нагружены и придя въ равновѣсіе, имѣютъ коромысло горизонтальнымъ; это положеніе коромысла замѣчаютъ по тому дѣленію



Фиг. 99.

нижней линейки s, противъ котораго останавливается указатель i (фиг. 98); это дѣленіе мы будемъ называть *среднимъ*.

Теперь вернемся къ уравненію (1), выражающему условіе равновѣсія нагруженныхъ вѣсовъ, и примемъ $p = q$ и $l = r$; тогда имѣемъ

$$(P - Q)\, l \operatorname{Cos} \varphi = Rs \operatorname{Sin} \varphi$$

откуда

$$tg\,\varphi = (P - Q)\,\frac{l}{Rs}$$

или, такъ какъ φ бываетъ всегда очень мало и вмѣсто tg можно взять уголъ,

(2) $$\varphi = (P - Q)\,\frac{l}{Rs}.$$

Если $\varphi = 0$, то $P = Q$; т. е. *если коромысло нагруженныхъ вѣсовъ не отклонено и указатель стоитъ противъ средняго дѣленія, то на чашкахъ лежатъ равные грузы.*

Если же коромысло отклонено т. е. φ отлично отъ нуля, то грузы P и Q различны.

Предыдущая формула опредѣляетъ наклоненіе коромысла при перегрузкѣ въ $P - Q$ миллиграммовъ; слѣдовательно при перегрузкѣ въ одинъ миллиграммъ отклоненіе будетъ

$$\alpha = \frac{\varphi}{P - Q} = \frac{l}{Rs}.$$

Эта дробь называется *чувствительностью вѣсовъ;* чѣмъ больше эта дробь, тѣмъ вѣсы чувствительнѣе и тѣмъ легче замѣтить, что вѣсъ одного груза больше или меньше другого.

Изъ послѣдней формулы видно, что чувствительность вѣсовъ прямо пропорціональна длинѣ коромысла, обратно пропорціональна вѣсу коромысла и разстоянію его центра тяжести отъ оси опоры. Другими словами, вѣсы тѣмъ чувствительнѣе, чѣмъ коромысло длиннѣе, чѣмъ оно легче и чѣмъ ближе его центръ тяжести къ оси опоры. Всѣмъ этимъ условіямъ трудно удовлетворить одновременно: слишкомъ легкое и длинное коромысло гнется, вслѣдствіе чего измѣняется длина плечъ; въ виду этого коромыслу даютъ форму удлиненнаго ромба и дѣлаютъ въ серединѣ прорѣзы, которые, не измѣняя прочности коромысла, уменьшаютъ его вѣсъ; разстояніе центра тяжести отъ оси опоры можно измѣнять посредствомъ груза m, который можно перемѣщать вдоль винта n, и получать такимъ образомъ чувствительность желаемой величины.

§ 7. Приводя вѣсы въ равновѣсіе, мы заставляемъ на концы коромысла дѣйствовать двѣ равныя силы тяжести; иначе говоря, мы къ данному тѣлу, *положенному на одну* чашку вѣсовъ, *подбираемъ* другое или другія, которыя, будучи положены на вторую чашку, уравновѣсили бы его и слѣдовательно имѣли бы такой же вѣсъ, какъ и данное тѣло. Но два тѣла равнаго вѣса имѣютъ и одинакія массы; поэтому данное тѣло и уравновѣшивающій его грузъ имѣютъ равныя массы.

Для того, чтобы массу взвѣшиваемаго тѣла выразить опредѣленнымъ образомъ, надо въ качествѣ взвѣшивающихъ тѣлъ употреблять образцовые грузы или такъ называемыя *разновѣски* т. е. тѣла опредѣленныхъ массъ; какъ таковыя употребляются латунныя гири въ килограммъ, 500 gr., 100 gr. ... 5 gr. и граммъ, а также платиновые или алюминіевые листочки различной величины для грузовъ отъ 0,5 gr. до миллиграмма.

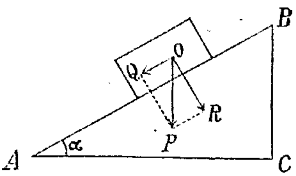
Взвѣшиваніе опредѣляетъ массу даннаго тѣла, которая остается всюду постоянною; такъ напр. если данное тѣло уравновѣшивается на вѣсахъ грузомъ въ n граммовъ, то это значитъ, что оно имѣетъ массу n граммовъ; вѣсъ же этого тѣла, равный ng динъ, измѣняется съ перенесеніемъ въ другое мѣсто, сообразно съ измѣненіемъ напряженія силы тяжести, g (II, § 2).

Мы предполагали до сихъ поръ, что имѣемъ дѣло съ *вѣрными вѣсами*, т. е. съ такими, въ которыхъ плечи коромысла равной длины и равнаго вѣса и точки привѣса чашекъ находятся на одной плоскости съ осью опоры; выполнить всѣ эти условія совершенно точно немыслимо и потому вѣсы никогда не бываютъ вполнѣ вѣрными. Поэтому является вопросъ: нельзя ли взвѣсить тѣло на невѣрныхъ вѣсахъ? Для этого существуетъ такъ называемый *способъ тарированія*. На одну чашку кладутъ данное тѣло, а на другую — тару, т. е. мелкую дробь, песокъ и т. п. въ такомъ количествѣ, чтобы вѣсы пришли въ равновѣсіе; затѣмъ тѣло снимаютъ и на его мѣсто кладутъ столько разновѣсокъ, чтобы снова получить равновѣсіе; масса этихъ разновѣсокъ будетъ, очевидно, равна массѣ даннаго тѣла независимо отъ того вѣрны вѣсы или нѣтъ.

Замѣтимъ въ заключеніе, что изобрѣтеніе вѣсовъ относится къ глубокой древности. Въ Британскомъ Музеѣ сохраняется египетскій папирусъ XIV вѣка до Р. Х. съ изображеніемъ вѣсовъ, которые устройствомъ своимъ ничѣмъ въ сущности не отличаются отъ современныхъ.

§ 8. Вторая простая машина есть наклонная плоскость; такъ называется плоскость, составляющая нѣкоторый острый уголъ съ горизонтомъ.

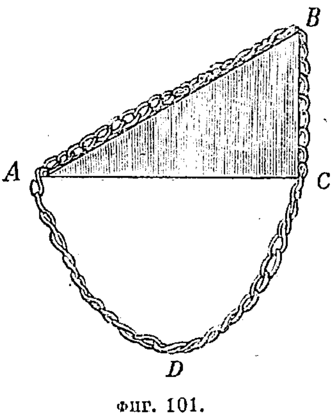
Представимъ себѣ, что на наклонную плоскость AB (фиг. 100), составляющую уголъ α съ горизонтомъ, положено тѣло вѣсомъ P; опредѣлимъ какою силою можно это тѣло уравновѣсить (предполагая отсутствіе тренія). Для этого разложимъ силу P на двѣ, R и Q, перпендикулярную и параллельную наклонной плоскости; изъ нихъ первая уничтожается сопротивленіемъ наклонной плоскости, такъ что тѣло остается подъ дѣйствіемъ одной силы Q. Изъ чертежа видно, что $Q = P \operatorname{Sin} \alpha$ или, называя h высоту наклонной плоскости и l ея длину, $Q = P\, h/l$. Если къ тѣлу приложить силу равную Q и прямо ей противоположную, то тѣло останется въ равновѣсіи. Такъ какъ $Q < P$, то при помощи наклонной плоскости тяжелое тѣло уравновѣшивается силою меньшею его вѣса. Если же къ тѣлу приложить силу параллельную наклонной плоскости, направленную отъ A къ B и нѣсколько бо́льшую Q, то тѣло поднимается вверхъ.



Фиг. 100.

Для облегченія поднятія тяжелаго тѣла, подъ него часто подкладываютъ наклонную плоскость или наклонныя бревна, по которымъ оно и втаскивается небольшою сравнительно силою.

Законъ равновѣсія на наклонной плоскости былъ найденъ Стевиномъ (1548—1620) слѣдующимъ оригинальнымъ разсужденіемъ. Представимъ себѣ трехгранную призму ABC (фиг. 101), чрезъ которую перекинута удобоподвижная по ней безконечная цѣпь $ABCD$. Допустимъ сперва, что такая цѣпь не сохраняетъ равновѣсія и приходитъ въ движеніе; но, разъ придя въ движеніе, наша цѣпь не имѣетъ причинъ остановиться и должна вѣчно двигаться, ибо

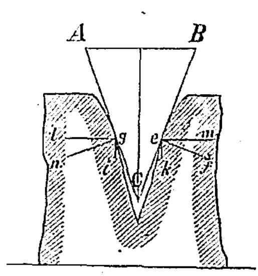


Фиг. 101.

при этомъ съ теченіемъ времени ничего въ ея расположеніи (ни форма, ни положеніе центра тяжести) не измѣняется. Однако нельзя допустить, чтобы наша цѣпь, предоставленная самой себѣ, непрерывно двигалась въ одномъ направленіи; поэтому приходится принять, что перекинутая чрезъ призму цѣпь останется въ равновѣсіи. Такъ какъ нижняя свободно висящая часть цѣпи, состоящая изъ двухъ симметричныхъ половинъ, сама по себѣ должна быть въ равновѣсіи, то ее можно отрѣзать, и оставшаяся цѣпь, лежащая на призмѣ и состоящая изъ частей AB и BC, сохранитъ равновѣсіе; такимъ образомъ отрѣзокъ цѣпи AB уравновѣшиваетъ отрѣзокъ BC. Теперь примемъ, что призма ABC прямоугольная и что изъ сторонъ, пересѣкающихся подъ прямымъ угломъ, одна расположена вертикально, другая—горизонтально; назовемъ длину AB наклонной плоскости, а потому и длину лежащей на ней цѣпи чрезъ l, высоту BC и длину вертикальной цѣпи — чрезъ h; обозначимъ P вѣсъ цѣпи AB и Q вѣсъ цѣпи BC; понятно, что вѣсъ цѣпи пропорціоналенъ ея длинѣ; поэтому можемъ написать $P/Q = l/h$, откуда $Q = Ph/l$, т. е. сила Q уравновѣшиваетъ положенное на наклонную плоскость тѣло, вѣсъ котораго въ l/h больше ея.

§ 9. Практическія примѣненія наклонной плоскости мы встрѣчаемъ въ формѣ *клина* и *винта*.

Клиномъ называется треугольная призма, употребляемая для раскалыванія дерева и т. п. Пусть въ кусокъ дерева вбивается клинъ ABC (фиг. 102), *щеки* котораго AC и BC, имѣютъ длину l, а *головка* $AB = 2b$; уголъ ABC назовемъ 2α. Раскалываемое дерево производитъ на щеки AC и BC одинакія нормальныя давленія fe и ng, которыя назовемъ Q; разложимъ каждую изъ этихъ силъ на $ke = ig = P = Q\,\mathrm{Sin}\,\alpha$ и $me = lg = R = Q\,\mathrm{Cos}\,\alpha$; понятно, что для вбиванія клина надо преодолѣть лишь силу $ke + ig = 2Q\,\mathrm{Sin}\,\alpha$; отсюда заключаемъ, что клинъ тѣмъ легче вбить въ дерево, чѣмъ онъ острѣе.



Фиг. 102.

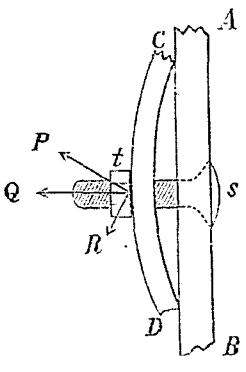
Топоръ, ломъ, ножъ и т. п. дѣйствуютъ какъ клинъ.

Вырѣжемъ изъ бумаги прямоугольный треугольникъ и, приложивъ его къ круглому цилиндру такъ, чтобы одинъ изъ его катетовъ совпадалъ съ одною изъ образующихъ цилиндра, обернемъ его вокругъ послѣдняго; гипотенуза нашего треугольника расположится по *винтовой линіи*. Если теперь сточить поверхность нашего цилиндра оставляя лишь прямоугольный или треугольный выступъ вдоль винтовой линіи, то получимъ *винтъ*. Считаемое по оси разстояніе между двумя сосѣдними оборотами винта, называется его *шагомъ*. Понятно, что поверхность винтовой нарѣзки можно разсматривать какъ наклонную плоскость, навернутую на цилиндръ.

Винтъ дѣлаютъ изъ твердаго металла, напр. желѣза или латуни; одинъ конецъ его расширяютъ—это *головка винта*; въ головкѣ дѣлаютъ поперечное прямолинейное углубленіе, въ которое вставляютъ отвертку.

Гайкою называютъ тѣло съ цилиндрическимъ отверстіемъ, на поверхности котораго нарѣзано винтовое углубленіе. Если шагъ гайки равенъ шагу винта, то гайка можетъ быть навинчена на винтъ.

Для уясненія того, какъ дѣйствуетъ винтъ, представимъ себѣ, что мы свинчиваемъ двѣ доски AB и CD (фиг. 103), изъ которыхъ одна скороблена. Просверлимъ обѣ доски и, вставивъ въ отверстіе винтъ s, будемъ навинчивать на него гайку t. Доска CD сопротивляется движенію гайки съ силою Q, которую можно разложить на двѣ: R, направленную вдоль винтовой нарѣзки, и P, перпендикулярную къ нарѣзкѣ; гайка при навинчиваніи движется по направленію прямо противоположному R, и сила руки, движущая гайку, должна преодолѣть лишь эту послѣднюю силу, которая по закону равновѣсія на наклонной плоскости $= Qh/l$, гдѣ h шагъ винта и l — длина одного оборота. Слѣдовательно при остальныхъ равныхъ условіяхъ доски тѣмъ легче свинтить, чѣмъ мельче шагъ винта и чѣмъ онъ толще.



Фиг. 103.

ГЛАВА VIII.

Работа и энергія.

§ 1. Ознакомимся теперь еще съ двумя механическими понятіями, съ *работою* и съ *энергіею*, и укажемъ на существующую между ними связь.

Если точка, къ которой приложена сила, перемѣщается, то говорятъ что данная сила совершаетъ работу. Эту послѣднюю измѣряютъ произведеніемъ силы на путь перемѣщенія ея точки приложенія и на Cos угла между направленіемъ силы и пути перемѣщенія. Такъ если точка приложенія силы F перемѣщается на s и сила наклонена къ пути перемѣщенія на уголъ α, то при этомъ совершается работа

$$W = Fs\operatorname{Cos}\alpha. \tag{1}$$

Если $\operatorname{Cos}\alpha > 0$, т. е. сила направлена въ сторону движенія, то работу считаютъ положительною; если $\operatorname{Cos}\alpha < 0$, т. е. если сила направлена противъ движенія, то ея работу считаютъ отрицательною; наконецъ если $\operatorname{Cos}\alpha = 0$, т. е. если сила перпендикулярна къ пути перемѣщенія своей точки приложенія, то такая сила не совершаетъ никакой работы.

Такъ при паденіи тяжелаго тѣла дѣйствующая на него сила тяжести совершаетъ положительную работу, ибо какъ сила тяжести, такъ и движеніе падающаго тѣла направлены по вертикали внизъ. Когда тяжелое тѣло брошено вверхъ, то дѣйствующая на него сила тяжести совершаетъ отрицательную работу, ибо сила тяжести направлена по вертикали внизъ, а брошенное тѣло движется вверхъ. Наконецъ если тяжелое тѣло движется по горизонтальному направленію, то дѣйствующая на него сила тяжести не производитъ никакой работы.

Если тѣло находится подъ дѣйствіемъ постоянной силы и движется всегда по направленію силы (или подъ постояннымъ угломъ къ ней), то для вычисленія работы надо весь путь перемѣщенія умножить на силу (или на ея составляющую по направленію движенія). Если же сила и направленіе движенія (относительно силы) мѣняются, то работа вычисляется такъ: разбиваютъ весь путь движенія на столь малые элементы s_1, s_2, ..., чтобы силу, дѣйствующую на точку при прохожденіи каждаго изъ нихъ, можно было считать постоянною: f_1 на элементѣ s_1, f_2 на s_2, ...; углы (f_1, s_1), (f_2, s_2), ... назовемъ α_1, α_2, ...; тогда на пути перваго элемента совершается работа $f_1 s_1 \operatorname{Cos}\alpha_1$, на пути второго элемента $f_2 s_2 \operatorname{Cos}\alpha_2$, ...; а вся работа представится суммою этихъ элементарныхъ работъ:

$$W = f_1 s_1 \operatorname{Cos}\alpha_1 + f_2 s_2 \operatorname{Cos}\alpha_2 + \ldots$$

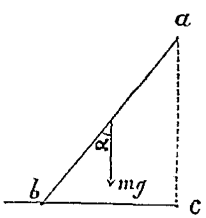
Изъ опредѣленія работы вытекаетъ и единица ея измѣренія; дѣйствительно, такъ какъ работа измѣряется произведеніемъ перемѣщенія на составляющую силы по этому перемѣщенію и такъ какъ для перемѣщенія мы имѣемъ единицу — сантиметръ, а для силы — дину, то за *единицу работы мы должны принять такую работу, когда точка приложенія силы въ одну дину перемѣщается (по направленію силы) на одинъ сантиметръ.* Такую единицу работы называютъ *эргомъ.* На практикѣ эта единица слишкомъ мала; поэтому за практическую единицу работы принимаютъ *джауль*, которая $= 10^7$ эрговъ.

§ 2. Вычислимъ работу въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ.

1) Положимъ, что тѣло массы m свободно падаетъ съ высоты h; какую работу производитъ при этомъ сила тяжести? такъ какъ сила тяжести, дѣйствующая на наше тѣло (его вѣсъ), $= mg$, то искомая работа

$$W = mgh;$$

если m выражено въ граммахъ, а h въ сантиметрахъ, то mg представляетъ силу въ динахъ, а работа W выразится въ эргахъ.



Фиг. 104.

2) Положимъ теперь, что тяжелое тѣло падаетъ не свободно, а по наклонной плоскости, проходя путь l между точками a и b (фиг. 104), вертикальное разстояніе которыхъ $ac = h$. На наше тѣло, массу котораго обозначимъ m, дѣйствуетъ вертикальная сила mg, составляющая уголъ α съ направленіемъ движенія; слѣдовательно искомая работа

$$W = mgl \operatorname{Cos} \alpha;$$

но, какъ видно изъ чертежа, $l \operatorname{Cos} \alpha = h$ и потому

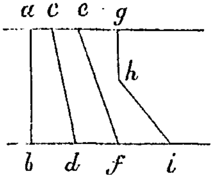
$$W = mgh.$$

Итакъ работа силы тяжести при паденіи тяжелаго тѣла по наклонной плоскости равна работѣ этой силы при свободномъ паденіи по вертикали между горизонтальными плоскостями, проходящими чрезъ крайнія положенія падающаго тѣла.

Послѣ этого ясно, что сила тяжести совершаетъ одну работу при паденіи тяжелаго тѣла между двумя горизонтальными плоскостями, будетъ ли путь паденія вертикальная прямая ab (фиг. 105), наклонныя cd, ef, ломаная ghi или какая нибудь кривая.

3) Тяжелое тѣло массы m, брошенное вверхъ по вертикали, поднимается на высоту h; такъ какъ въ этомъ случаѣ $\operatorname{Cos}\alpha = -1$, то сила тяжести совершаетъ работу.

$$W = -mgh.$$



Фиг. 105.

§ 3. *Кинетической энергіею* или *живою силою* тѣла называется *половина его массы, умноженная на квадратъ его скорости.* Такъ тѣло массы m, движущееся со скоростью v, обладаетъ кинетическою энергіею $mv^2/2$. Если тѣло движется съ постоянною скоростью, то оно обладаетъ постоянною кинетическою энергіею; если же скорость движущагося тѣла измѣняется, то и его кинетическая энергія измѣняется. Если имѣемъ систему тѣлъ, массы которыхъ $m_1, m_2, \ldots$, а скорости $v_1, v_2, \ldots$, то кинетическая энергія всей системы этихъ тѣлъ будетъ $m_1 v_1^2/2 + m_2 v_2^2/2 + \ldots$ Кинетическая энергія тѣла, очевидно, обусловливается его движеніемъ; неподвижное тѣло вовсе не обладаетъ кинетическою энергіею; въ виду этого кинетическую энергію иногда называютъ *энергіею движенія.*

Разсмотримъ нѣкоторые частные случаи.

1) Тяжелое тѣло массы m падаетъ безъ начальной скорости; пройдя путь h, оно пріобрѣтаетъ скорость $v = \sqrt{2gh}$ и слѣдовательно кинетическую энергію

$$K = \frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} 2gh = mgh.$$

2) Тяжелое тѣло массы m брошено вверхъ со скоростью v_0; въ первый моментъ движенія тѣло обладаетъ кинетическою энергіею $mv_0^2/2$. По мѣрѣ поднятія тѣла, скорость его убываетъ, кинетическая энергія тоже уменьшается; когда тѣло поднимется на высоту h, скорость его $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$ (I, § 7) и потому оно обладаетъ кинетическою энергіею $mv^2/2 = mv_0^2/2 - mgh$. Въ моментъ остановки оно теряетъ свою кинетическую энергію.

3) Какъ измѣняется кинетическая энергія маятника? Такъ какъ скорость качающагося маятника $2\pi R \operatorname{Sin}\varphi / T$ (VI, § 1), то его кинетическая энергія

$$K = m\frac{2\pi^2 R^2}{T^2}\operatorname{Sin}^2\varphi;$$

слѣдовательно кинетическая энергія маятника измѣняется періодически: она бываетъ наибольшею, когда маятникъ проходитъ чрезъ положеніе своего равновѣсія (т. е. когда $\varphi = \pi/2,\ 3\pi/2, \ldots$), и наименьшею, когда онъ всего болѣе отклоненъ (т. е. когда $\varphi = 0,\ \pi, \ldots$).

4) Положимъ, что имѣемъ тѣло, вращающееся около оси съ постоянною угловою скоростью φ; назовемъ чрезъ r — разстояніе какой нибудь точки тѣла отъ этой оси и m массу ея; тогда линейная скорость разсматриваемой точки будетъ $r\varphi$, а кинетическая энергія $mr^2\varphi^2/2$; вычисляя подобнымъ образомъ кинетическую энергію всѣхъ остальныхъ точекъ и складывая, найдемъ кинетическую энергію вращающагося тѣла

$$K = \frac{\varphi^2}{2}\Sigma mr^2;$$

но Σmr^2 есть моментъ инерціи J нашего тѣла относительно оси вращенія; слѣдовательно

$$K = \frac{1}{2}\varphi^2 J,$$

т. е. кинетическая энергія вращающагося тѣла равна половинѣ его момента инерціи относительно оси вращенія, умноженной на квадратъ угловой скорости.

§ 4. *Потенціальною энергіею* тѣла въ данномъ положеніи называютъ ту работу, которую произведетъ сила, дѣйствующая на наше тѣло, при его перемѣщеніи отъ даннаго положенія до конечнаго.

Оцѣнка потенціальной энергіи зависитъ отъ того, какое положеніе тѣла примемъ за конечное; обыкновенно такимъ считаютъ то, въ которомъ тѣло имѣетъ наименьшую потенціальную энергію: въ случаѣ тяжелаго тѣла — когда оно лежитъ на поверхности земли, въ случаѣ маятника—когда онъ находится въ положеніи равновѣсія и т. д.

Представимъ себѣ, что подымаемъ тяжелое тѣло, которое затѣмъ падаетъ. По мѣрѣ удаленія тѣла отъ земли потенціальная его энергія постепенно увеличивается; такъ когда тѣло поднято на высоту h, оно обладаетъ потенціальною энергіею mgh; а когда поднято на высоту H, то обладаетъ потенціальною энергіею mgH. Когда тѣло опускается, то его потенціальная энергія уменьшается. Потенціальная энергія тяжелаго тѣла совершенно не зависитъ отъ того пути, по которому оно было поднята или по которому падаетъ; она исключительно зависитъ отъ положенія тяжелаго тѣла относительно земли; поэтому ее еще называютъ *энергіею положенія*.

Потенціальная энергія качающагося маятника тоже зависитъ отъ его положенія относительно земли; когда маятникъ поднятъ всего выше надъ землею, тогда его потенціальная энергія бываетъ наибольшая и наоборотъ. Наибольшее поднятіе маятника надъ землею бываетъ въ моменты его наибольшихъ отклоненій, когда скорость его колебаній $= 0$; наименьшее поднятіе маятника бываетъ въ моменты его прохожденія чрезъ положенія равновѣсія, когда скорость его колебаній наибольшая. Слѣдовательно потенціальная энергія маятника измѣняется періодически: она бываетъ наибольшею, когда его кинетическая энергія наименьшая, и наоборотъ.

Деформированное упругое тѣло обладаетъ потенціальною энергіею, ибо въ такомъ тѣлѣ развиваются силы, точки приложенія которыхъ при возстановленіи формы упругого тѣла перемѣщаются; вслѣдствіе чего эти силы производятъ работу.

§ 5. Обратимся теперь къ вопросу объ одновременномъ измѣненіи потенціальной и кинетической энергіи даннаго тѣла и о связи между этими измѣненіями.

Представимъ себѣ опять тяжелое тѣло, падающее съ высоты H, и разсмотримъ его въ два момента, когда оно находится на разстояніяхъ h_1 и h_2 отъ земли; соотвѣтствующія скорости, пріобрѣтаемыя тѣломъ послѣ паденія съ высотъ $H - h_1$ и $H - h_2$, будутъ (I, § 7) $v_1^2 = 2g(H-h_1)$ и $v_2^2 = 2g(H-h_2)$; опредѣляя изъ этихъ уравненій mgH, находимъ

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2, \tag{2}$$

или, обозначая чрезъ K_1 и P_1 кинетическую и потенціальную энергію въ первомъ положеніи падающаго тѣла и чрезъ K_2 и P_2 тѣ же величины во второмъ положеніи, т. е. полагая $K_1 = mv_1^2/2$, $P_1 = mgh_1$, $K_2 = mv_2^2/2$ и $P_2 = mgh_2$,

$$(3) \qquad K_1 + P_1 = K_2 + P_2 = mgH.$$

Назовемъ P_0 потенціальную энергію системы до начала паденія, когда тяжелое тѣло находится на высотѣ H надъ землею; очевидно, что

$$P_0 = mgH;$$

наконецъ назовемъ K' кинетическую энергію въ моментъ паденія тяжелаго тѣла на землю, когда оно обладаетъ скоростью V $(=\sqrt{2gH})$:

$$K' = \frac{mV^2}{2} = mgH.$$

Сравнивая всѣ эти уравненія, находимъ

$$P_0 = P_1 + K_1 = P_2 + K_2 = K';$$

отсюда заключаемъ: при всѣхъ положеніяхъ падающаго тѣла сумма кинетической и потенціальной энергій нашей системы (состоящей изъ тяжелаго тѣла и притягивающей его земли) или ея *полная энергія* есть величина постоянная; если одна энергія уменьшается, то другая въ это время на столько же увеличивается: когда тѣло поднято на высоту H (и еще не падаетъ), то обладаетъ одною потенціальною энергіею P_0; во время паденія потенціальная энергія постепенно уменьшается, переходя въ кинетическую, которая постепенно увеличивается, при чемъ сумма ихъ всегда $= P_0$; наконецъ когда тѣло дойдетъ до поверхности земли, упавъ съ высоты H, оно обладаетъ одною кинетическою энергіею K', достигающей въ этотъ моментъ maximum'а, равнаго той же величинѣ P_0.

Условимся называть *системою тѣлъ* совокупность нѣсколькихъ тѣлъ и силъ, между ними дѣйствующихъ (взаимодѣйствія, взаимные удары и т. п.); если на тѣла системы не дѣйствуютъ внѣшнія силы (напр. притяженія постороннихъ тѣлъ), то такую систему будемъ называть *уединенною*.

Изъ сказаннаго выше выводимъ заключеніе: уединенная система, которой сообщена нѣкоторая энергія (поднятіемъ напр. тяжелаго тѣла надъ поверхностью земли) сохраняетъ ее постоянною. При измѣненіяхъ, которыя испытываетъ система, энергія ея изъ кинетической можетъ переходить вся или отчасти въ потенціальную или обратно, но такъ, что сумма той и другой не измѣняется. Энергія одной части системы можетъ, какъ это увидимъ ниже, передаваться другой части, но потеряться, пропасть или же увеличиться не можетъ. Мы доказали неизмѣняемость энергіи при паденіи тяжелаго тѣла; можно было бы доказать это для паденія по наклонной плоскости, для движенія тяжелаго тѣла, брошеннаго вверхъ и т. д. Допущеніе, что энергія сохраняется при всѣхъ процессахъ природы, составляетъ такъ называемый законъ сохраненія энергіи, который вмѣстѣ съ закономъ сохраненія вещества служитъ основаніемъ не только физики, но и всего естествознанія.

Вселенная во всей своей совокупности есть единственная дѣйствительно уединенная система; поэтому энергія вселенной постоянна: она не увеличивается и не уменьшается, она можетъ только мѣнять свою форму. Всякое измѣненіе въ мірѣ есть лишь перемѣна формы энергіи; здѣсь часть ея проявляется какъ кинетическая энергія движущихся массъ, тамъ — какъ правильное свѣтовое или звуковое колебаніе, тамъ — какъ неправильное тепловое движеніе неизмѣримо-мелкихъ частицъ; энергія то является въ потенціальной формѣ притяженія двухъ тяготѣющихъ другъ къ другу массъ, то какъ внутреннее напряженіе и давленіе упругихъ тѣлъ, то какъ химическое притяженіе, электрическое заряженіе или магнитная полярность. Исчезнетъ она въ одной формѣ—навѣрно появится въ другой; а когда она появляется въ новой формѣ, мы должны быть увѣрены, что исчезла какая нибудь изъ прежнихъ ея формъ. Образъ проявленія энергіи постоянно измѣняется, но количество ея всегда неизмѣнно.

§ 6. Посмотримъ еще какая работа совершается силою тяжести въ то время, когда кинетическая энергія нашей системы, состоящей изъ земли и тяжелаго тѣла [1]), увеличивается на $K_2 - K_1$, а потенціальная уменьшается на $P_1 - P_2$; такъ какъ при этомъ тѣло массы m падаетъ съ высоты $h_1 - h_2$, то совершается работа

$$W = mg\,(h_1 - h_2);$$

изъ (2) и (3) находимъ $mg\,(h_1 - h_2) = m\,(v_2^2 - v_1^2)/2 = P_1 - P_2 = K_2 - K_1$; слѣдовательно

[1]) Такую систему можно приблизительно считать уединенною и примѣнять къ ней законъ сохраненія энергіи; хотя на нее дѣйствуютъ посторонніе тѣла—солнце и планеты, но, благодаря своему большему отъ земли удаленію, со столь малыми силами, что ими можно пренебречь.

$$W = K_2 - K_1 = P_1 - P_2,$$

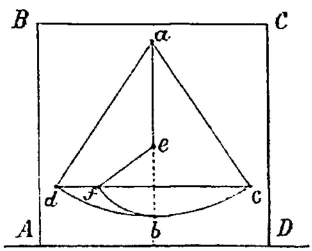
т. е. *положительная работа, совершаемая при паденіи, равна одновременному приращенію кинетической энергіи или убыли потенціональной энергіи.*

Это положеніе, доказанное нами для одного частнаго случая паденія, опять таки совершенно общее и примѣнимо ко всѣмъ процессамъ природы.

Иногда бываетъ трудно непосредственно опредѣлить измѣненіе энергіи системы; въ такомъ случаѣ стараются опредѣлить совершенную при этомъ работу (что бываетъ обыкновенно легче сдѣлать); она по предыдущему служитъ мѣрою измѣненія энергіи.

Изъ доказаннаго слѣдуетъ еще, что работа и энергія величины однородныя и потому ихъ измѣряютъ въ однѣхъ единицахъ—въ эргахъ или джауляхъ.

Слѣдующій опытъ Галилея наглядно показываетъ, что при совершеніи извѣстной работы всегда опредѣленная часть энергіи системы мѣняетъ форму. Представимъ себѣ маятникъ, состоящій изъ тяжелаго шарика и нити, верхній конецъ которой прикрѣпленъ въ точкѣ a (фиг. 106) вертикальной доски $ABCD$, на которой проведена горизонтальная прямая cd. Если, вытягивая нить, поднять шарикъ до уровня cd и затѣмъ предоставить самому себѣ, то маятникъ станетъ падать и, пройдя положеніе равновѣсія, поднимается опять до уровня cd. Повторимъ опытъ, вбивъ въ точку e доски гвоздь, за который бы нить маятника зацѣпляла: отъ c до b онъ качается, какъ маятникъ длины ab, а далѣе — какъ маятникъ длины eb, но все таки, поднимаясь, достигаетъ уровня cd.



Фиг. 106.

Въ описанномъ опытѣ, при движеніи тяжелой точки отъ b до уровня cd, сила тяжести совершаетъ одну и ту же работу, независимо отъ того, по какому пути перемѣщается тяжелый шарикъ, по дугѣ bd или по дугѣ bf (§ 2); кинетическая энергія маятника въ обоихъ этихъ случаяхъ тоже уменьшается на одну и ту же величину, ибо маятникъ, падающій изъ c, имѣетъ въ b всегда одну и ту же скорость, а достигнувъ уровня cd, останавливается, какъ показываетъ нашъ опытъ.

§ 7. Энергія отдѣльнаго тѣла можетъ быть измѣнена: если поднять камень, то его потенціальная энергія увеличивается. Законъ сохраненія энергіи примѣняется не къ отдѣльнымъ тѣламъ, а къ уединенной системѣ взаимодѣйствующихъ тѣлъ; энергія такой системы не можетъ быть измѣнена. Пояснимъ это нѣкоторыми простыми примѣрами.

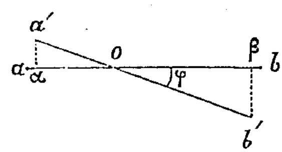
Пусть система наша состоитъ изъ земли и тяжелаго тѣла; на первый взглядъ можетъ показаться, что потенціальная энергія системы увеличивается когда тѣло поднимается надъ поверхностью земли; но если мы вникнемъ вслѣдствіе чего поднимается тяжелое тѣло, то поймемъ, что при этомъ энергія не увеличивается.

Поднять тяжелое тѣло можно различными средствами; разсмотримъ простѣйшее, впрочемъ, равносильное всѣмъ остальнымъ; положимъ именно, что имѣемъ неподвижный блокъ вращающійся около горизонтальной оси, чрезъ который перекинута нить, привязанная однимъ концомъ къ грузу A; чтобы поднять этотъ грузъ надо къ другому концу нити привязать такого же вѣса грузъ B и опускать его; теперь мы имѣемъ систему, состоящую изъ земли и двухъ грузовъ; насколько мы увеличимъ потенціальную энергію нашей системы, поднимая одинъ грузъ, на столько же уменьшимъ ее, опуская другой грузъ.

При помощи машинъ, которыя были описаны выше, мы тоже не можемъ измѣнить энергію, а лишь передаемъ ее отъ одного тѣла другому. Такъ положимъ, что имѣемъ рычагъ aOb (фиг. 107) въ равновѣсіи; точка опоры его O; на концы рычага привѣшены грузы вѣсомъ P и Q; такъ какъ рычагъ въ равновѣсіи, то

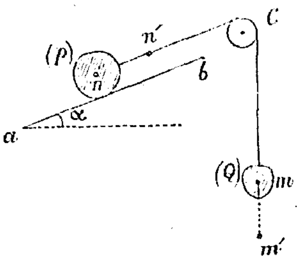
$$P.\,Ob = Q\,.\,Oa.$$

Положимъ теперь, что рычагъ принимаетъ положеніе $a'Ob'$, наклоняясь на уголъ φ. При этомъ потенціальная энергія праваго груза уменьшается на $P.\,\beta b' = P.\,Ob\,.\,\mathrm{Sin}\,\varphi$, а лѣваго увеличивается на $Q\,.\,aa' = Q\,.\,Oa\,.\,\mathrm{Sin}\,\varphi$. Сравнивая эти уравненія съ предыдущимъ, заключаемъ, что на сколько потенціальная энергія нашей системы увеличивается отъ поднятія одного груза, на столько же она уменьшается отъ паденія другого.



Фиг. 107.

Разсмотримъ еще наклонную плоскость; положимъ, что на плоскости ab (фиг. 108), составляющей уголъ α съ горизонтомъ, лежитъ тяжелое тѣло вѣсомъ P, которое уравновѣшивается вѣсомъ груза Q, соединеннаго съ нимъ нитью. Условіе равновѣсія состоитъ въ томъ, что



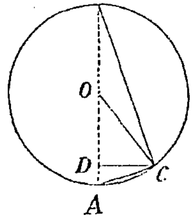
Фиг. 108.

$$Q = P \operatorname{Sin} \alpha.$$

Если грузъ Q опускается на h (отъ m до m'), то грузъ P при этомъ перемѣщается на такое же разстояніе по наклонной плоскости (отъ n до n') и слѣдовательно поднимается всего на высоту $h \operatorname{Sin} \alpha$. Въ то время, когда грузъ Q опускается по вертикали на h, потенціальная энергія нашей системы уменьшается на Qh; одновременно съ этимъ грузъ P втаскивается на h по наклонной плоскости (т. е. поднимается на $h \operatorname{Sin} \alpha$ по вертикальному направленію), и потому потенціальная энергія системы увеличивается на $Ph \operatorname{Sin} \alpha$. Такимъ образомъ полное приращеніе потенціальной энергіи нашей системы будетъ $Ph \operatorname{Sin} \alpha - Qh$, что по предыдущему $= 0$.

Въ приведенныхъ примѣрахъ мы видѣли передачу потенціальной энергіи; укажемъ на случаи передачи кинетической энергіи. Простѣйшій примѣръ тому мы видимъ при ударѣ тѣлъ: пусть движущееся тѣло встрѣчаетъ другое неподвижное и ударяетъ его; послѣ удара второе тѣло приходитъ въ движеніе, а первое останавливается или движется медленнѣе: при ударѣ первое тѣло передаетъ всю свою энергію или часть ея второму тѣлу, которое и приходитъ вслѣдствіе этого въ движеніе.

§ 8. Пользуясь принципомъ сохраненія энергіи, иногда бываетъ очень удобно найти законы того или другого явленія. Для примѣра покажемъ, какъ этимъ способомъ можно найти формулу простого маятника и опредѣлить приведенную длину сложнаго маятника.



Фиг. 109.

Простой маятникъ длины OA $(= l)$ пусть качается около точки O (фиг. 109); отклонимъ его въ OC и предоставимъ самому себѣ; онъ станетъ совершать простыя колебанія съ амплитудою равною дугѣ AC; разсмотримъ нашъ маятникъ въ два момента: когда онъ, отклоненный въ OC, начинаетъ свое качаніе и когда онъ проходитъ чрезъ свое положеніе равновѣсія OA. Если назовемъ его энергіи въ первомъ положеніи чрезъ K_c и P_c, а во второмъ K_a и P_a, то по закону сохраненія энергіи

$$K_c + P_c = K_c + P_a;$$

но въ началѣ качанія маятникъ не имѣетъ скорости и потому $K_c = 0$; переходя изъ A въ C, тяжелая точка маятника поднимается на высоту AD и потому $P_c = P_a + mg \cdot AD$, гдѣ m — масса этой точки; изъ O, какъ центра, опишемъ окружность радіусомъ равнымъ длинѣ маятника и проведемъ діаметръ AB; тогда можно написать $AD =$ $= AC^2/AB = AC^2/2l$, гдѣ AC есть хорда между точками A и C; и такъ $P_c = P_a + mg \cdot AC^2/2l$. Такъ какъ совершающая простыя качанія точка, проходя чрезъ положеніе равновѣсія, обладаетъ скоростью (VI, § 2, форм. (2), въ которой $\sin 2\pi t/T$ надо положить $=1$) $v = 2\pi\,(AC)/T$, гдѣ (AC) есть амплитуда т. е. дуга между точками A и C, то $K_a = mv^2/2 = 2\pi^2 m (AC)^2/T^2$. И такъ предыдущее уравненіе принимаетъ видъ:

$$mg\,\frac{AC^2}{2l} = 2\,\pi^2 m\,\frac{(AC^2)}{T^2}.$$

Если амплитуда качаній столь мала, что хорду AC можно принять равною дугѣ (AC), то предыдущее уравненіе дастъ извѣстную намъ формулу маятника (VI, § 4):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Представимъ себѣ теперь сложный маятникъ, состоящій изъ частицъ, массы которыхъ $m_1, m_2, \ldots$ и разстоянія которыхъ отъ оси $r_1, r_2, \ldots$; пусть маятникъ изъ отклоненнаго положенія (гдѣ былъ въ покоѣ) переходитъ въ положеніе равновѣсія; если угловую скорость маятника въ этотъ моментъ назовемъ φ, то линейныя скорости различныхъ его точекъ будутъ $r_1\varphi, r_2\varphi, \ldots$; такъ что маятникъ нашъ, падая изъ начальнаго положенія въ положеніе равновѣсія, пріобрѣтаетъ кинетическую энергію $\varphi^2\,(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots)/2 = \varphi^2\,J/2$, гдѣ J — моментъ инерціи маятника около оси вращенія. Вычислимъ еще уменьшеніе потенціальной энергіи маятника при сказанномъ паденіи; назовемъ h высоту, съ которой при этомъ опускается точка, отстоящая на единицу отъ оси; центръ тяжести, отстоящій на s отъ оси, опускается слѣдовательно на sh; если всю массу маятника назовемъ M, то искомое уменьшеніе потенціальной энергіи будетъ $Mgsh$. По закону сохраненія энергіи можемъ написать

$$\frac{\varphi^2 J}{2} = Mgsh.$$

Вообразимъ себѣ теперь простой маятникъ длины L, совершающій такія же колебанія и съ такою же продолжительностью, какъ данный; когда такой маятникъ доходитъ до положенія равновѣсія его тяжелая точка опускается съ высоты Lh и пріобрѣтаетъ скорость $L\varphi$; такъ что онъ увеличиваетъ свою кинетическую энергію на $m\,(L\varphi)^2/2$ и уменьшаетъ потенціальную на $mgLh$, гдѣ m — масса тяжелой точки простого маятника. Такъ какъ эти измѣненія энергіи должны быть равны, то

$$\frac{\varphi^2 L}{2} = gh.$$

Раздѣляя это уравненіе на предыдущее, находимъ

$$L = \frac{J}{Ms}.$$

Это есть приведенная длина сложнаго маятника; мы ее уже нашли инымъ путемъ (VI, § 7).

СВОЙСТВА ТѢЛЪ.

ГЛАВА IX.

Свойства твердыхъ тѣлъ.

§ 1. Изученіе свойствъ вещества составляетъ одну изъ главныхъ задачъ физики. Въ настоящемъ отдѣлѣ мы ознакомимся со свойствами тѣлъ независимо отъ внѣшнихъ обстоятельствъ, или же въ зависимости отъ механическихъ условій; въ другихъ отдѣлахъ мы займемся изученіемъ свойствъ тѣлъ въ зависимости отъ собственно физическихъ условій: тепловыхъ, электрическихъ или магнитныхъ.

Обыкновенно вещество представляется въ одномъ изъ трехъ видовъ или состояній: въ *твердомъ*, *жидкомъ* и *газообразномъ*.

Часть вещества въ твердомъ состояніи обладаетъ опредѣленною формою, для измѣненія которой надо употребить большую силу; будучи въ жидкомъ состояніи вещество не обладаетъ собственною формою и малѣйшая сила можетъ измѣнить форму жидкости; газы тоже очень легко измѣняютъ свою форму.

Что касается до объема, то твердыя и жидкія тѣла измѣняютъ его съ большимъ трудомъ; напротивъ того газы измѣняютъ свой объемъ очень легко. Нѣкоторыя тѣла напр. тѣсто, смола и т. п. находятся въ состояніи промежуточномъ между твердымъ и жидкимъ; такія тѣла называются *полутвердыми* или *полужидкими*.

Нѣкоторыя свойства общи всѣмъ тѣламъ въ какомъ бы состояніи они ни находились; такія свойства называются *общими свойствами матеріи*.

Главное изъ общихъ свойствъ есть *инерція,* о которой мы говорили выше. Далѣе всякое тѣло занимаетъ нѣкоторое пространство; слѣдовательно матерія обладаетъ *протяженностью;* но протяженность включаетъ въ себѣ понятіе о формѣ, такимъ образомъ *форма* есть одно изъ общихъ свойствъ матеріи.

Данное тѣло, занимая нѣкоторое пространство, исключаетъ изъ него всякое другое; такимъ образомъ вещество *непроницаемо.*

Большинство тѣлъ пористаго строенія; внутреннія поры суть въ дѣйствительности пространства внѣшнія относительно даннаго тѣла; въ эти пустыя пространства, не занятыя веществомъ даннаго тѣла, можетъ проникать постороннее вещество. Пористость губки, дерева, пробки, песчанника сѣмъ извѣстна; металлы тоже пористы, ибо нѣкоторые изъ нихъ пропускаютъ чрезъ себя газы (окись углерода напр. проходитъ чрезъ до-красна раскаленный чугунъ), другіе поглощаютъ ихъ (напр. палладій поглощаетъ или окклюдируетъ водородъ). Въ одномъ только стеклѣ не обнаружено поръ.

Всякое тѣло *сжимаемо,* т. е. способно уменьшать свой объемъ, когда на него давятъ внѣшнія силы; о сжимаемости тѣлъ мы будемъ подробно говорить ниже.

Упругость есть тоже общее свойство всѣхъ тѣлъ; если внѣшнія силы измѣняютъ форму или объемъ тѣла, то благодаря своей упругости оно сопротивляется такому измѣненію, а по прекращенію дѣйствія внѣшнихъ силъ болѣе или менѣе возстановляетъ свой объемъ и свою форму.

Наконецъ къ числу общихъ свойствъ тѣлъ слѣдуетъ отнести ихъ *вѣсъ;* мы уже знаемъ, что вслѣдствіе тяготѣнія всякое тѣло притягивается къ землѣ съ большею или меньшею силою.

§ 2. Обратимся теперь къ вопросу о строеніи вещества.

Каплю воды можно разбить на меньшія; эти послѣднія можно еще раздробить и т. д.; но можно-ли продолжать такое дробленіе безъ конца? Еще въ древности существовало по этому поводу два различныхъ мнѣнія: Анаксагоръ думалъ, что дѣленіе тѣла можно продолжать до безконечности; Демокритъ напротивъ того полагалъ, что дѣленіе матеріи можно продолжать до извѣстнаго предѣла, послѣ чего получаются недѣлимыя части — *атомы.*

Въ настоящее время всѣми принята *атомистическая гипотеза,* предполагающая, что механическое дѣленіе матеріи можно продолжать только до извѣстнаго предѣла, послѣ чего получаются *частицы* или *молекулы* однородныя и совершенно тождественныя между собою. Молекулы впрочемъ не представляютъ еще самой послѣдней стадіи дѣленія матеріи; при нѣкоторыхъ химическихъ процессахъ молекулы распадаются на *атомы*, иногда разнородные между собою; такъ напр. молекула воды можетъ быть раздѣлена на два атома водорода и одинъ атомъ кислорода. Атомъ *недѣлимъ* и *неизмѣняемъ*. Атомы суть элементы тѣла, простѣйшія его части, и должны обладать простѣйшими свойствами; поэтому-то и принимаютъ ихъ неизмѣняемыми.

Изъ атомовъ складываются молекулы, изъ молекулъ—тѣло. Есть основаніе думать, что молекулы, образующія тѣло, не соприкасаются между собою, но раздѣлены сравнительно большими *междучастичными разстояніями* и удерживаются одна около другой особыми *частичными* или *молекулярными силами*. Всякое тѣло такимъ образомъ можно уподобить каменному зданію; какъ послѣднее состоитъ изъ отдѣльныхъ кирпичей, связанныхъ между собою цементомъ, такъ и тѣло состоитъ изъ отдѣльныхъ частицъ, связанныхъ между собою частичными силами. На существованіе междучастичныхъ пространствъ указываютъ многіе факты. Такъ сжатіе тѣлъ объясняется сближеніемъ частицъ (а не сжатіемъ самыхъ частицъ, которыя мы считаемъ неизмѣнными); если въ сосудъ налить двѣ разныя жидкости и смѣшать, то обыкновенно смѣсь занимаетъ объемъ меньшій суммы объемовъ смѣшанныхъ жидкостей; это явленіе подобно тому, какъ смѣсь 1 куб. cm. мелкой дроби и 1 куб. cm. крупной дроби занимаетъ объемъ меньшій двухъ куб. cm., ибо мелкія дробинки помѣщаются отчасти въ пространствахъ между крупными. Относительно частицъ мы кое-что знаемъ, хотя и не многое. Именно изъ нѣкоторыхъ соображеній В. Томсонъ (Лордъ Кельвинъ) заключаетъ, что въ обыкновенномъ твердомъ или жидкомъ тѣлѣ на протяженіи одного сантиметра не можетъ укладываться больше 10^9 и меньше 5.10^6 частицъ; это даетъ хотя приблизительно понятіе о размѣрахъ частицъ. Въ химіи опредѣляется число атомовъ, образующихъ молекулу.

Отдѣльныя частицы тѣла соединены въ одно цѣлое при помощи *частичныхъ* или *молекулярныхъ силъ*, называемыхъ также *силами сцѣпленія*. Въ существованіи этихъ силъ убѣждаетъ насъ ежедневный опытъ: для отдѣленія одной части тѣла отъ другой, надо употребить силу, которая бы преодолѣла сцѣпленіе. Нельзя-ли еще обратнымъ путемъ обнаружить существованіе силъ сцѣпленія? нельзя ли, именно, сближая два тѣла, вызвать эту силу въ соприкасающихся частицахъ и заставить такимъ образомъ два тѣла соединиться въ одно? Если взять два куска замазки или непеченаго тѣста и сжать ихъ въ рукѣ, то получимъ одно тѣло; но такой опытъ съ твердыми тѣлами не всегда удается; впрочемъ это не потому, чтобы нельзя было достаточно сблизить частицы двухъ твердыхъ тѣлъ, а потому что не всегда можно сблизить достаточное число частицъ; чтобы соединить два куска металла ихъ обыкновенно расплавляютъ; тогда въ соприкосновеніе приходитъ очень большое число частицъ, и при отвердѣваніи образуется одно цѣлое тѣло; если окунуть твердое тѣло въ жидкость, то къ твердому тѣлу прилипаетъ капля жидкости благодаря тому, 1) что сцѣпленіе между частицами жидкихъ и твердыхъ тѣлъ больше, чѣмъ сцѣпленіе между частицами жидкаго тѣла, и 2) что въ этомъ случаѣ большое число частицъ жидкости прикасается къ твердому тѣлу. Сцѣпленіе между частицами объясняетъ намъ наконецъ процессы склеиванія и спаиванія.

Но, принявъ нѣкоторыя мѣры, можно и два твердыхъ тѣла такъ сблизить, чтобы силы сцѣпленія соединили ихъ вмѣстѣ; для этого нужно только озаботиться, чтобы достаточное число частицъ пришло въ соприкосновеніе; тогда и разовьется достаточная сила сцѣпленія. Такъ если взять двѣ стеклянныхъ пластинки, нагрѣть слегка (чтобы удалить приставшій воздухъ), затѣмъ сложить ихъ и нѣсколько сжать, то онѣ на нѣкоторое время пристаютъ другъ къ другу; этотъ опытъ одинаково удается въ воздухѣ и въ безвоздушномъ пространствѣ и потому не имѣетъ ничего общаго съ такъ наз. магдебургскими полушаріями (Гл. XII).

Но чего нельзя сдѣлать малою силою, то удается большою: Шпрингъ, подвергая металлическія опилки сильному давленію, получилъ сплошную массу столь же компактную, какъ и сплавленную; опытъ удавался съ висмутомъ при давленіи 6000 atm., съ цинкомъ при 5000 atm., съ графитомъ при 5500 atm., и т. д.

Такъ какъ атомы неизмѣнны, то свойства тѣлъ должны зависѣть отъ группировки частицъ, а измѣненія ихъ свойствъ—отъ перемѣщенія частицъ. Но группировка частицъ и ихъ перемѣщенія происходятъ подъ вліяніемъ дѣйствующихъ на нихъ молекулярныхъ силъ; если бы мы знали эти силы и законы, которымъ они подчиняются, мы бы по всей вѣроятности могли предсказать *свойства* тѣлъ по ихъ составу; но молекулярныя силы—недоступныя прямому наблюденію—намъ совершенно неизвѣстны, и мы знаемъ о нихъ развѣ только то, что онѣ значительны, когда частицы очень близки другъ къ другу, и быстро уменьшаются съ увеличеніемъ разстоянія. Де-Геенъ полагаетъ, что молекулярныя силы исчезаютъ: въ водѣ на разстояніи 297.10^{-9} cm., въ сѣрной кислотѣ 718.10^{-9} cm. и т. д. Есть основаніе предполагать, что въ газахъ разстоянія между частицами на столько значительны, что молекулярныя силы между ними ничтожны; поэтому свойства газовъ проще свойствъ твердыхъ или жидкихъ тѣлъ, такъ что удалось не только изучить свойства газовъ, но удалось составить вполнѣ опредѣленное представленіе о строеніи этихъ тѣлъ.

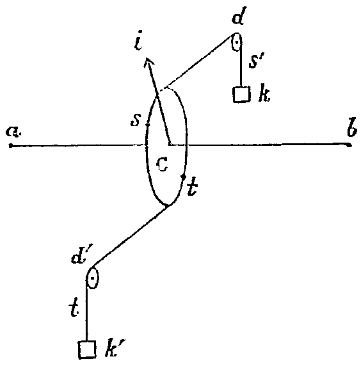
§ 3. Представимъ себѣ, что къ поверхности тѣла приложены силы. Если эти силы направлены внутрь тѣла, то онѣ *давятъ* на него, при этомъ подъ *давленіемъ* разумѣютъ силу, приложенную нормально къ малому элементу поверхности и отнесенную къ единицѣ площади; такъ если къ элементу s приложена нормальная сила f, то поверхность въ этомъ мѣстѣ испытываетъ давленіе $p = f/s$; такъ какъ f выражается въ динахъ, а s — въ квадратныхъ сантиметрахъ, то за единицу давленія мы примемъ то давленіе, при которомъ къ каждому квадратному сантиметру приложена сила въ одну дину. Если къ поверхности тѣла приложены силы, направленныя наружу, то онѣ обусловливаютъ *растяженіе*, отличающееся отъ давленія лишь направленіемъ: растяженіе мы будемъ считать отрицательнымъ давленіемъ.

Давленіе сжимаетъ тѣло, а растяженіе его расширяетъ; но частичныя силы тѣла остаются въ равновѣсіи только пока тѣло не измѣняется; эти силы сопротивляются всякимъ измѣненіямъ, производимымъ внѣшними силами; а когда внѣшнія силы прекращаются, то внутреннія силы возстановляютъ форму и размѣръ тѣла. Этими проявленіями внутреннихъ силъ обусловливаются такъ наз. *упругія свойства* тѣлъ. Изъ сказаннаго ясно, что при сближеніи частицъ между ними развиваются отталкивательныя силы, а при раздвиженіи—взаимныя притяженія. Какъ зависитъ измѣненіе размѣровъ и формы тѣла, такъ называемая *деформація* тѣла, отъ вызывающаго ее давленія или растяженія? Опытъ показалъ. что малая деформація всегда пропорціональна вызывающей ее силѣ.

Этотъ законъ былъ открытъ Р. Гукомъ (въ 17 столѣтіи) и формулированъ имъ такъ: „ut tensio, sic vis“; онъ служитъ основаніемъ всей теоріи упругости.

Законъ Гука примѣняется ко всякаго рода деформаціямъ; оправдаемъ его нѣсколькими опытами. Представимъ себѣ тонкую и длинную каучуковую трубку, верхній конецъ которой укрѣпленъ неподвижно; если къ нижнему концу этой трубки привѣшивать различные грузы, то она удлиняется на величины пропорціональныя привѣшеннымъ грузамъ; такой же опытъ можно сдѣлать съ проволочною спиралью: удлиненіе ея пропорціонально растягивающей силѣ.

Можно представить себѣ и другія деформаціи; проволоку можно напр. закручивать. Пусть проволока ab (фиг. 110) закрѣплена по концамъ; къ серединѣ ея прикрѣпленъ дискъ c, къ краю коего привязаны двѣ нити ss' и tt', идущія сперва по жолобку, вырѣзанному по краю диска, а затѣмъ касательно къ нему и наконецъ перекинутыя чрезъ неподвижные блоки d и d'; если къ концамъ этихъ нитей привѣсить грузы k и k', то проволока ab будетъ закручиваться; проволока закручивается на уголъ, служащій мѣрою деформаціи въ данномъ случаѣ и измѣряемый перемѣщеніемъ стрѣлки i; этотъ уголъ, какъ показываетъ опытъ, пропорціоналенъ закручивающей силѣ (т. е. вѣсу грузовъ k и k').



Фиг. 110.

Тѣло называется *совершенно упругимъ*, если по устраненію деформирующихъ силъ оно возстановляетъ вполнѣ свой объемъ и свою форму. Въ дѣйствительности такихъ тѣлъ нѣтъ; разъ деформированное тѣло и по устраненію деформирующихъ силъ сохраняетъ отчасти измѣненія формы и объема; такія измѣненія называются *упругими послѣдѣйствіями тѣла*. Если упругія послѣдствія тѣла незначительны, какъ въ стали, то оно называется упругимъ; если же значительны, какъ напр. въ свинцѣ, то оно называется неупругимъ.

§ 4. Обратимся теперь къ численному опредѣленію упругости тѣлъ; это можно дѣлать различно. Такъ если проволока подвергается растяженію p, то соотвѣтствующее удлиненіе, Δl, проволоки оказывается пропорціональнымъ p и начальной длинѣ l проволоки; такимъ образомъ

$$\Delta l = \frac{l.p}{E}, \tag{1}$$

гдѣ E называется *модулемъ упругости* того вещества, изъ котораго сдѣлана растягиваемая проволока. Приводимъ значенія модуля упругости нѣкоторыхъ тѣлъ; здѣсь сила выражена въ kgr., а площадь сѣченія въ □ mm.

Свинецъ . . .	1800	Мѣдь . . .	12140
Желѣзо . . .	20900	Латунь . .	10800
Сталь	21100	Платина. .	17000
Стекло. . . .	6770	Серебро . .	7270.

Изъ формулы (1) слѣдуетъ, что при $\Delta l = l$, $E = p$; т. е. модуль упругости означаетъ то растяженіе, которое удваиваетъ длину проволоки. Въ дѣйствительности, однако, проволоку никогда нельзя такъ удлинять, ибо при гораздо меньшихъ растяженіяхъ, указываемыхъ въ слѣдующей таблицѣ, проволоки разрываются.

Вотъ эти растяженія, выраженныя въ kgr / mm ^{2}

Свинецъ. . . .	2	Платина. . . .	34
Желѣзо	63	Латунь	60
Сталь	80	Серебро	29
Стекло	1	Сосна . , , . .	2
Мѣдь . . . , .	40	Букъ	4

Пусть твердое тѣло объема v подвергнуто со всѣхъ сторонъ одинаковому давленію p и оно при этомъ сжимается на Δv; это уменьшеніе объема тѣла служитъ мѣрою деформаціи въ данномъ случаѣ; по закону Гука Δv пропорціонально соотвѣтствующему p; но $\Delta v / p$ зависитъ еще отъ объема тѣла; оно, очевидно, пропорціонально объему тѣла; поэтому

$$k = \frac{\Delta v}{v} \cdot \frac{1}{p} \tag{2}$$

постоянно для даннаго вещества (т. е. не зависитъ отъ его размѣровъ) и называется его *коэффиціентомъ сжатія*. Мы ниже объяснимъ, какъ опредѣляется изъ опыта Δv, а пока приведемъ въ милліонъ разъ увеличенныя значенія коэффиціента сжатія k для нѣкоторыхъ тѣлъ:

Стекло . . .	$10^6.k = 2{,}2$
Мѣдь	0,9
Латунь . . .	1,0

§ 5. При удлиненіи тѣла поперечные размѣры его уменьшаются, но объемъ тѣла увеличивается. Послѣднее легко доказать слѣдующимъ опытомъ: гутаперчевую трубку, закрытую снизу и со стеклянною трубочкою наверху, наполняютъ водою такъ, чтобы ея уровень былъ виденъ; при растяженіи гутаперчевой трубки уровень воды въ стеклянной трубочкѣ понижается.

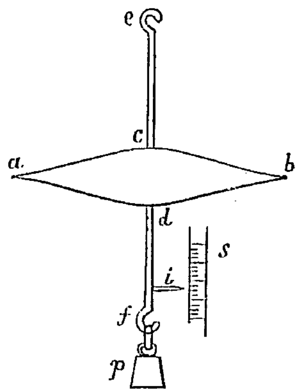
§ 6. Упругостью тѣлъ часто пользуются на практикѣ. Укажемъ на простѣйшіе приборы, основанные на этомъ свойствѣ тѣлъ.

Пружинные вѣсы состоятъ изъ спирали, свернутой изъ металлической проволоки; верхній конецъ ея укрѣпленъ неподвижно, а къ нижнему привѣшиваютъ грузъ, вѣсъ котораго хотятъ опредѣлить; подъ дѣйствіемъ вѣса этого груза спираль удлиняется на величину пропорціональную вѣсу вытягивающаго груза. Чтобы судить объ удлиненіи спирали къ нижнему ея концу придѣланъ указатель, противъ котораго помѣщается линейка, раздѣленная на равныя части. Если грузъ въ 1 kgr. вытягиваетъ спираль на 5 дѣл., то грузъ въ 2 kgr. вытягиваетъ ее на 10 дѣл. и т. д. Слѣдовательно удлиненіемъ спирали можно измѣрять дѣйствующую на нее силу.

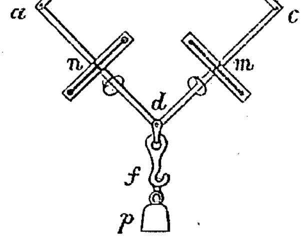
Динамометръ также служитъ для измѣренія силъ; онъ состоитъ изъ двухъ стальныхъ полосъ acb и adb (фиг. 111), свинченныхъ по концамъ; къ верхней полосѣ придѣланъ крючекъ e, который укрѣпляется неподвижно, къ нижней — крючекъ f, за который вѣшаютъ грузъ p или къ которому прикладываютъ измѣряемую силу (напр. силу руки); полосы деформируются на величину пропорціональную приложенной силѣ; о величинѣ деформаціи судятъ по числу дѣленій неподвижной линейки s, на которое перемѣщается прикрѣпленный къ динамометру указатель i; это число служитъ мѣрою для данной силы.

§ 7. Какъ объяснить упругость? Мы уже приводили одно объясненіе, которое можно назвать *статическимъ:* частицы тѣла связаны между собою частичными силами, которыя имѣютъ опредѣленную величину при ихъ равновѣсіи; если же тѣло деформируется, то между частицами развиваются особыя упругія силы, противящіяся деформаціи. В. Томсонъ показалъ, что упругости можно дать еще другое—*динамическое* объясненіе, состоящее въ допущеніи, что частицы упругаго тѣла находятся въ быстрыхъ вращеніяхъ, и что всякая деформація тѣла сопровождается измѣненіемъ направленій осей вращающихся частицъ, чему онѣ, какъ мы знаемъ, сопротивляются (V, § 12).

Положимъ, что между крючками *e* и *f* помѣщается упругое тѣло, которое мы растягиваемъ. По статическому объясненію упругое тѣло можно замѣнить парою стальныхъ пластинокъ *acb* и *adb* (фиг. 111), которыя сопротивляются сближенію и удаленію крючковъ. По динамическому объясненію упругое тѣло можно замѣнить четырьмя стержнями *ab*, *bc*, *cd* и *da* (фиг. 112), соединенными шарнирами и въ которыхъ помѣщены вращающіеся въ одномъ направленіи гироскопы *k*, *l*, *m* и *n*; если мы будемъ раздвигать крючки *e* и *f*, то станемъ измѣнять направленія осей гироскоповъ, чему послѣдніе сопротивляются, совершенно подобно тому, какъ упругія пластинки въ предыдущемъ случаѣ. Такимъ образомъ изъ твердаго и неупругаго вещества можно устроить модель совершенно упругаго тѣла.



Фиг. 111.



Фиг. 112.

Для объясненія упругихъ свойствъ тѣла нѣтъ слѣдовательно надобности предполагать существованія особыхъ специфическихъ силъ; достаточно допустить, что частицы тѣла находятся въ быстромъ вращеніи, и что всякая деформація тѣла сопряжена съ измѣненіемъ направленія осей вращающихся частицъ; такое тѣло будетъ обладать упругими свойствами.

§ 8. Представимъ себѣ, что одно тѣло положено на поверхность другого и перемѣщается.

Положенное тѣло можетъ двояко перемѣщаться по поверхности:

оно можетъ или *скользить* по ней, если всегда соприкасается одними и тѣми же своими точками, или оно можетъ *катиться,* если его точки прикосновенія непрерывно мѣняются; такъ если толкнуть параллелипипедъ, поставленный на плоскость, то онъ скользитъ; шаръ при тѣхъ же условіяхъ катится по плоскости. Если бы соприкасающіяся тѣла были совершенно тверды, а поверхности ихъ совершенно гладки, то малѣйшая сила, дѣйствующая на положенное тѣло, была бы достаточна для приведенія его въ движеніе; но въ дѣйствительности для того, чтобы сдвинуть положенное тѣло, къ нему надо приложить силу не меньшую извѣстнаго предѣла; это объясняется тѣмъ, что на тѣло дѣйствуетъ *сила тренія* поверхности, на которой оно лежитъ.

Происхожденіе силы тренія, по крайней мѣрѣ при скольженіи, нетрудно понять. Треніе, очевидно, зависитъ отъ того, что поверхности тѣлъ никогда не бываютъ совершенно гладки, что на нихъ всегда имѣются неровности — возвышенія и углубленія; когда тѣло положено на поверхность, то его возвышенія входятъ въ углубленія поверхности и наоборотъ; при скольженіи тѣла по поверхности эти выступы срываются (на этомъ основано точеніе и шлифованіе) или же обходятся, такъ что скользящее тѣло то поднимается, то опускается; и въ томъ и въ другомъ случаѣ тѣло какъ бы удерживается поверхностью на мѣстѣ съ нѣкоторою силою, которую надо преодолѣть для его смѣщенія. Справедливость такого объясненія *тренія при скольженіи* или такъ наз. *тренія перваго рода* отчасти подтверждается и тѣмъ, что тѣло скользитъ тѣмъ легче, чѣмъ глаже поверхность.

Силы, съ которыми мы уже ознакомились въ механикѣ, можно назвать *движущими* или *активными;* тѣло, предоставленное имъ, приходитъ въ движеніе. Совсѣмъ иной характеръ имѣетъ сила тренія; во 1-хъ самостоятельно она никогда не существуетъ; она лишь сопровождаетъ движущую силу; во 2-хъ она не можетъ вызывать движенія; она, направленная всегда противъ движущей силы, лишь болѣе или менѣе задерживаетъ движеніе, вызываемое этою послѣднею. Поэтому треніе вмѣстѣ съ сопротивленіемъ средъ образуютъ особую категорію силъ—*пассивныхъ силъ.*

§ 9. Кулонъ нашелъ, что треніе при скольженіи подчиняется слѣдующимъ законамъ.

1) Сила тренія всегда направлена въ плоскости соприкосновенія обоихъ тѣлъ и противъ движенія скользящаго тѣла.

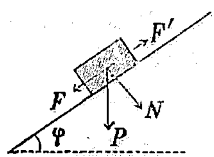
2) Если тѣло скользитъ и прижимается нормальною силою N, то сила тренія F ей пропорціональна:

$$F = \mu N, \tag{3}$$

гдѣ μ — *коэффиціентъ тренія перваго рода* зависитъ только отъ свойствъ соприкасающихся поверхностей и не зависитъ ни отъ давленія, ни отъ площади прикосновенія, ни отъ скорости движенія.

3) Если положенное тѣло неподвижно, то сила тренія можетъ принимать всякое значеніе между нулемъ и μN. Если параллельная плоскости соприкосновенія сила тянетъ положенное тѣло и не приводитъ его въ движеніе, то это значитъ, что она уравновѣшивается равнымъ и противоположнымъ противодѣйствіемъ; это противодѣйствіе и есть сила тренія. Если тѣло тянетъ сила бо́льшая μN, то тѣло приходитъ въ движеніе.

4) Если тѣло вѣса P положено на плоскость, наклоненную подъ угломъ φ къ горизонту (фиг. 113), то сила $F = P \operatorname{Sin} \varphi$ тянетъ его внизъ, а сила $N = P \operatorname{Cos} \varphi$, съ которою данное тѣло прижимается къ наклонной плоскости, вызываетъ силу тренія $F' = \mu N = \mu P \operatorname{Cos} \varphi$. Пока $F \leq F'$, тѣло не скользитъ; только когда $F > F'$, тѣло падаетъ, скользя по наклонной плоскости. Слѣдовательно, чтобы тѣло, преодолѣвая треніе, скользило по наклонной плоскости, послѣдняя должна быть наклонена къ горизонту подъ угломъ не меньшимъ нѣкотораго предѣла, который называется *угломъ тренія;* подставляя въ условіе $F = F'$ предыдущія значенія F и F', находимъ:



Фиг. 113.

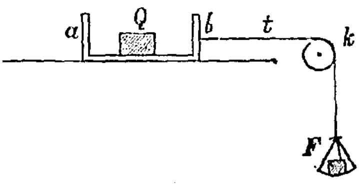
$$\mu \operatorname{Cos} \varphi = \operatorname{Sin} \varphi;$$

отсюда

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi, \tag{4}$$

т. е. tg *угла тренія равенъ коэффиціенту тренія.*

§ 10. Опыты надъ опредѣленіемъ коэффиціентовъ тренія были сдѣланы Кулономъ слѣдующимъ образомъ. Ящикъ ab (фиг. 114), въ который накладывали грузъ Q, помѣщался на двухъ параллельныхъ горизонтальныхъ рельсахъ; къ ящику привязывался перекинутый чрезъ блокъ k шнурокъ t съ чашкою, на которую клали столько грузовъ F, чтобы ящикъ пришелъ въ движеніе. Такъ какъ скользящій ящикъ прижимается къ рельсамъ силою Q, то отношеніе $F/Q = \mu$ и есть искомый коэффиціентъ тренія.



Фиг. 114.

Въ слѣдующей табличкѣ даны опредѣленныя Мореномъ значенія коэффиціентовъ тренія 1-го рода для различныхъ матеріаловъ:

желѣзо по чугуну.	0,19
чугунъ по дереву, смоченному водою . .	0,65
„ „ „ покрытому талькомъ .	0,11
сталь по льду.	0,03
дубъ по дубу	0,48
желѣзо по чугуну	0,20

Коэффиціенты эти значительно уменьшаются, когда между скользящимъ тѣломъ и поверхностію имѣется слой какой-нибудь жидкости. Всѣмъ извѣстна легкость движенія саней по снѣгу; здѣсь желѣзныя полозья скользятъ по снѣгу, и слѣдовало бы ожидать значительнаго тренія; но давленіе саней превращаетъ въ воду часть находящагося подъ ними снѣга, и такимъ образомъ между полозьями и снѣгомъ образуется слой воды, который значительно уменьшаетъ треніе.

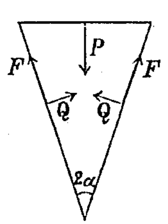
§ 11. Треніемъ мы безпрестанно пользуемся для практическихъ цѣлей. Безъ тренія мы бы не могли ни твердо стоять на землѣ, ни ходить по ней (по гладкому льду ходить очень трудно); безъ тренія мы бы ничего не могли удержать въ рукахъ; гвоздь въ стѣнѣ держится только благодаря тренію; въ машинахъ движеніе отъ одного колеса къ другому передается треніемъ о нихъ ремней.

Представимъ себѣ, что грузъ P привязанъ къ веревкѣ, которая перекинута чрезъ неподвижный цилиндръ или обмотана вокругъ него; тогда къ другому концу веревки можно привязать меньшій грузъ, Q, и все таки будетъ равновѣсіе, ибо къ силѣ меньшаго груза прибавляется еще также направленная сила тренія; грузъ Q можетъ быть тѣмъ меньше, чѣмъ большее число разъ веревка обернута вокругъ цилиндра, и чѣмъ вслѣдствіе того больше треніе; такъ при слѣдующихъ числахъ (n) оборотовъ веревки вокругъ цилиндра, показанныхъ въ первомъ столбцѣ слѣдующей таблицы, за Q достаточно брать показанную во второмъ столбцѣ часть груза P.

$n = 1/4$,	$Q = 0{,}6000\,P$
$1/2$	$0{,}3800$
1	$0{,}1200$
2	$0{,}0150$
4	$0{,}0002$

Поэтому-то, при спускѣ большихъ тяжестей веревкою, послѣднюю прикладываютъ обыкновенно къ неподвижному бревну, а свободный конецъ держатъ въ рукахъ, изъ которыхъ ее и выпускаютъ мало-по-малу: къ силѣ руки, сдерживающей тяжесть, прибавляется еще сила тренія веревки о бревно.

Если тѣлу, лежащему на горизонтальной плоскости, сообщается горизонтальный толчокъ, то оно не будетъ двигаться равномѣрно, какъ бы слѣдовало ожидать по первому закону Ньютона (относящемуся впрочемъ лишь къ свободнымъ тѣламъ), а придетъ въ равномѣрно-замедленное движеніе и скоро остановится; дѣло въ томъ, что если тѣло массы m давитъ на плоскость съ силою равною своему вѣсу, mg, то плоскость обусловливаетъ силу тренія μmg, направленную противъ движенія, которое вслѣдствіе этого становится равномѣрно-замедленнымъ съ ускореніемъ (I, § 16) $a = -\mu mg/m = -\mu g$. Если на тѣло, движущееся съ треніемъ по горизонтальной плоскости, дѣйствуетъ постоянная сила F, то ускореніе этого тѣла будетъ $a = (F - \mu mg)/m$; если $F - \mu mg = 0$, т. е. если движущая сила равна силѣ тренія, то тѣло движется равномѣрно.



Фиг. 115.

§ 12. Выше мы разсматривали клинъ, вбиваемый въ дерево. Если къ клину приложена вертикальная сила P (фиг. 115), а дерево давитъ на щеки клина съ нормальными силами Q, то условіе его равновѣсія (VII, § 9)

$$P - 2\,Q\,\mathrm{Sin}\,\alpha = 0,$$

гдѣ α есть половина такъ наз. *угла заостренія* клина. Теперь примемъ во вниманіе и силу тренія. Давленіе дерева обусловливаетъ силы тренія, $F = \mu Q$, приложенныя къ каждой щекѣ клина и направленныя вдоль этихъ щекъ; вертикальная составляющая каждой изъ этихъ силъ будетъ $\mu Q \operatorname{Cos}\alpha$; слѣдовательно полное условіе равновѣсія клина будетъ

$$P - 2Q\operatorname{Sin}\alpha - 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha = 0;$$

сила бо́льшая P, опредѣляемаго этимъ уравненіемъ, вгоняетъ клинъ въ дерево.

Представимъ себѣ теперь, что дерево выталкиваетъ вбитый въ него клинъ; тогда, понятно, сила тренія мѣняетъ свое направленіе и предыдущее уравненіе принимаетъ видъ:

$$P' - 2Q\operatorname{Sin}\alpha + 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha = 0.$$

Это есть условіе равновѣсія клина, когда, выталкиваемый деревомъ, онъ удерживается въ немъ внѣшнею силою P'. Сила P' $(= 2Q\operatorname{Sin}\alpha - 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha)$, удерживающая клинъ въ деревѣ, очевидно, меньше силы P $(> 2Q\operatorname{Sin}\alpha + 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha)$, вбивающей его въ дерево.

Положимъ еще въ послѣднемъ уравненіи $P' = 0$:

$$2Q\operatorname{Sin}\alpha - 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha = 0;$$

это уравненіе представляетъ условіе равновѣсія вбитаго въ дерево клина, когда на него не дѣйствуетъ никакая внѣшняя сила; это условіе даетъ $tg\alpha = \mu$ или (§ 9) $tg\alpha = tg\varphi$, откуда $2\alpha = 2\varphi$. И такъ клинъ, вбитый въ дерево, остается въ равновѣсіи, если его уголъ заостренія равенъ удвоенному углу тренія.

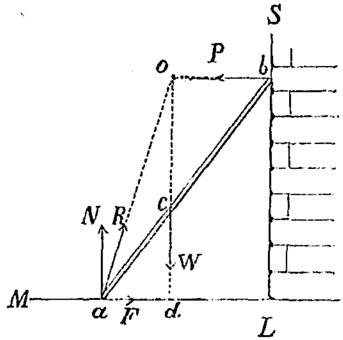
Положимъ еще въ нашемъ уравненіи $P' < 0$, т. е. положимъ, что на клинъ дѣйствуетъ отрицательная сила, вытягивающая его изъ дерева; условіе равновѣсія клина въ этомъ случаѣ можетъ быть представлено въ видѣ неравенства:

$$-2Q\operatorname{Sin}\alpha + 2\mu Q\operatorname{Cos}\alpha > 0,$$

откуда $tg\alpha < \mu$, или $tg\alpha < tg\varphi$ или наконецъ $2\alpha < 2\varphi$. И такъ вбитый въ дерево клинъ можетъ остаться въ равновѣсіи, не смотря на вытаскивающую силу, если его уголъ заостренія меньше двойного угла тренія.

На этихъ свойствахъ клина основано между прочимъ употребленіе гвоздей: гвоздь, вбитый въ стѣну, держится въ ней и притомъ тѣмъ крѣпче, чѣмъ больше онъ заостренъ.

Разсмотримъ наконецъ еще одинъ случай равновѣсія, объясняемый треніемъ. Положимъ, что палка ab (фиг. 116) поставлена нижнимъ концомъ на полъ ML, а верхнимъ прислонена къ гладкой стѣнѣ SL. Спрашивается, какія силы обусловливаютъ равновѣсіе?



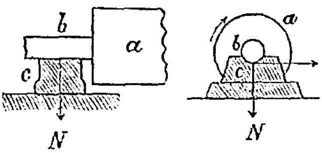
Фиг. 116.

Кромѣ силы тяжести W на палку, очевидно, дѣйствуютъ нормальныя давленія стѣны, P, и пола, N; эти три силы если и лежатъ въ одной вертикальной плоскости, то никогда не могутъ пересѣкаться въ одной точкѣ, а между тѣмъ это непремѣнное условіе равновѣсія трехъ силъ, дѣйствующихъ на одно тѣло (VII, § 3). Для объясненія равновѣсія необходимо обратить вниманіе на горизонтальную силу тренія неровнаго пола, F, направленную къ стѣнѣ и имѣющую величину между 0 и μN; эта сила F, складываясь съ N, даетъ одну силу R, приложенную къ нижнему концу палки и наклоненную къ стѣнѣ. Пока имѣетъ мѣсто равновѣсіе, эта сила F такова, что направляетъ R въ точку o, гдѣ пересѣкаются W и P. Ясно, что чѣмъ больше палка наклонена къ стѣнѣ, тѣмъ больше сила R отклонена отъ вертикали, и тѣмъ больше должно быть треніе F, но оно не можетъ превосходить извѣстнаго предѣла (μN); слѣдовательно, когда палка наклонена къ стѣнѣ больше извѣстнаго угла, она падаетъ.

§ 12. До сихъ поръ мы видѣли только примѣры *полезнаго тренія;* но столь же часты и случаи *вреднаго тренія;* это—во всѣхъ двигателяхъ, гдѣ движущіяся части встрѣчаютъ треніе со стороны подставокъ. Если внѣшнія силы, приложенныя къ машинѣ, совершаютъ въ извѣстное время работу W, а сила тренія совершаетъ за то же время работу $-W'$ (всегда противоположнаго знака съ предыдущею), то въ результатѣ совершается работа $W - W'$; слѣдовательно, внѣшнія силы должны преодолѣть нѣкоторое сопротивленіе, представляемое треніемъ, и нѣкоторая часть работы внѣшней силы пропадаетъ, поэтому все старанiе наше должно быть направлено на уменьшенiе тренiя въ частяхъ машины.

Вычислимъ работу тренiя въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ.

Горизонтальный валъ a (фиг. 117) снабжается цилиндрическими концами b, называемыми *цапфами*, которые опираются на подставки или *подшипники* c. При вращенiи вала цапфы испытываютъ тренiе со стороны подшипниковъ; опредѣлимъ работу этого тренiя. Назовемъ N силу, съ которою цапфа давитъ на подшипникъ; тогда тренiе цапфы о подшипникъ будетъ $F = \mu N$ и направлено по касательной къ цапфѣ въ сторону противоположную вращенiю. Если радiусъ цапфы назовемъ r, то работа силы тренiя при одномъ оборотѣ вала будетъ $2\pi r \mu N$; если же валъ совершаетъ n оборотовъ въ секунду, то тренiе совершаетъ въ это время работу

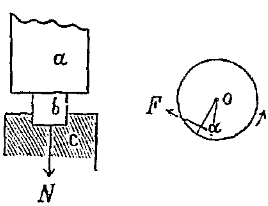


Фиг. 117.

$$W = 2\pi r n \mu N.$$

Эта работа пропорцiональна скорости вращенiя и радiусу цапфъ; слѣдовательно для уменьшенiя вреднаго тренiя надо цапфы дѣлать по возможности тоньше (насколько это дозволяетъ ихъ прочность) и обильно смазывать ихъ масломъ.

Вертикальный валъ a (фиг. 118) оканчивается цилиндрическимъ выступомъ b, называемымъ *пятникомъ*; онъ входитъ въ цилиндрическое углубленiе подставки c, называемой *подпятникомъ*. Пусть пятникъ давитъ на подпятникъ съ вертикальною силою N; эта сила распредѣляется равномѣрно на всю площадь соприкосновенiя; если эту площадь раздѣлимъ мысленно на s равныхъ секторовъ, то на каждый секторъ дѣйствуетъ сила N/s; эту силу можно разсматривать какъ равнодѣйствующую безчисленнаго множества вертикальныхъ силъ, равномѣрно распредѣленныхъ по всей площади сектора; точка приложенiя α этой равнодѣйствующей находится (какъ и въ треугольникѣ) на $2/3$ радiуса отъ центра. При вращенiи пятника въ точкѣ α развивается сила тренiя $F = \mu N/s$



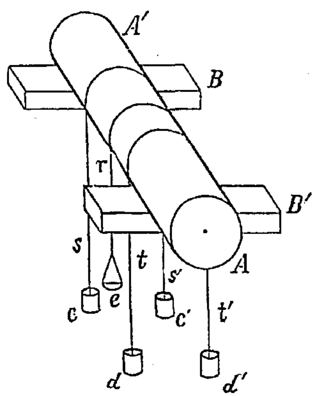
Фиг. 118.

перпендикулярная къ радіусу oa и направленная противъ движенія. Если назовемъ r—радіусъ пятника, то при одномъ оборотѣ вала эта сила тренія совершаетъ работу $4\pi r \mu N/3s$, а вся сила тренія производитъ работу $4\pi r \mu N/3$; если же валъ совершаетъ n оборотовъ въ секунду, то работа тренія за это время будетъ

$$W' = \frac{2}{3}\, 2\pi r n \mu N.$$

Сравнивая это уравненіе съ предыдущимъ, приходимъ къ заключенію, что при остальныхъ равныхъ условіяхъ вредная работа въ вертикальномъ валѣ меньше, чѣмъ въ горизонтальномъ.

§ 14. Перейдемъ теперь къ изученію законовъ, которымъ подчиняется треніе второго рода, сопровождающее катаніе. Они были найдены Кулономъ изъ опытовъ при помощи такого прибора: цилиндръ AA' (фиг. 119) былъ положенъ на горизонтальныя доски B и B'; нитями s и s' съ равными грузами c и c', d и d' цилиндръ прижимался къ доскамъ; грузъ e, привязанный къ третьей нити r, намотанной на цилиндръ и другимъ концомъ къ нему прикрѣпленной, приводилъ его въ катаніе. Если чрезъ N назовемъ силу, (въ данномъ случаѣ обусловливаемую грузами c, c', d и d'), съ которою цилиндръ прижимается къ доскамъ B и B', R—его радіусъ, то сила F (обусловливаемая въ данномъ случаѣ грузомъ e), нужная для приведенія цилиндра въ движеніе, оказывается въ такой зависимости отъ предыдущихъ величинъ:



Фиг. 119.

$$F = \nu \frac{N}{R}, \tag{5}$$

гдѣ ν постоянный множитель и называется *коэффиціентомъ тренія второго рода.*

Если вѣсъ N выраженъ въ kgr., а радіусъ R въ метрахъ, то ν имѣетъ слѣдующія значенія:

для дубовыхъ катковъ по мостовой	0,0074
„ вязовыхъ катковъ по дубовому помосту. . . .	0,0016

для экипажныхъ колесъ по шоссе 0,0414
„ чугуна по желѣзу . . . . 0,0012.

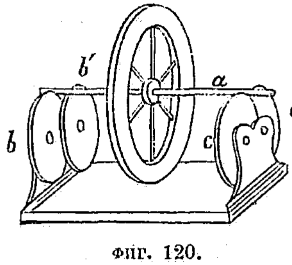
Мы предполагали, что движущая сила приложена къ концу горизонтальнаго діаметра катящагося цилиндра; если же она приложена къ верхнему концу вертикальнаго діаметра этого цилиндра, то коэффиціентъ тренія вдвое меньше.

Коэффиціентъ тренія 2-го рода значительно уменьшается, если между соприкасающимися поверхностями имѣется тонкій слой жидкости (воды, масла и т. д.).

Представимъ себѣ, что чугунный катокъ въ 500 kgr. вѣса (N) и въ 40 cm. радіуса (R) катится по желѣзнымъ рельсамъ; такъ какъ для этого случая $\nu = 0,0012$, то треніе (F) будетъ $0,0012 . 500 / 0,4 = 1,5$ kgr. Между тѣмъ, еслибъ этотъ катокъ скользилъ по рельсамъ, то треніе было бы (§ 9, форм. 1) $0,2 . 500 = 100$ kgr.

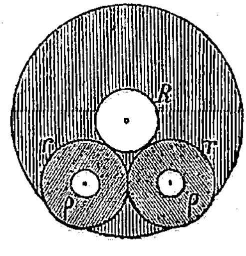
Для уменьшенія вреднаго тренія стараются треніе 1-го рода замѣнить треніемъ 2-го рода; обратно поступаютъ для увеличенія полезнаго тренія. Такъ подъ тяжести, перетаскиваемыя по землѣ, подкладываютъ бревна, которыя бы при этомъ катились; съ этою же цѣлію экипажи ставятъ на колеса, окружности которыхъ катятся и только оси скользятъ по втулкамъ; но происходящее здѣсь треніе 1-го рода уменьшаютъ смазкою. При спускѣ экипажа съ горы треніе его колесъ можетъ оказаться слишкомъ малымъ, и тогда его надо увеличить; для этого употребляютъ тормозъ, при помощи котораго треніе 2-го рода замѣняется треніемъ 1-го рода.

Треніе оси колеса можно уменьшить, опирая ее не на подшипники, а на окружности такъ называемыхъ *трущихся колесъ* b, b' и c, c' (фиг. 120), удобоподвижныхъ около своихъ осей.



Фиг. 120.

Интересно опредѣлить, насколько такимъ приспособленіемъ, уменьшается треніе. Если ось колеса давитъ на подшипникъ съ силою N, то μN будетъ сила тренія; при полномъ оборотѣ колеса эта сила совершаетъ работу (§ 13) $W = 2\pi R \mu N$, гдѣ R радіусъ оси колеса. Теперь положимъ, что ось колеса опирается на трущіяся колеса (фиг. 121), радіусы которыхъ r, а радіусы ихъ осей ρ; ось главнаго колеса катится по окружностямъ трущихся колесъ, и треніе здѣсь ничтожно; опредѣлимъ работу силъ тренія трущихся колесъ; оси ихъ лежатъ на подшипникахъ и они придавливаются къ нимъ съ прежнею силою N; при одномъ оборотѣ главнаго колеса, трущіяся колеса повертываются на R/r часть оборота, такъ что соотвѣтствующая работа тренія будетъ $W' = 2\pi\rho R\mu N/r$. Сравнивая эту работу съ предыдущею, находимъ $W' : W = \rho : r$, т. е. съ употребленіемъ трущихся ко-



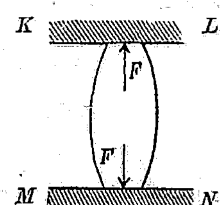
Фиг. 121.

лесъ работа при полномъ оборотѣ даннаго колеса уменьшается въ отношеніи радіуса осей трущихся колесъ къ радіусу этихъ колесъ; слѣдовательно выгоднѣе употреблять трущіяся колеса по возможности большихъ радіусовъ съ тонкими осями.

Подобныя приспособленія употребляются въ нѣкоторыхъ научныхъ приборахъ, какъ напр. въ Атвудовой машинѣ, гдѣ нужно имѣть колеса, вращающіяся съ возможно меньшимъ треніемъ.

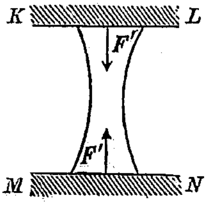
§ 15. Есть-ли треніе 2-го рода явленіе sui generis, или оно находится въ какой нибудь связи съ треніемъ 1-го рода, происхожденіе котораго болѣе или менѣе понятно? Излагаемые ниже опыты Рейнольдса позволяютъ заключить, что всякое катаніе сопровождается скольженіемъ и потому оба рода тренія по существу одного происхожденія.

Представимъ себѣ, что между двумя горизонтальными досками свободно зажатъ тонкій вертикальный столбикъ изъ какого нибудь упругаго вещества, напр. изъ резины. Положимъ сперва, что при сближеніи досокъ концы столбика не испытываютъ никакого тренія о доски: тогда столбикъ только укоротится и всюду равномѣрно расширится. Если же концы столбика приклеены къ доскамъ KL и MN, такъ что они не могутъ скользить по доскамъ, то при сближеніи досокъ столбикъ утолщается только по серединѣ (фиг. 122), а при раздвиженіи досокъ упругій столбикъ по серединѣ становится тоньше (фиг. 123), концы же столбика остаются безъ измѣненія; въ первомъ случаѣ, по-



Фиг. 122.

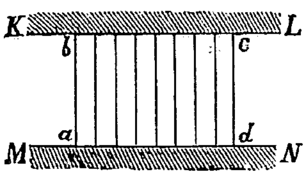
нятно, упругій столбикъ стремится раздвинуть сжимающія его доски и дѣйствуетъ на нихъ съ силами F, F, во второмъ — сблизить растягивающія его доски и дѣйствуетъ на нихъ съ силами F', F'. Если наконецъ между досками и концами упругаго столбика есть скольженіе и треніе, то



Фиг. 123.

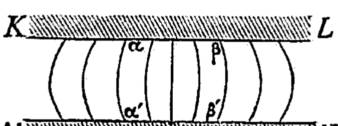
при сближеніи досокъ столбикъ, укорачиваясь, всюду расширяется, но по серединѣ больше, чѣмъ по концамъ; при раздвиженіи досокъ предварительно сжатый столбикъ будетъ удлиняться и повсюду поперечно сжиматься, но по серединѣ сильнѣе, чѣмъ по концамъ, которые испытываютъ нѣкоторое треніе; такой столбикъ опять стремится раздвинуть сжимающія и сблизить растягивающія его доски.

Какъ измѣняется большой кусокъ резины между двумя досками, сжимающими или растягивающими его? Отвѣтъ



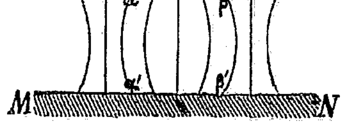
Фиг. 124.

на это даетъ слѣдующій опытъ Рейнольдса: между досками KL и MN (фиг. 124) помѣщается кусокъ резины $abcd$, имѣющій форму параллелипипеда, на одной изъ боковыхъ сторонъ котораго начерченъ рядъ равноотстоящихъ вертикальныхъ прямыхъ, разбивающихъ эту сторону на рядъ вертикальныхъ полосокъ. При сближеніи досокъ и сжатіи резины полоски принимаютъ форму, показанную на фиг. 125: концы среднихъ полосокъ отъ $\alpha\alpha'$ до $\beta\beta'$ остаются безъ измѣненія; за этими предѣлами концы полосокъ нѣсколько расширяются; слѣдовательно въ серединѣ резина испытываетъ столь сильное треніе, что отъ α до β и отъ α' до β' поверхность ея остается неподвижною относительно досокъ, края же резины, испытывая меньшее треніе, скользятъ по поверхности досокъ.



Фиг. 125.

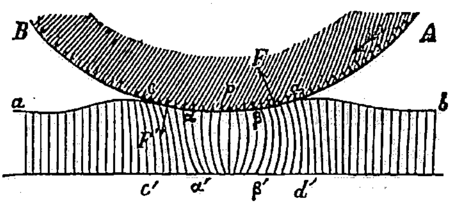
Если доски KL и MN, между которыми помѣщается уже сжатый кусокъ резины, раздвинуть, то полоски опять измѣняются (фиг. 126): среднія сохраняютъ прежнюю форму, и ширина концовъ остается таже, какъ и въ началѣ; за предѣлами $\alpha\alpha'$ и $\beta\beta'$ полоски суживаются, но по серединѣ больше, чѣмъ по концамъ; слѣдовательно



Фиг. 126.

концы среднихъ полосокъ испытываютъ такое сильное треніе, что остаются неподвижными относительно досокъ, а концы крайнихъ полосокъ, испытывая меньшее треніе, скользятъ и сжимаются, но меньше, чѣмъ по серединѣ; отсюда слѣдуетъ, что въ разсматриваемомъ случаѣ средняя часть резины стремится раздвинуть доски, а края—сблизить ихъ.

Главный опытъ Рейнольдса состоялъ въ томъ, что желѣзный цилиндръ AB (фиг. 237) заставляли катиться слѣва направо по плоской поверхности ab резины, на боковой сторонѣ которой были начерчены равноотстоящія вертикальныя прямыя. Линіи эти искривлялись, и форма ихъ показывала, что цилиндръ, прикасающійся къ резинѣ по поверхности cd, давитъ на нее и сжимаетъ ее; наибольшее сжатіе въ p — прямо подъ центромъ катящагося цилиндра; отъ α до β концы полосокъ не измѣняются; здѣсь слѣдовательно нѣтъ скольженія; отъ d до β концы полосокъ сужены, а отъ c до α — расширены; слѣдовательно и тамъ и здѣсь катящійся цилиндръ скользитъ по резинѣ; между β и d верхнія концы полосокъ у́же, чѣмъ въ серединѣ (какъ въ случаѣ фиг. 122), и потому соотвѣтствующая часть резины уменьшаетъ давленіе катящагося цилиндра, дѣйствуя на него съ силою F, направленною вверхъ; между α и c верхніе концы полосокъ шире, чѣмъ въ серединѣ (какъ въ случаѣ фиг. 123), и потому соотвѣтствующая часть резины дѣйствуетъ на цилиндръ съ силою F', направленною внизъ. Эти силы F и F' вращаютъ цилиндръ около точки p въ сторону противоположную той, въ которую онъ вращается при своемъ катаніи; эти силы представляютъ движенію цилиндра нѣкоторое сопротивленіе, которое и называется *треніемъ второго рода*. Такъ какъ первоначальная причина возникновенія силъ F и F' есть скольженіе нѣкоторыхъ частей нашего цилиндра о поверхность, по которой онъ катится, то оба рода тренія вызываются тождественными причинами.



Фиг. 127.

§ 16. Въ заключеніе разсмотримъ ударъ твердыхъ тѣлъ; при этомъ ограничимся однимъ частнымъ случаемъ удара шаровъ.

Представимъ себѣ, что два шара, массы которыхъ m_1 и m_2, движутся равномѣрно по прямой, соединяющей ихъ центры; пусть скорости этихъ шаровъ v_1 и v_2, такъ что ихъ энергіи $m_1v_1^2/2$ и $m_2v_2^2/2$.

Если $v_1 > v_2$, то первый шаръ догоняетъ второй, и тогда происходитъ *ударъ:* первый шаръ, достигши второго, нажимаетъ и надавливаетъ на него, при чемъ оба шара измѣняютъ свою форму; въ то же время скорость перваго шара уменьшается, а второго увеличивается и деформированіе продолжается, пока скорости шаровъ различны; оно достигаетъ maximum въ тотъ моментъ, когда скорости сравняются:

$$v_1 - x_1 = v_2 + x_2, \tag{6}$$

гдѣ x_1 измѣненіе скорости перваго шара, а x_2—второго. Если шары упруги, то они, будучи деформированы, стремятся вполнѣ возстановить свои прежнія формы, при этомъ второй шаръ надавливаетъ на первый; вслѣдствіе чего первый шаръ продолжаетъ уменьшать свою скорость, а второй—увеличиваетъ свою, и это длится до тѣхъ поръ, пока шары не разойдутся; въ теченіе этой второй половины столкновенія происходятъ такія же измѣненія скоростей, какъ и въ первой, т. е. скорость перваго шара еще уменьшается на x_1, а скорость второго еще увеличивается на x_2; такимъ образомъ, скорости нашихъ шаровъ, съ которыми они расходятся послѣ удара:

$$v'_1 = v_1 - 2x_1, \qquad v'_2 = v_2 + 2x_2. \tag{7}$$

Когда шары ударяются, то дѣйствуютъ другъ на друга съ равными и противоположными мгновенными силами; равные импульсы этихъ силъ можно написать такъ:

$$j = 2m_1x_1 = 2m_2x_2 \tag{8}$$

или

$$j = m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v'_2 - v_2). \tag{8'}$$

Теперь докажемъ, что кинетическая энергія системы, состоящей изъ двухъ равномѣрно движущихся упругихъ шаровъ, не измѣняется при ударѣ. До удара эта энергія $m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2$, а послѣ удара $m_1v'^2_1/2 + m_2v'^2_2/2$. По уравненію (7) можно написать:

$$\frac{m_1v'^2_1}{2} + \frac{m_2v'^2_2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} + A, \tag{9}$$

гдѣ для краткости положено

$$A = 2m_1 x_1^2 + 2m_2 x_2^2 - 2m_1 v_1 x_1 + 2m_2 v_2 x_2;$$

это выраженіе можно еще представить такъ:

$$A = -2m_1 x_1 (v_1 - x_1) + 2m_2 x_2 (x_2 + v_2),$$

послѣ чего по (6) и (8) видно, что

$$A = 0,$$

такъ что уравненіе (9) обращается въ

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (9')$$

§ 17. Изъ найденныхъ уравненій легко вывести простѣйшія теоремы объ ударѣ шаровъ.

Если два упругихъ шара встрѣчаются, когда центры ихъ двигаются по одной прямой, то говорятъ, что они испытываютъ *прямой ударъ;* если же центры шаровъ движутся не по одной прямой, и при встрѣчѣ составляющія скоростей по линіи соединенія центровъ шаровъ равны (въ частномъ случаѣ $= 0$) и одинаково направлены, то говорятъ, что шары *касаются;* при всякой другой встрѣчѣ шары испытываютъ *косой ударъ.*

Теор. I. *Когда два упругихъ шара одинакихъ массъ ударяются прямо, то они обмѣниваются скоростями.*

Если $m_1 = m_2 = m$, то по (8) $x_1 = x_2 = x$, такъ что по (7)

$$v_1' = v_1 - 2x, \qquad v_2' = v_2 + 2x,$$

и по (6) $2x = v_1 - v_2$; слѣдовательно

$$v_1' = v_2 \quad \text{и} \quad v_2' = v_1.$$

Если одинъ изъ шаровъ, напр. второй, до удара былъ неподвиженъ ($v_2 = 0$), то послѣ удара первый шаръ останавливается ($v_1' = 0$), а второй приходитъ въ движеніе со скоростью, которою обладалъ первый шаръ до удара ($v_2' = v_1$).

Теор. II. *Упругій шаръ мѣняетъ знакъ своей скорости, если ударяется прямо о неподвижный и несдвигаемый шаръ.*

Положимъ, что первый шаръ движется со скоростью v_1, а второй неподвиженъ, $v_2 = 0$, и несдвигаемъ, т. е. $x_2 = 0$; тогда по ур. (6).

$$x_1 = v_1,$$

а по (7)

$$v'_1 = -v_1.$$

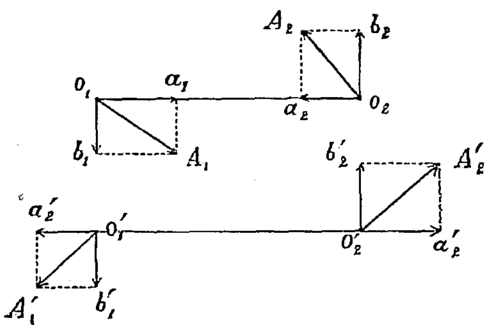
Эта теорема, понятно, имѣетъ мѣсто и при нормальномъ паденіи шара на неподвижную и несдвигаемую плоскую стѣну, которую можно разсматривать какъ шаръ безконечно большого радіуса.

Теор. III. *При прикосновеніи шаровъ движеніе ихъ не измѣняется.*

Такъ какъ при прикосновеніи деформаціи не происходитъ, и между шарами не развивается никакихъ силъ, то нѣтъ и причинъ, по которымъ бы измѣнялось движеніе шаровъ.

Теор. IV. *При косомъ ударѣ скорости обоихъ шаровъ измѣняются какъ по величинѣ, такъ и по направленію.*

Положимъ, что въ моментъ удара центры шаровъ находятся въ o_1 и o_2 (фиг. 128) и шары обладаютъ скоростями A_1 и A_2; разложимъ каждую изъ этихъ скоростей на двѣ составляющія по линіи соединенія центровъ и по перпендикуляру къ ней; такимъ образомъ данныя скорости можно замѣнить четырьмя: a_1, b_1, a_2 и b_2; скорости b_1 и b_2 при ударѣ не измѣняются; скоростями же a_1 и a_2 шары (мы предполагаемъ ихъ массы равными) обмѣниваются; такъ что послѣ удара шары наши обладаютъ скоростями A'_1 и A'_2.



Фиг. 128.

Теор. V. *Когда шаръ встрѣчаетъ движущуюся, но несдвигаемую стѣну, то послѣ отраженія квадратъ его скорости уменьшается или увеличивается, смотря потому, догоняетъ ли шаръ стѣну или встрѣчаетъ ее.*

Будемъ относить индексъ „1“ къ шару, а „2“ — къ стѣнѣ, и положимъ въ уравненіи (6) и (7) $x_2 = 0$. Если шаръ догоняетъ стѣну то скорости v_1 и v_2 одного знака и потому

$$v_1 = v_2 + x_1\,,\ v'_1 = v_1 - 2x_1 = v_2 - x_1\,,$$

откуда $v'^2_1 < v_1^2$.

Если шаръ встрѣчаетъ стѣну, то скорости ихъ имѣютъ различныя знаки:

$$v_1 = -v_2 + x_1\,,\ v'_1 = v_1 - 2x_1 = -v_2 - x_1\,,$$

такъ что $v'^2_1 > v_1^2$.

§ 18. Импульсъ силы, съ которою ударяются два шара, можно представить еще иначе, чѣмъ уравненіемъ (8′). Для этого замѣтимъ, что по (9′)

$$m_1\,(v'^2_1 - v_1^2) = m_2\,(v_2^2 - v'^2_2),$$

а по (8′)

$$m_1\,(v_1 - v'_1) = m_2\,(v'_2 - v_2);$$

раздѣляя эти уравненія одно па другое, находимъ

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2; \tag{10}$$

опредѣлимъ отсюда v'_2 и подставимъ въ (8′):

$$m_1\,(v_1 - v'_1) = m_2\,(v_1 + v'_1 - 2v_2) = m_2\,(2v_1 - 2v_2) + m_2\,(v'_1 - v_1);$$

откуда

$$(m_1 + m_2)\,(v_1 - v'_1) = 2m_2\,(v_1 - v_2)$$

или

$$v_1 - v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2);$$

слѣдовательно

$$j = m_1\,(v_1 - v'_1) = \frac{2m_1\,m_2}{m_1 + m_2}\,(v_1 - v_2) \tag{11}$$

§ 19. Мы имѣли до сихъ поръ въ виду исключительно упругіе шары; разсмотримъ теперь неупругіе шары. При столкновеніи ударяющій шаръ нажимаетъ ударяемый и оба измѣняютъ свои формы, но затѣмъ неупругіе шары не возстановляютъ своихъ формъ и движутся вмѣстѣ съ одною общею скоростью. Слѣдовательно первая часть столкновенія происходитъ, какъ и прежде, только въ формулѣ (8′) надо положить $v'_1 = v'_2 = v$:

$$(12) \qquad m_1 (v_1 - v) = m_2 (v - v_2),$$

откуда опредѣляемъ общую скорость послѣ удара:

$$(12') \qquad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Понятно, что если неупругій шаръ падаетъ на неподвижное и несдвигаемое ($v = 0$) тѣло, то онъ, ударившись, остается въ покоѣ.

Опредѣлимъ силу удара неупругихъ шаровъ. Импульсъ этой силы:

$$j' = m_1 v_1 - m_1 v;$$

подставимъ сюда значеніе v изъ (12′):

$$(13) \qquad j' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2).$$

Сравнивая это выраженіе съ (11), приходимъ къ заключенію, что—при остальныхъ равныхъ условіяхъ—сила удара упругихъ тѣлъ вдвое больше, чѣмъ неупругихъ.

При ударѣ неупругихъ тѣлъ уравненіе (9′) не имѣетъ мѣста, хотя законъ сохраненія энергіи и удовлетворяется, какъ это будетъ объяснено ниже. Такъ какъ $(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)/2$ есть энергія шаровъ до удара, а $(m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2)/2$ — энергія послѣ удара, то потеря энергіи при ударѣ неупругихъ тѣлъ будетъ:

$$\begin{aligned} T &= \tfrac{1}{2} \left[m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2) \right] = \\ &= \tfrac{1}{2} \left[m_1 (v_1^2 - v_1'^2) + m_2 (v_2^2 - v_2'^2) \right] = \\ &= \tfrac{1}{2} \left[m_1 (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) + m_2 (v_2 - v'_2)(v_2 + v'_2) \right] \end{aligned}$$

или, подставляя сюда значеніе $(v_2 - v'_2)$ изъ (8′),

$$T = \frac{m_1}{2} (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1 - v_2 - v'_2);$$

теперь введемъ сюда условіе, что шары неупруги; для этого положимъ $v'_1 = v'_2 = v$:

$$T = \frac{m_1}{2}(v_1 - v)(v_1 - v_2);$$

или, подставляя значеніе v изъ (7′):

$$T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 (v_1 - v_2)^2}{2};$$

положимъ, что ударяемое тѣло неподвижно, $v_2 = 0$; тогда

$$T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1{}^2}{2}$$

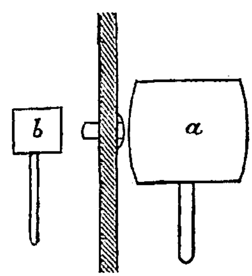
или, обозначая чрезъ K энергію ударяющаго тѣла,

$$T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} K. \tag{14}$$

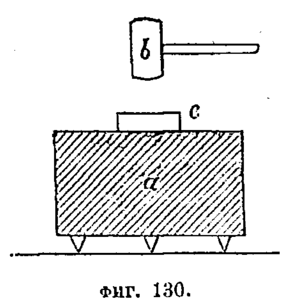
Нетрудно найти и ту часть энергіи, которая сохраняется въ неупругихъ тѣлахъ послѣ удара:

$$S = K - T = \frac{m_1}{m_2 + m_2} K. \tag{15}$$

Сдѣлаемъ практическіе выводы изъ найденныхъ формулъ. Удары примѣняются: 1) къ деформированію тѣлъ, какъ напр. при разбиваніи заклепокъ, при расковываніи металловъ и т. п., и 2) для сообщенія движенія тѣламъ, какъ напр. при вкалачиваніи гвоздей въ стѣну или при вбиваніи свай въ землю. Въ первомъ случаѣ желаемый результатъ достигается на счетъ теряемой энергіи: энергія молотка сообщается ударяемому тѣлу и тратится на его деформацію. Примѣняя формулу (14), видимъ, что затрачиваемая энергія будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ m_2 больше сравнительно съ m_1 (ибо тогда T составляетъ бо́льшую часть K), т. е. чѣмъ больше ударяемая масса сравнительно съ ударяющею. Поэтому при разбиваніи заклепокъ къ нимъ съ одной стороны приставляютъ массивный молотокъ a (фиг. 129), а съ другой стороны ихъ ударяютъ молоткомъ b меньшей массы; расковываемый кусокъ металла c



Фиг. 129.



Фиг. 130.

(фиг. 130) кладутъ на массивную наковальню a, затѣмъ ударяютъ менѣе массивнымъ молоткомъ b.

Вбиваніе гвоздей или свай совершается на счетъ той энергіи, которая сохраняется послѣ удара неупругихъ тѣлъ и которая имъ передается отъ ударяющаго тѣла; по уравненію (15) видно, что сохранившаяся энергія тѣмъ больше, чѣмъ m_1 больше сравнительно съ m_2, т. е. чѣмъ масса ударяющаго тѣла больше массы ударяемаго; слѣдовательно въ разсматриваемыхъ случаяхъ нужно употреблять по возможности массивный молотокъ или бабу.

ГЛАВА X.

Свойства жидкостей.

§ 1. Сцѣпленіе между частицами жидкости весьма мало, и потому эти частицы очень легко перемѣщаются относительно другъ друга; иначе говоря, жидкости очень легко измѣняютъ свою форму; налитыя въ сосудъ, онѣ всегда принимаютъ форму этого послѣдняго. Но если жидкости—въ противоположность твердымъ тѣламъ—легко измѣняютъ свою форму, то объемъ свой—подобно твердымъ тѣламъ — онѣ измѣняютъ очень трудно. Долго господствовало даже мнѣніе, что жидкости вовсе не сжимаются. Въ дѣйствительности жидкости *сжимаемы*, но такъ мало, что ихъ сжимаемостью можно въ большинствѣ случаевъ пренебречь; однако, нѣкоторыхъ явленій (напр. передачи звука въ жидкости) нельзя объяснить, не принявъ во вниманіе сжимаемости жидкости.

Приведемъ теперь опытъ, который непосредственно обнаруживаетъ сжимаемость жидкости. Опытъ дѣлается съ *піэзометромъ*, снарядомъ, состоящимъ изъ стекляннаго баллона съ припаянною къ нему очень узкою трубочкою, которая сверху открыта; баллонъ и часть трубочки наполняются испытуемою жидкостью (изъ которой продолжительнымъ кипяченіемъ удаленъ весь воздухъ); поверхъ жидкости въ трубочкѣ помѣщаютъ каплю ртути, которая въ качествѣ подвижной пробочки отдѣляетъ жидкость отъ окружающаго воздуха; приборъ ставится подъ колоколъ нагнетательнаго насоса (см. Гл. XII); при сжатіи воздуха подъ этимъ колоколомъ, давленіе на жидкость въ піэзометрѣ увеличивается и ртутная капля опускается, обнаруживая такимъ образомъ сжатіе испытуемой жидкости.

При помощи піэзометра можно даже измѣрить сжимаемость жидкости; для этого слѣдовало бы знать емкости баллона и каждаго дѣленія припаянной къ нему трубочки и во время опыта замѣтить пониженіе уровня жидкости въ піэзометрѣ и одновременное увеличеніе упругости воздуха подъ колоколомъ нагнетательнаго насоса (для чего туда же ставятъ закрытый манометръ). Изъ такихъ опытовъ можно вычислить *коэффиціентъ сжатія* или *упругій коэффиціентъ объема* жидкости, т. е. уменьшеніе объема каждаго куб. сантиметра жидкости при увеличеніи давленія на одну атмосферу. Если начальный объемъ жидкости обозначимъ v и положимъ, что онъ уменьшается на Δv, когда давленіе увеличивается на Δp, то коэффиціентъ сжатія будетъ

$$k = \frac{1}{v} \frac{\Delta v}{\Delta p}.$$

Въ слѣдующей табличкѣ приведены (увеличенныя въ милліонъ разъ) значенія коэффиціентовъ сжатія нѣкоторыхъ жидкостей.

	$10^6.k$		$10^6.k$
Сѣрный эфиръ . . .	120	Вода	50
Алкоголь	83	Оливковое м.	63
Нефть	74	Репейное м. . , . . .	60
Бензолъ	83	Глицеринъ.	25
Терпент. м.	79	Ртуть	4

При помощи піэзометра можно опредѣлить и коэффиціенты сжатія твердыхъ тѣлъ; для этого въ сосудъ піэзометра надо помѣстить испытуемое твердое тѣло и затѣмъ налить жидкость, сжимаемость которой извѣстна; видимое уменьшеніе объема жидкости (опредѣленное пониженіемъ уровня въ трубочкѣ) складывается теперь изъ сжатія твердаго тѣла, $\Delta v'$, и сжатія жидкости, Δv, наполняющей остальную часть сосуда; если чрезъ v' и v назовемъ начальные объемы нашихъ твердаго и жидкаго тѣлъ, k' и k ихъ коэффиціенты сжатія и Δp увеличеніе давленія, то, по предыдущему, можно написать

$$\Delta v' = k' v' \Delta p \quad \text{и} \quad \Delta v = kv \Delta p;$$

складывая эти уравненія и обозначая чрезъ ΔV кажущееся уменьшеніе объема жидкости, т. е. $\Delta v' + \Delta v$, имѣемъ

$$\Delta V = (k' v' + kv) \Delta p;$$

отсюда и опредѣляется k', если остальныя величины извѣстны. Числовыя величины коэффиціентовъ сжатія твердыхъ тѣлъ, такимъ образомъ опредѣленныя, были приведены выше (IX, § 4).

§ 2. Обращаемся къ изученію свойствъ жидкости, находящейся въ равновѣсіи, т. е. отдѣльныя части которой остаются въ покоѣ. Стевинъ (1548—1620) первый нашелъ основанія *гидростатики* т. е. ученія о жидкости въ равновѣсіи. Исходною точкою своихъ разсужденій Стевинъ принялъ слѣдующій принципъ, извѣстный теперь подъ названіемъ принципа Стевина:

Равновѣсіе жидкости не нарушается, если часть ея отвердѣваетъ, не измѣняя своихъ свойствъ.

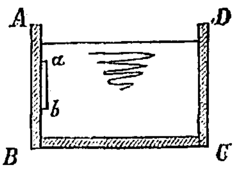
Такимъ образомъ мы можемъ всегда выдѣлить мысленно изъ жидкости нѣкоторую часть и предположить, что она застыла или отвердѣла, не измѣняя ни плотности, ни своей подвижности относительно остальной части жидкости; отъ этого равновѣсіе жидкости не нарушится, и отвердѣвшая часть останется въ покоѣ.

Паскаль (1623 — 1661) независимо отъ Стевина нашелъ основные законы гидростатики и изложилъ ихъ въ „Traité de l'équilibre des liqueurs", написанномъ около 1652 г. Паскалемъ найдено основное свойство жидкостей (fondement et raison de l'équilibre des liqueurs, какъ онъ выражается), извѣстное теперь подъ названіемъ принципа Паскаля:

Давленія, съ которыми внѣшнія силы дѣйствуютъ на жидкость, передаются ею во всѣ стороны безъ измѣненія.

Приступая къ изложенію основныхъ законовъ гидростатики, замѣтимъ, что жидкость, частицы которой удобоподвижны, нельзя подвергать растяженію безъ того, чтобы нѣкоторыя части ея не пришли въ движеніе; слѣдовательно на спокойную жидкость внѣшнія силы могутъ только давить; когда жидкость сжимается, эти силы вызываютъ въ ней упругость, которою и уравновѣшиваются.

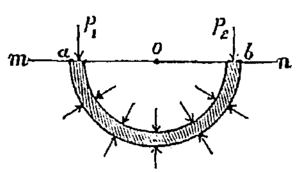
Внѣшнее давленіе передается жидкостью внутрь, и такимъ образомъ сама жидкость давитъ на всякую соприкасающуюся съ нею поверхность. Найдемъ, какъ давитъ жидкость на какую нибудь соприкасающуюся съ нею поверхность, напр. на стѣнку AB (фиг. 131) сосуда. Для этого выдѣлимъ мысленно часть ab очень тонкаго слоя жидкости, прилегающаго къ стѣнкѣ; такъ какъ жидкость въ равновѣсіи, то и слой ab неподвиженъ;



Фиг. 131.

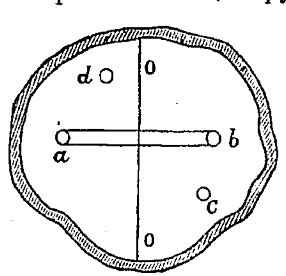
представимъ себѣ, что слой ab отвердѣваетъ, но сохраняетъ прежнюю подвижность по поверхности AB; теперь жидкость будетъ давить не непосредственно на поверхность AB, а на отвердѣвшій слой ab; если бы это давленіе было наклонное, то нашъ слой перемѣстился бы; оставаться же неподвижнымъ онъ можетъ только въ томъ случаѣ, если жидкость давитъ на него нормально; тогда сила давленія жидкости уравновѣшивается сопротивленіемъ стѣнки сосуда. Отсюда общее заключеніе: *спокойная жидкость давитъ нормально на всякую поверхность, съ которою соприкасается.*

Представимъ себѣ спокойную жидкость и внутри нея проведемъ мысленно плоскость mn (которая перпендикулярна къ плоскости черт. 132 и совпадаетъ съ плоскостью черт. 133); на ней возьмемъ площадку a въ □ cm. и прямую oo; выдѣлимъ мысленно изъ жидкости объемъ, получаемый отъ обращенія площадки a около прямой oo; это будетъ половина кольца перпендикулярнаго къ прямой oo.



Фиг. 132.

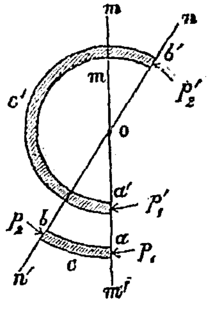
Пусть это кольцо отвердѣваетъ, не измѣняя своихъ свойствъ; и послѣ того оно остается въ равновѣсіи. Найдемъ условіе того, что кольцо наше не повертывается около прямой oo. На боковую поверхность кольца окружающая жидкость давитъ съ силами нормальными и потому проходящими чрезъ прямую oo; такія силы (V, § 2) не вращаютъ тѣла около оси oo; на сѣченія a и b кольца дѣйствуютъ силы p_1 и p_2 (давленія жидкости) перпендикулярныя къ плечамъ и если онѣ не вызываютъ вращенія, то потому что ихъ моменты вращенія равны и противопо-



Фиг. 133.

ложны; но плечи въ данномъ случаѣ равны, а потому равновѣсіе кольца требуетъ, чтобы давленія p_1 и p_2 были одинаковы. Совершенно подобнымъ образомъ можно доказать равенство давленій въ точкахъ a и c, въ c и d (фиг. 133) и т. д. Отсюда такое заключеніе: *во всѣхъ точкахъ плоскости, взятой внутри спокойной жидкости давленія одинаковы.*

Внутри жидкости возьмемъ двѣ плоскости mm' и nn' (фиг. 134), пересѣкающихся по прямой o; на первой изъ нихъ возьмемъ площадку a въ □ cm. и выдѣлимъ мысленно изъ жидкости объемъ, получаемый отъ обращенія этой площадки около прямой o и ограниченный плоскостями mm' и nn'; это будетъ часть acb кольца перпендикулярнаго къ оси o. Пусть наше кольцо отвердѣваетъ; такъ какъ оно при этомъ остается въ покоѣ, то окружающая жидкость давитъ на его поверхность съ силами, которыя взаимно уравновѣшиваются. Отыскивая условія того, чтобы кольцо acb не повернулось около оси o, находимъ, что давленія на его концахъ, p_1 и p_2, должны быть одинаковы. Но, по доказанному выше, давленія на каждой изъ нашихъ плоскостей повсюду одинаковы; а потому, принимая во вниманіе сейчасъ доказанное, приходимъ къ заключенію: внутри жидкости давленія на всѣхъ плоскостяхъ, пересѣкающихся по одной прямой, одинаковы.

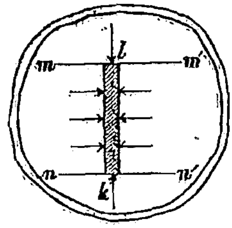


Фиг. 134.

Вмѣсто плоскости nn' возьмемъ еще какую нибудь плоскость ll' и, повторяя предыдущее разсужденіе, докажемъ, что давленіе на ll' должно равняться давленію на mm', а слѣдовательно и на nn'. Такимъ образомъ *площадка, помѣщенная гдѣ нибудь внутри спокойной жидкости, испытываетъ одинакія давленія, какъ бы ни была направлена* (въ плоскости mm', или nn' или ll').

Возьмемъ еще кольцо $a'c'b'$ (фиг. 134), ограниченное плоскостями mm' и nn'; равновѣсіе его требуетъ, чтобы давленія p'_1 и p'_2 въ a' и b' были одинаковы; но давленія p_1 и p'_1, какъ давленія въ различныхъ точкахъ одной плоскости, одинаковы; давленіе же p_1 въ a равно давленію p_2 въ b; слѣдовательно давленіе p_2 въ b и p'_2 въ b' тоже одинаковы. И такъ *плоскость внутри спокойной жидкости испытываетъ съ обѣихъ своихъ сторонъ равныя давленія.*

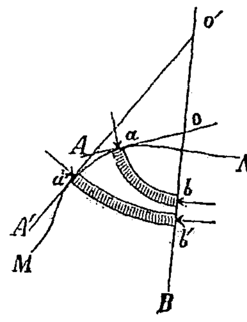
Въ частномъ случаѣ плоскости mm' и nn' (фиг. 135), взятыя внутри жидкости, могутъ быть параллельны между собою; тогда часть нашего кольца между этими плоскостями будетъ прямымъ цилиндромъ lk съ □ cm. въ поперечномъ сѣченіи; пусть этотъ цилиндръ отвердѣваетъ и остается въ покоѣ. Условіе того, чтобы цилиндръ нашъ не перемѣщался по направленію своей оси, заключается, очевидно, въ томъ, чтобы давленія жидкости на основанія цилиндра были равны и противоположны. Слѣдовательно *въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ внутри спокойной жидкости давленія одинаковы.*



Фиг. 135.

Мы пришли къ ряду заключеній, которыя можно свести къ одному слѣдующему: *внутри спокойной жидкости площадка испытываетъ съ обѣихъ сторонъ равныя и повсюду одинакія давленія, гдѣ бы она ни была помѣщена и какъ бы она ни была направлена.*

Разсмотримъ еще давленія внѣшнихъ силъ на свободную поверхность жидкости, т. е. поверхность, отдѣляющую ее отъ окружающей среды. Пусть MN есть свободная поверхность жидкости; возьмемъ на ней элементъ a (фиг. 136) и выдѣлимъ мысленно объемъ, получаемый при обращеніи этого элемента около прямой o, лежащей въ плоскости того-же элемента (и перпендикулярной къ плоскости нашего чертежа); разсмотримъ часть ab нашего кольца, ограниченную нормальными плоскостями oA и oB; пусть это кольцо отвердѣваетъ; его равновѣсіе требуетъ, чтобы въ a и въ b были одинакія нормальныя давленія. Повторяя разсужденіе для кольца $a'\,b'$, лежащаго между плоскостями $o'B$ и $o'A'$, находимъ, что на a' и b' должны производиться одинакія нормальныя давленія; но давленія въ b и b', какъ въ точкахъ одной плоскости внутри жидкости, одинаковы; слѣдовательно и давленія въ a и a' тоже одинаковы. Отсюда два заключенія: 1) *свободная поверхность спокойной жидкости находится всюду подъ однимъ и тѣмъ же нормальнымъ давленіемъ;* 2) *внутри спокойной жидкости господствуетъ всюду одно давленіе равное тому, которое внѣшнія силы производятъ на ея свободную поверхность.*

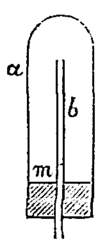


Фиг. 136.

Представимъ себѣ, что жидкость налита въ сосудъ и на свободную ея поверхность давятъ внѣшнія силы; что испытываетъ жидкость со стороны своей несвободной поверхности (по которой она прикасается къ стѣнкамъ сосуда)? давленіе внѣшнихъ силъ передается жидкостью, и послѣдняя производитъ такое же давленіе на стѣнки и на дно сосуда; если сосудъ сдѣланъ изъ крѣпкаго нерастяжимаго вещества, напр. изъ стекла, то—по третьему закону Ньютона — сосудъ давитъ съ такою же силою на жидкость. Слѣдовательно жидкость сдавливается отовсюду одинаково: на свободной поверхности внѣшними силами, на несвободной—стѣнками сосуда.

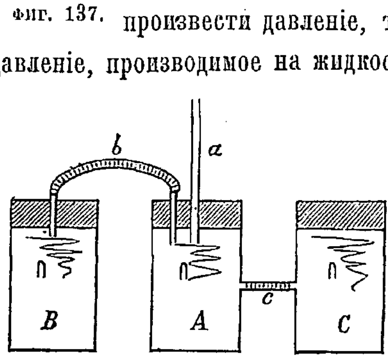
§ 3. До сихъ поръ мы не обращали вниманіе на вѣсъ жидкости; иначе говоря, мы разсматривали *невѣсомую жидкость;* переходя теперь къ изученію *тяжелой жидкости*, замѣтимъ, что она обладаетъ тѣми же свойствами какъ и невѣсомая, лишь съ нѣкоторыми ограниченіями и дополненіями.

Прежде всего докажемъ опытомъ, что тяжелая жидкость передаетъ во всѣ стороны производимое на нее давленіе. Для этого воспользуемся Декартовымъ поплавкомъ: онъ состоитъ изъ опрокинутой пробирки a (фиг. 137), закрытой снизу пробкою, чрезъ которую проходитъ открытая съ обоихъ концовъ трубочка b; пробирка съ воздухомъ плаваетъ въ жидкости, при чемъ послѣдняя поднимается нѣсколько въ трубочку b, до уровня m напр.; если же почему нибудь жидкость поднимается выше (и объемъ поплавка т. е. объемъ его воздуха такимъ образомъ уменьшается), то поплавокъ (по закону Архимеда, см. ниже) тонетъ. Если на поверхность жидкости, въ которой поплавокъ находится, произвести давленіе, то онъ тонетъ; это объясняется такъ: давленіе, производимое на жидкость, вгоняетъ ее нѣсколько внутрь поплавка и заставляетъ этотъ поплавокъ опускаться.



Фиг. 137.

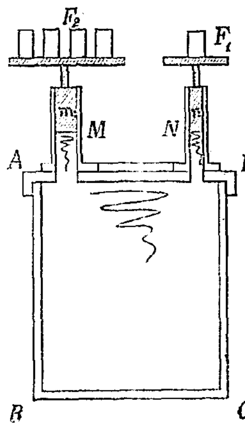
Возьмемъ теперь три плотно закрытые гутаперчевыми пробками сосуда A, B, и C (фиг. 138), совершенно наполненные жидкостью, въ которые помѣщены Декартовы поплавки. Сосудъ A пусть соединенъ съ B и C каучуками b и c, наполненными тоже жидкостью; чрезъ



Фиг. 138.

пробку сосуда A проходитъ стеклянная трубочка a; если въ послѣднюю налить жидкость, то она будетъ давить на жидкость сосуда A и поплавки тотчасъ начнутъ опускаться во всѣхъ сосудахъ. Слѣдовательно давленіе, производимое сверху внизъ на жидкость перваго сосуда, передается изъ него вбокъ въ сосудъ C (по трубкѣ c) и снизу вверхъ въ сосудъ B (по трубкѣ b).

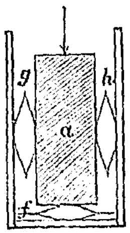
Передача давленія жидкостью обнаруживается и слѣдующимъ приборомъ Паскаля: въ крышкѣ закрытаго сосуда $ABCD$ (фиг. 139) имѣются два отверстія, въ которыя вставлены цилиндрическія трубки M и N; эти послѣднія закрываются плотно входящими поршнями m и n, площади которыхъ s_2 и s_1 □ cm.; весь сосудъ наполненъ водою; если на меньшій поршень положить грузъ вѣсомъ F_1, то онъ будетъ производить на жидкость давленіе F_1/s_1, которое передается на второй поршень; и такъ на каждый □ cm. большаго поршня жидкость давитъ съ силою F_1/s_1, а на весь поршень будетъ давить сила $s_2 F_1/s_1$; чтобы уравновѣсить этотъ поршень, на него надо положить грузъ $F_2 = s_2 F_1/s_1$; если же теперь на первый поршень положить бо́льшій нежели F_1 грузъ, то второй поршень съ грузомъ F_2 будетъ подниматься; нашъ приборъ слѣдовательно подобенъ рычагу. „Если, говоритъ Паскаль, площади поршней относятся какъ 1 къ 100, то человѣкъ, давящій на малый поршень, уравновѣшиваетъ силу ста людей, давящихъ на бо́льшій поршень, и преодолѣваетъ силу девяносто девяти“.



Фиг. 139.

Описанный приборъ представляетъ въ сущности такъ называемый *гидравлическій прессъ*, употребляемый для сильнаго сдавливанія или прессованія такихъ тѣлъ, какъ сѣно, хлопокъ и т. п. Надъ площадкою бо́льшаго поршня m помѣщается неподвижная горизонтальная доска; на эту площадку кладутъ тѣло, которое хотятъ сдавить; опуская затѣмъ меньшій поршень незначительною силою, мы заставимъ бо́льшій поршень подниматься и сильно сжимать тѣло, положенное на него и упирающееся въ неподвижную доску.

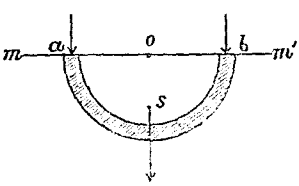
Способностью своею передавать давленіе во всѣ стороны жидкость отличается отъ твердаго тѣла, которое передаетъ давленіе только по одному направленію — впередъ. Представимъ себѣ, что твердый цилиндръ a (фиг. 140) поставленъ въ сосудъ bcd съ крѣпкими стѣнками и между ними помѣщены динамометры f, g и h; если на верхнее основаніе цилиндра a производить нормальное давленіе, то самъ цилиндръ давитъ на нижній динамометръ f, но не производитъ ни малѣйшаго давленія на боковые динамометры g и h.



Фиг. 140.

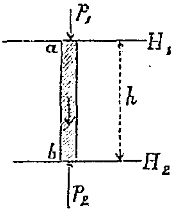
§ 4. Принимая, что частицы тяжелой жидкости столь же подвижны, какъ и частицы невѣсомой, приходимъ къ заключеніямъ: 1) площадка внутри тяжелой жидкости испытываетъ нормальное давленіе и 2) внѣшнія силы производятъ на свободную поверхность всюду равныя и нормальныя давленія.

Въ невѣсомой жидкости давленіе одинаково повсюду; въ тяжелой жидкости давленіе одинаково лишь въ каждой горизонтальной плоскости. Проведемъ внутри тяжелой жидкости горизонтальную плоскость mm' (фиг. 141) и на ней возьмемъ площадку a въ □ cm. и прямую o (перпендикулярную къ плоскости чертежа); выдѣлимъ мысленно изъ жидкости объемъ, получаемый отъ обращенія площадки a около прямой o; это будетъ половина кольца, расположеннаго въ вертикальной плоскости; пусть это кольцо отвердѣваетъ; отъ этого равновѣсіе не нарушится и кольцо останется въ покоѣ. Найдемъ условіе того, что кольцо наше не повертывается около оси o; боковыя давленія и вѣсъ (вертикальная сила, приложенная къ центру тяжести s), какъ проходящія чрезъ ось o, не могутъ произвести указаннаго вращенія; остаются только вертикальныя давленія на горизонтальныя сѣченія полукольца, a и b; чтобы эти давленія не производили вращенія, они должны быть равны. Отсюда заключаемъ: *во всѣхъ точкахъ горизонтальной плоскости, взятой внутри спокойной тяжелой жидкости, давленія одинаковы.*



Фиг. 141.

Возьмемъ еще внутри тяжелой жидкости двѣ горизонтальныя плоскости H_1 и H_2 (фиг. 142) и построимъ между ними прямой цилиндръ ab съ основаніемъ въ □ cm. Пусть онъ отвердѣваетъ; отъ этого равновѣсіе не нарушится и цилиндръ останется неподвижнымъ; найдемъ условіе того, что цилиндръ нашъ не перемѣщается по вертикальному направленію. На цилиндръ дѣйствуютъ три вертикальныя силы: давленіе p_1 на верхнее основаніе, давленіе p_2 на нижнее основаніе и вѣсъ mg; искомое условіе, очевидно, состоитъ въ томъ, чтобы



Фиг. 142.

$$p_1 - p_2 + mg = 0;$$

если назовемъ h разстояніе между горизонтальными плоскостями H_1 и H_2, d—плотность жидкости, то $m = hd$ и предыдущая формула принимаетъ видъ:

$$p_2 = p_1 + hdg;$$

таково давленіе жидкости снизу вверхъ на основаніе b отвердѣвшаго цилиндра; самъ цилиндръ, оказывая равное противодѣйствіе, производитъ такое же давленіе сверху внизъ на горизонтальную плоскость H_1 въ жидкости. Этотъ результатъ можно выразить въ общей формѣ слѣдующимъ образомъ: *разность давленій въ двухъ точкахъ спокойной тяжелой жидкости равна вѣсу столба этой жидкости, поперечное сѣченіе котораго □ cm. и высота—вертикальное разстояніе между данными точками.*

Отсюда ясно, что *въ какой нибудь точкѣ спокойной тяжелой жидкости давленіе, обусловливаемое самою жидкостью, равно вѣсу вертикальнаго столба этой жидкости въ □ cm. поперечнаго сѣченія и простирающагося отъ данной точки до свободной поверхности жидкости.*

Слѣдовательно для опредѣленія давленія въ какой нибудь точкѣ тяжелой жидкости надо провести площадку чрезъ эту точку и построить опирающійся на нее вертикальный столбъ въ □ cm. поперечнаго сѣченія и простирающійся до свободной поверхности; если разсматриваемая точка лежитъ на глубинѣ h, то искомое давленіе равно вѣсу нашего столба: $p = hdg$, гдѣ d плотность жидкости. Давленіе это не зависитъ отъ положенія площадки, которую мы мысленно проводимъ чрезъ данную точку; предыдущая формула выведена въ предположеніи, что площадка горизонтальна; теперь положимъ, что чрезъ ту же точку проведена площадка въ s' □ cm. подъ угломъ α къ горизонту; выдѣнимъ мысленно опирающійся на нее вертикальный столбъ жидкости высотою h и поперечнаго сѣченія $s = s'\cos\alpha$ и положимъ, что онъ отвердѣваетъ, не измѣняя остальныхъ своихъ свойствъ; если давленіе жидкости на нижнее основаніе столба p', то условіе равновѣсія его состоитъ въ томъ, чтобы

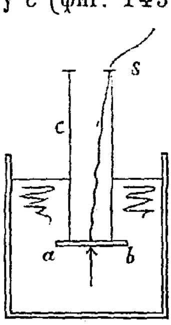
$$p's'\cos\alpha - hsdg = 0,$$

гдѣ первый членъ представляетъ вертикальную составляющую силы, съ которою жидкость давитъ на нижнее основаніе столба, а второй—вѣсъ послѣдняго; отсюда

$$p' = hdg;$$

слѣдовательно $p' = p$, т. е. *наклонная площадка внутри тяжелой жидкости испытываетъ такое же нормальное давленіе, какъ и горизонтальная, помѣщенная на томъ же уровнѣ.*

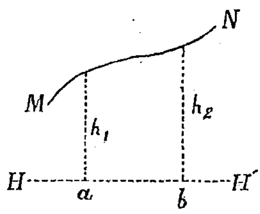
Выше мы пришли къ заключенію, что на площадку внутри тяжелой жидкости послѣдняя давитъ одинаково съ обѣихъ сторонъ. Слѣдующій опытъ Стевина позволяетъ провѣрить это заключеніе. Стеклянную трубку c (фиг. 143), къ нижнему концу которой прижимаютъ привязанную за нить s пластинку ab, опускаютъ на половину въ воду; если затѣмъ нить отпустить, то пластинка не падаетъ: она прижимается къ трубкѣ водою, которая производитъ на нее давленіе, направленное снизу вверхъ. Это давленіе можно измѣрить: стоитъ только наливать въ трубку c воды, пока не отпадетъ пластинка, т. е. пока не нальемъ въ трубку столбъ воды такой высоты, при которомъ его давленіе сверху внизъ на пластинку ab не станетъ равнымъ давленію окружающей воды, направленному снизу вверхъ; оказывается, что для этого въ трубку надо налить воды до уровня ея въ большомъ сосудѣ.



Фиг. 143.

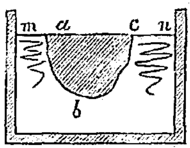
§ 5. Найдемъ форму свободной поверхности тяжелой жидкости. Пусть тяжелая жидкость ограничена поверхностью MN (фиг. 144), на которую внѣшнія силы производятъ повсюду одно и тоже нормальное давленіе p; внутри жидкости возьмемъ горизонтальную плоскость HH'; давленія въ точкахъ a и b этой плоскости будутъ $p_a = p + h_1dg$ и

$p_b = p + h_2dg$, гдѣ h_1 и h_2 означаютъ вертикальныя разстоянія точекъ a и b отъ свободной поверхности; но давленія во всѣхъ точкахъ горизонтальной плоскости одинаковы (§ 3), $p_a = p_b$; слѣдовательно и $h_1 = h_2$, т. е. всѣ точки свободной поверхности спокойной тяжелой жидкости находятся въ равныхъ разстояніяхъ отъ горизонтальной плоскости; иначе говоря, *свободная поверхность спокойной тяжелой жидкости есть горизонтальная плоскость.*



Фиг. 144.

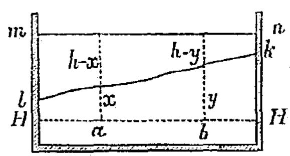
Возьмемъ сосудъ съ тяжелою жидкостью; свободная поверхность ея—горизонтальная плоскость mn (фиг. 145); выдѣлимъ мысленно изъ нея доходящую до свободной поверхности часть abc и положимъ, что она отвердѣваетъ; равновѣсіе не нарушится и въ обѣихъ половинахъ сосуда жидкость стоитъ до прежней горизонтальной плоскости mn. Мы имѣемъ теперь два сосуда, соединенныхъ внизу каналомъ, или такъ называемые *сообщающіеся сосуды.* Изъ предыдущаго видно, что *въ обоихъ сообщающихся сосудахъ жидкость стоитъ на одномъ уровнѣ.*



Фиг. 145.

§ 6. Нальемъ въ сосудъ двѣ несмѣшивающіяся жидкости различной плотности и отыщемъ какова ихъ *раздѣльная поверхность.*

Свободная поверхность верхней жидкости будетъ горизонтальная плоскость mn (фиг. 146); пусть наши жидкости раздѣляются поверхностью lk. Возьмемъ внутри нижней жидкости горизонтальную плоскость HH' и вычислимъ давленія въ точкахъ a и b. Называя чрезъ h разстоянія ихъ отъ свободной поверхности, x и y — отъ раздѣльной поверхности, имѣемъ



Фиг. 146.

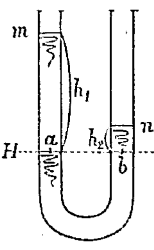
$$p_a = xdg + (h - x)\, d'g\,,\ p_b = ydg + (h - y)\, d'g,$$

гдѣ d плотность нижней, а d' — верхней жидкости. Такъ какъ p_a должно $= p_b$, то предыдущія уравненія даютъ:

$$(x - y)\,(d - d') = 0\,,$$

что возможно только когда $x = y$, т. е. когда всѣ точки раздѣльной поверхности находятся въ равныхъ разстояніяхъ отъ горизонтальной плоскости. И такъ *двѣ тяжелыхъ жидкости раздѣляются горизонтальною плоскостью.*

Возьмемъ сообщающіяся трубки и нальемъ въ нихъ сперва одну жидкость и потомъ въ которую нибудь изъ нихъ, напр. въ лѣвую трубку другую жидкость, не смѣшивающуюся съ первою. Уровни жидкостей будутъ въ m и n (фиг. 147); пусть жидкости въ лѣвой трубкѣ раздѣляются горизонтальною плоскостью HH'; назовемъ считаемыя отъ этой плоскости высоты уровней чрезъ h_1 и h_2; назовемъ плотности жидкостей: d_1 въ лѣвой трубкѣ и d_2 — въ правой; тогда давленія въ точкахъ a и b горизонтальной плоскости HH' будутъ $p_a = h_1 d_1 g$ и $p_b = h_2 d_2 g$; но $p_a = p_b$ и потому



Фиг. 147.

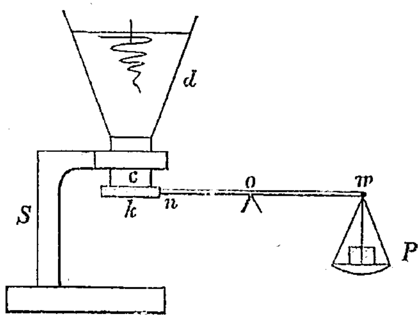
$$h_1 d_1 = h_2 d_2 ,$$

т. е. *въ сообщающихся сосудахъ высоты жидкостей, считаемыя отъ раздѣльной плоскости, обратно пропорціональны плотностямъ этихъ жидкостей.*

§ 7. Если въ сосудъ налита тяжелая жидкость, то она давитъ нормально на его стѣнки и притомъ съ силами, возрастающими по мѣрѣ углубленія (§ 4). Это легко обнаружить если налить ртуть въ закрытую снизу вертикальную гутаперчевую трубку; тогда послѣдняя подъ дѣйствіемъ возрастающаго съ углубленіемъ давленія раздувается въ нижней своей части.

Нетрудно найти давленіе на дно сосуда или на нѣкоторую часть его; оно *равно вѣсу вертикальнаго столба жидкости, опирающагося на дно (или на разсматриваемую часть его) и простирающагося до свободной поверхности жидкости. Это давленіе совершенно не зависитъ отъ формы сосуда.* Слѣдовательно если сосуды различной формы съ одинакимъ дномъ наполнены жидкостью до одного уровня, то на ихъ дно давитъ одна и та же сила.

Для провѣрки этого слѣдствія служитъ приборъ Паскаля, состоящій изъ неподвижнаго поддерживаемаго подставкою S кольца c (фиг. 148), къ которому привинчивается стеклянный сосудъ d той или другой формы, и изъ коромысла вѣсовъ mon съ чашкой на одномъ концѣ и пластинкою k на другомъ; когда на чашку вѣсовъ положенъ грузъ P, то пластинка k прижимается съ нѣкоторою силою F къ нижнему краю кольца c и образуетъ дно привинченнаго къ кольцу сосуда d, въ который послѣ того можно наливать жидкость до тѣхъ поръ, пока она не станетъ давить на дно съ такою же силою F; если прилить больше воды, то пластинка k нѣсколько опустится и часть жидкости выльется.



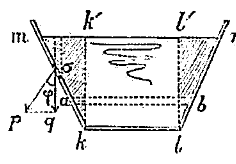
Фиг. 148.

Опытъ показываетъ, что при одномъ и томъ же грузѣ P, какой бы формы сосудъ—цилиндрическій, расширяющійся или суживающійся — мы ни привинтили къ кольцу, пластинка k опускается только тогда, когда жидкость налита въ нихъ до одного и того же уровня. Хотя вѣсъ жидкостей, наливаемыхъ при этомъ въ наши сосуды до одного уровня, весьма различенъ, но давленіе на нихъ дно всегда одно и тоже.

Замѣтимъ, что если въ расширяющемся къ верху сосудѣ жидкость отвердѣваетъ, не прилипая къ стѣнкамъ, то давленіе на дно увеличивается; если отвердѣваетъ жидкость въ сосудѣ, который суживается къ верху, то давленіе на дно уменьшается: давленіе твердаго тѣла зависитъ исключительно отъ его массы.

§ 8. Давленіе жидкости на дно сосуда не слѣдуетъ смѣшивать съ вѣсомъ жидкости, налитой въ сосудъ; вѣсъ жидкости складывается изъ ея давленій какъ на дно, такъ и на боковыя стѣнки сосуда.

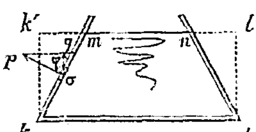
Выдѣлимъ мысленно изъ жидкости тонкую горизонтальную призмочку ab (фиг. 149), ограниченную двумя элементами стѣнокъ; мы уже знаемъ, что на концы такой призмочки (въ равновѣсіи) дѣйствуютъ силы, продольныя составляющія которыхъ взаимно уничтожаются; слѣдовательно и на элементы a и b стѣнокъ сосуда со стороны жидкости давятъ такія горизонтальныя силы, которыя взаимно уничтожаются, и вообще: горизонтальныя составляющія всѣхъ силъ, съ которыми жидкость давитъ на стѣнки сосуда, взаимно уничтожаются.



Фиг. 149.

Обратимся теперь къ вертикальнымъ составляющимъ давленій на стѣнки сосуда. Разсмотримъ сперва расширяющійся къ верху сосудъ. На малый элементъ σ боковой стѣнки жидкость давитъ съ нормальною силою $p = \sigma h d g$, гдѣ h — вертикальное разстояніе элемента σ отъ свободной поверхности жидкости mn и d — плотность жидкости. Вертикальная составляющая этой силы, $q = p \operatorname{Cos} \varphi = \sigma h d g \operatorname{Cos} \varphi$, направлена внизъ; такъ какъ $\sigma \operatorname{Cos} \varphi$ есть площадь нормальнаго сѣченія вертикальнаго столба, опирающагося на разсматриваемый элементъ, то q есть вѣсъ этого столба жидкости. Понятно, что вертикальная составляющая силы, съ которою жидкость давитъ на всѣ боковыя стѣнки, направлена внизъ и равна вѣсу жидкости въ сосудѣ безъ жидкости въ вертикальномъ столбѣ $kk'l'l$, опирающемся на дно. Но давленіе жидкости на дно равняется вѣсу столба $kk'l'l$ жидкости. Слѣдовательно полное давленіе жидкости на сосудъ, равное суммѣ этихъ двухъ давленій, равняется вѣсу налитой въ сосудъ жидкости.

Теперь разсмотримъ суживающійся къ верху сосудъ. Разсуждая попрежнему, найдемъ, что вертикальная составляющая давленія жидкости на элементъ σ (фиг. 150) равна вѣсу опирающагося на него вертикальнаго столба жидкости и направлена вверхъ. Сумма вертикальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, съ которыми жидкость давитъ на боковыя стѣнки, направлена вверхъ и равна вѣсу жидкости, заключающейся между вертикальнымъ цилиндромъ $kk'l'l$ и объемомъ $kmnl$. Такъ какъ давленіе на дно равно вѣсу столба $kk'l'l$ жидкости, то полное давленіе жидкости на сосудъ равно вѣсу налитой въ сосудъ жидкости.



Фиг. 150.

§ 9. Представимъ себѣ, что въ жидкость погружена вертикальная призма изъ твердаго вещества. Какія вертикальныя силы дѣйствуютъ на нее? Если давленіе въ точкахъ верхняго основанія назовемъ p_1, въ точкахъ нижняго p_2, вѣсъ призмы q и сѣченіе ея s, то равнодѣйствующая всѣхъ вертикальныхъ силъ будетъ

$$Q = p_1 s - p_2 s + q;$$

но $(p_2 - p_1)\, s$ есть, по предыдущему, вѣсъ окружающей жидкости въ объемѣ нашей призмы, q'; слѣдовательно

$$Q = q - q'.$$

Въ воздухѣ на нашу призму дѣйствовала бы вертикальная сила q, равная ея вѣсу, а теперь лишь $q - q'$; иначе говоря, при погруженіи въ жидкость призма теряетъ въ вѣсѣ столько, сколько вѣситъ вытѣсняемая ею жидкость.

Положимъ теперь, что въ жидкость погружается твердое тѣло какой нибудь формы; разбивая его мысленно на рядъ тонкихъ вертикальныхъ призмъ, найдемъ, что каждая изъ нихъ теряетъ въ своемъ вѣсѣ столько, сколько вѣситъ жидкость въ ея объемѣ; это же примѣняется и къ цѣлому тѣлу. Итакъ *тѣло, погруженное въ жидкость, теряетъ въ своемъ вѣсѣ столько, сколько вѣситъ вытѣсненная имъ жидкость.* Въ этомъ состоитъ законъ Архимеда.

Этотъ законъ нетрудно провѣрить на опытѣ. Для этого на одну чашку вѣсовъ поставимъ пустое цилиндрическое ведро, а снизу той же чашки привѣсимъ сплошной цилиндръ, объемъ котораго равенъ емкости ведра, и затѣмъ уравновѣсимъ вѣсы. Если теперь висячій цилиндръ погрузить въ воду, то равновѣсіе нарушается; но оно возстановляется, какъ скоро мы наполнимъ водою ведро, стоящее на чашкѣ вѣсовъ.

Описанный опытъ обнаруживаетъ давленіе снизу вверхъ жидкости на погруженое въ нее твердое тѣло; по третьему закону Ньютона твердое тѣло въ свою очередь должно давить на жидкость, въ которое оно погружено. Нетрудно подтвердить это прямымъ опытомъ: на одну чашку вѣсовъ ставятъ пустое наше ведро, а на другую сосудъ съ водою и уравновѣшиваютъ вѣсы. Если затѣмъ въ воду этого сосуда погрузить подвѣшенный на нити цилиндръ, то равновѣсіе нарушается; но оно возстановляется, какъ скоро мы наполнимъ водою ведро, стоящее на первой чашкѣ.

§ 10. Пусть вѣсъ тѣла p; называя объемъ его чрезъ v, плотность чрезъ d, имѣемъ $p = vdg$, гдѣ g — напряженіе силы тяжести; пусть погруженное въ воду наше тѣло вѣситъ лишь p'; тогда $p - p'$, потеря въ вѣсѣ тѣла при его погруженіи въ воду, равняется по закону Архимеда вѣсу воды въ объемѣ этого тѣла; слѣдовательно $p - p' = vg$, такъ что

$$d = \frac{p}{p - p'},$$

т. е. *плотность тѣла равняется вѣсу тѣла въ воздухѣ, раздѣленному на потерю его вѣса при погруженіи въ воду.*

Плотность жидкости всего проще определить, взвѣшивая какое либо тѣло сперва въ водѣ, а потомъ въ данной жидкости, и замѣчая каждый разъ потерю въ вѣсѣ погруженнаго тѣла: q — въ водѣ и q' въ данной жидкости; такъ какъ это въ тоже время вѣса воды и данной жидкости въ равныхъ объемахъ (именно въ объемѣ взвѣшиваемаго тѣла), то плотность данной жидкости будетъ

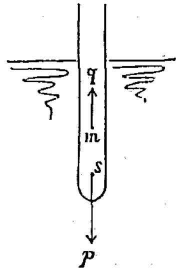
$$d = \frac{q'}{q}.$$

Вотъ плотности нѣкоторыхъ тѣлъ:

Иридій	22,4	Стекло	2,50
Платина . . .	21,5	Липовое дерево.	0,56
Золото	19,3	Пробка	0,24
Свинецъ . . .	11,4	Ртуть.	13,6
Серебро. . . .	10,5	Сѣрная к. . .	1,84
Мѣдь	8,92	Азотная к. . .	1,51
Желѣзо	7,86	Оливковое м. .	0,91
Олово	7,29	Терпентинное м.	0,87
Алюминій . . .	2,60	Эфиръ . . .	0,74

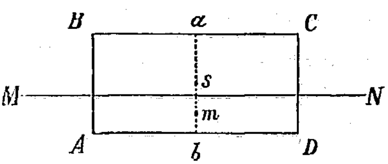
§ 11. Закономъ Архимеда объясняется *плаваніе тѣлъ.* Всякое тѣло, погруженное въ жидкость, теряетъ, какъ мы знаемъ, въ своемъ вѣсѣ столько, сколько вѣситъ вытѣсненная имъ жидкость. Слѣдовательно тѣло, погруженное въ жидкость, находится подъ дѣйствіемъ двухъ вертикальныхъ силъ: одной, направленной внизъ и равной вѣсу самого тѣла, и другой, направленной вверхъ и равной вѣсу вытѣсненной жидкости; первая изъ этихъ силъ приложена къ центру тяжести тѣла, а вторая къ центру тяжести вытѣсняемой жидкости, который называется *центромъ давленія.* Погруженное въ жидкость тѣло принимаетъ такое положеніе, чтобы прямая, соединяющая точки приложенія обѣихъ этихъ силъ, была одного направленія съ этими силами (VII, § 1) т. е. вертикальна. При этомъ могутъ быть три случая. Назовемъ p вѣсъ тѣла и q вѣсъ вытѣсненной имъ жидкости; если $p > q$, то силы, дѣйствующія на тѣло, складываются въ одну, направленную внизъ, и тѣло, какъ говорятъ, *тонетъ;* если $p = q$, то обѣ силы взаимно уничтожаются, и тѣло *плаваетъ внутри жидкости;* наконецъ если $p < q$, обѣ силы складываются въ одну, направленную вверхъ, и тѣло поднимается или *всплываетъ;* достигши свободной поверхности, оно плаваетъ здѣсь, погружаясь на столько подъ свободною поверхностью, чтобы вѣсъ вытѣсненной жидкости равнялся вѣсу самого тѣла.

Теперь является вопросъ объ устойчивости плавающаго тѣла. Если центръ тяжести s (фиг. 151) плавающаго тѣла ниже центра давленія m, къ первой точкѣ приложена вертикальная сила, направленная внизъ, а во второй—вертикальная сила, направленная вверхъ, и наше плавающее тѣло находится въ устойчивомъ положеніи равновѣсія: если тѣло вывести немного изъ такого положенія, то оно въ него возвращается. Стеклянная трубочка, закрытая съ одного конца и наполненная отчасти ртутью, плавая на водѣ, можетъ находиться въ указанномъ состояніи устойчиваго равновѣсія.

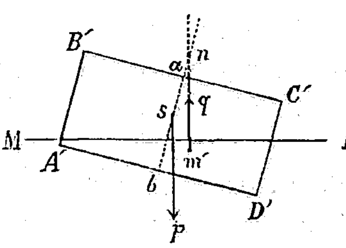


Фиг. 151.

Но въ однородномъ плавающемъ тѣлѣ, напр. въ деревянной призмѣ $ABCD$ (фиг. 152) центръ тяжести s всегда бываетъ выше центра давленія m; тѣмъ не менѣе оно можетъ быть въ состояніи устойчиваго равновѣсія. Отмѣтимъ центральную линію ab, проходящую чрезъ центръ тяжести s и центръ давленія m. Отклонимъ теперь призму въ положеніе $A'B'C'D'$ (фиг. 153): центръ давленія перемѣстится въ m', и на плавающее тѣло дѣйствуютъ двѣ силы, p и q, повертывающія его въ прежнее положеніе равновѣсія. Такъ будетъ до тѣхъ поръ, пока вертикаль, проходящая чрезъ центръ давленія, пересѣкаетъ центральную линію выше центра тяжести; эта точка пересѣченія, n, называется *метацентромъ* тѣла. Призма наша можетъ плавать и съ вертикальными длинными ребрами, но тогда метацентръ n (фиг. 154) лежитъ ниже центра тяжести, s; если такое тѣло вывести изъ положенія равновѣсія, то къ центру тяжести s и центру давленія m приложены

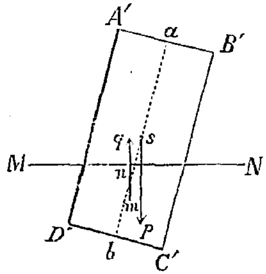


Фиг. 152.



Фиг. 153.

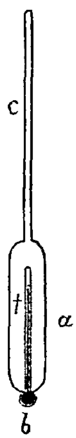
силы p и q, вращающія его такъ, что тѣло удаляется отъ своего положенія равновѣсія и опрокидывается; слѣдовательно равновѣсіе нашего тѣла было неустойчивое.



Фиг. 154.

Тѣло плаваетъ тѣмъ устойчивѣе, чѣмъ его метацентръ лежитъ выше центра тяжести. Поэтому-то для увеличенія устойчивости корабля его центръ тяжести стараются опустить кладя балластъ.

§ 12. На законахъ плаванія тѣлъ основано устройство *ареометровъ*, приборовъ предназначающихся для быстраго, хотя и не особенно точнаго опредѣленія плотности жидкихъ тѣлъ. Если стеклянная трубка цилиндрической формы плаваетъ устойчиво въ вертикальномъ положеніи (§ 11), то она всегда вытѣсняетъ такой объемъ жидкости, вѣсъ котораго равенъ вѣсу самой трубки. Положимъ, что трубка, плавая въ какой нибудь жидкости, погружается въ нее объемомъ v', а плавая въ водѣ погружается объемомъ v; вѣсъ вытѣсненной жидкости будетъ $v'dg$, а вѣсъ вытѣсненной воды $v'g$, при чемъ $v'dg=vg$, откуда



Фиг. 155.

$$d=\frac{v}{v'}\cdot \tag{1}$$

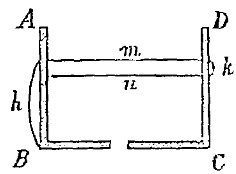
Обыкновенно ареометръ имѣетъ форму сосуда a (фиг. 155) съ небольшимъ шарикомъ b внизу и съ цилиндрическою трубкою c вверху; шарикъ b служитъ резервуаромъ ртути для термометра t. То мѣсто ареометра, до котораго онъ погружается въ воду, отмѣтимъ черточкою и противъ нея поставимъ цифру „1"; назовемъ объемъ воды, вытѣсняемой при этомъ ареометромъ, чрезъ v; этотъ объемъ можно опредѣлить, погружая ареометръ въ стаканъ, раздѣленный на части равныхъ объемовъ; затѣмъ, поднимая или опуская ареометръ, отмѣтимъ мѣста, до которыхъ онъ погружается, вытѣсняя объемы $v/1{,}01$; $v/1{,}02$ ... или $v/0{,}99$; $v/0{,}98$ ... и противъ этихъ мѣстъ поставимъ цифры 1,01; 1,02 ... 0,99; 0,98 ... Цифра того дѣленія, противъ котораго останавливается ареометръ, погруженный въ какую нибудь жидкость, *даетъ прямо плотность послѣдней*; дѣйствительно, если ареометръ останавливается противъ дѣленія 1,02, то это значитъ, что $v_1 = v/1{,}02$ и по (1)

$$d = \frac{v}{v/1,02} = 1,02.$$

Ареометръ употребляется въ техникѣ для опредѣленія содержанія алкоголя въ спиртѣ, что дѣлается по плотности послѣдняго; если числа, выставленныя на ареометрѣ, даютъ прямо это содержаніе (а не плотность), то приборъ называется *спиртомѣромъ*.

§ 13. До сихъ поръ мы разсматривали исключительно явленія, представляемыя спокойною жидкостью; теперь укажемъ на нѣкоторыя явленія, наблюдаемыя при движеніи жидкости. Первыя относятся къ области гидростатики, вторыя —къ гидродинамикѣ.

Представимъ себѣ, что на днѣ сосуда $ABCD$ (фиг. 156) съ жидкостью сдѣлано небольшое отверстіе; тогда жидкость истекаетъ изъ этого отверстія; нетрудно найти скорость истеченія нашей жидкости. Положимъ, что уровень жидкости опускается на k — съ m до n; за это время вытекаетъ жидкость, объемъ которой равенъ объему между уровнями m и n, т. е. ak, если чрезъ a обозначимъ площадь поперечнаго сѣченія сосуда; если чрезъ d назовемъ плотность нашей жидкости, то akd будетъ масса вытекшей жидкости и $akdg$—ея вѣсъ; понятно, что при разсматриваемомъ истеченіи отмѣченный слой жидкости какъ бы падаетъ съ уровня m до дна сосуда, т. е. съ высоты h; работа, совершаемая при этомъ силою тяжести, будетъ $akdgh$; на столько же (VIII, § 6) уменьшается потенціальная энергія нашей системы, состоящей изъ жидкости въ сосудѣ и земли. При выходѣ изъ отверстія жидкость пріобрѣтаетъ нѣкоторую скорость, v; а потому система наша увеличиваетъ свою кинетическую энергію на $akdv^2/2$. По закону сохраненія энергіи (VIII, § 5):



Фиг. 156.

$$akdgh = akd\frac{v^2}{2}\cdot \tag{2}$$

Откуда скорость истеченія тяжелой жидкости изъ отверстія въ сосудѣ, въ которомъ она налита до высоты h,

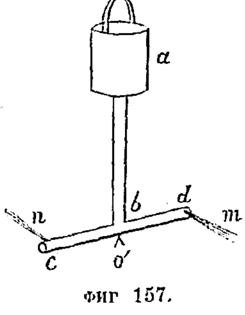
$$v = \sqrt{2gh}. \tag{2'}$$

Но это есть скорость, которую пріобрѣтаетъ тяжелое тѣло, упавши съ высоты h. Поэтому заключаемъ: *скорость истеченія жидкости не зависитъ отъ свойства послѣдней и равна той скорости, которую пріобрѣтаетъ тяжелое тѣло, упавши съ высоты равной разстоянію свободной поверхности жидкости отъ отверстія.*

Предыдущій выводъ примѣняется не только къ истеченію изъ отверстія въ днѣ, но и изъ отверстія въ боковой стѣнкѣ сосуда.

Скорость, опредѣляемая формулою (2′), направлена нормально къ стѣнкѣ сосуда, въ которой сдѣлано отверстіе; если эта стѣнка вертикальная, то жидкость при истеченіи получаетъ горизонтальную скорость, которая заставляетъ частицы струи двигаться равномѣрно; на эти частицы дѣйствуетъ еще сила тяжести, заставляющая ихъ двигаться равномѣрно-ускоренно по вертикали внизъ; оба движенія складываются въ параболическое (I, § 12); такимъ образомъ струя жидкости, истекающей изъ боковогo отверстія сосуда, имѣетъ параболическую форму; чѣмъ выше налита жидкость въ сосудѣ, тѣмъ съ большею горизонтальною скоростью она вытекаетъ, и тѣмъ дальше отъ сосуда струя пересѣкаетъ какую нибудь горизонтальную плоскость.

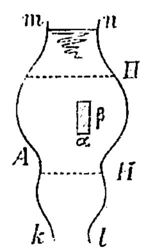
§ 14. Жидкость вытекаетъ изъ отверстія въ сосудѣ подъ давленіемъ остающейся жидкости; вытекающая жидкость въ свою очередь — по третьему закону Ньютона—давитъ на остающуюся жидкость, которая передаетъ это давленіе стѣнкамъ сосуда. Давленіе это или такъ наз. *реакція вытекающей жидкости* легко обнаруживается на *Сегнеровомъ колесѣ* — на приборѣ, состоящемъ изъ вертикальнаго сосуда ab (фиг. 157), оканчивающемся внизу горизонтальною трубкою cd и удобоподвижномъ около вертикальной оси oo'; сбоку трубки cd, на противоположныхъ сторонахъ, сдѣланы два малыхъ отверстія, изъ которыхъ вода, наполняющая снарядъ, вытекаетъ горизонтальными струйками m и n; сосудъ приходитъ во вращеніе около оси oo' въ сторону противоположную истеченію воды.



Фиг 157.

§ 15. Въ спокойной жидкости давленіе распредѣляется по извѣстному намъ закону (§ 4); это такъ называемое *гидростатическое* *давленіе;* въ движущейся жидкости давленіе, называемое *гидродинамическимъ*, распредѣляется иначе.

Представимъ себѣ сосудъ A (фиг. 158), различныя поперечныя сѣченія котораго имѣютъ различныя площади; пусть изъ сосуда чрезъ открытое дно выливается жидкость, которая въ немъ стоитъ всегда до уровня mn (для чего въ сосудъ постепенно приливаютъ жидкость). Выдѣлимъ изъ жидкости очень малую вертикальную призмочку съ основаніемъ α и высотою β; положимъ, что эта призмочка отвердѣваетъ, не измѣняя остальныхъ своихъ свойствъ, и прослѣдимъ ея движеніе внутри сосуда. Положеніе призмочки будемъ опредѣлять разстояніемъ z ея



Фиг. 158.

верхняго основанія отъ свободной поверхности mn; плотность жидкости назовемъ d. Разсмотримъ два горизонтальныхъ сѣченія сосуда, H_1 и H, отстоящихъ на z_1 и z отъ свободной поверхности; назовемъ скорости теченія жидкости здѣсь v_1 и v; давленія p_1 и p. Найдемъ, какъ измѣняется энергія въ нашей системѣ, когда отвердѣвшая призмочка опускается съ уровня H_1 на H. Этотъ процессъ мы можемъ разсматривать какъ состоящій въ томъ, что отвердѣвшая призмочка опускается, увеличивая свою скорость (отъ v_1 до v) и въ то же время вытѣсняемый ею объемъ жидкости, не пріобрѣтая скорости, поднимается изъ мѣста конечнаго положенія отвердѣвшей призмочки въ мѣсто ея начальнаго положенія. При паденіи съ уровня H_1 до H призмочка увеличиваетъ свою кинетическую энергію на $\alpha\beta d\,(v^2 - v_1^2)/2$ и уменьшаетъ свою потенціальную энергію на $\alpha\beta dg\,(z - z_1)$. Вытѣсняемая жидкость, поднимаясь, не пріобрѣтаетъ кинетической энергіи (ибо какъ въ началѣ, такъ и въ концѣ разсматриваемаго процесса она остается въ покоѣ), но ея потенціальная энергія возрастаетъ; для вычисленія этого приращенія энергіи замѣтимъ, что между уровнями H_1 и H давленіе измѣняется на $(p-p_1)/(z_1-z)$ съ каждымъ сантиметромъ вертикальнаго разстоянія; на протяженіи отвердѣвшей призмочки давленіе измѣняется на $\beta(p - p_1)/(z_1 - z)$; это есть ничто иное, какъ разность давленій на концахъ жидкой призмочки; слѣдовательно сила, заставляющая нашъ объемъ жидкости подниматься, будетъ $\alpha\beta\,(p - p_1)\,/(z - z_1)$; такъ какъ нашъ объемъ жидкости поднимается на высоту $z - z_1$, то соотвѣтствующая работа будетъ $\alpha\beta\,(p - p_1)$; эта работа и есть мѣра увеличенія потенціальной энергіи поднявшагося объема жидкости (VIII, § 6). По закону сохраненія энергіи (VIII, § 5) приращеніе кинетической энергіи системы должно равняться убыли ея потенціальной и потому:

$$\frac{\alpha\beta d}{2}\,(v^2-v_1^2) = \alpha\beta dg\,(z-z_1) - \alpha\beta\,(p-p_1).$$

Назовемъ a и a_1, площади поперечныхъ сѣченій сосуда на уровняхъ H и H_1; въ единицу времени чрезъ эти сѣченія протекаютъ объемы жидкости av и a_1v_1; такъ какъ жидкость нигдѣ не скопляется, то чрезъ всѣ сѣченія одновременно протекаютъ равные объемы; слѣдовательно $av=a_1v_1$ и предыдущее уравненіе можно написать такъ:

$$\frac{d}{2}\,v^2\left(\frac{a_1^2-a^2}{a_1^2}\right) = dg(z-z_1) - (p-p_1).$$

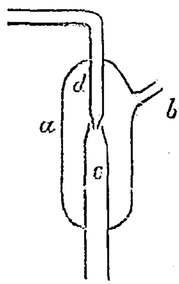
Пусть уровень H_1 совпадаетъ съ свободною поверхностью, гдѣ $z_1 = 0$, и примемъ, что $p_1 = 0$; тогда изъ предыдущаго уравненія находимъ

$$p = dgz + \frac{d}{2}\,v^2\left(\frac{a^2-a_1^2}{a_1^2}\right);$$

здѣсь p есть гидродинамическое давленіе на уровнѣ H; а dgz есть гидростатическое давленіе на томъ же уровнѣ; предыдущая формула устанавливаетъ связь между гидростатическимъ и гидродинамическимъ давленіями: для полученія гидродинамическаго давленія надо къ соотвѣтствующему гидростатическому давленію прибавить еще давленіе $dv^2(a^2 - a_1^2)/2a_1^2$, которое зависитъ отъ скорости теченія и площадей поперечныхъ сѣченій; въ сѣченіяхъ, площади которыхъ больше площади свободной поверхности, гидродинамическое давленіе больше гидростатическаго и наоборотъ; гидростатическое давленіе всегда возрастаетъ съ глубиною въ жидкости, гидродинамическое же давленіе можетъ при этомъ увеличиваться или уменьшаться.

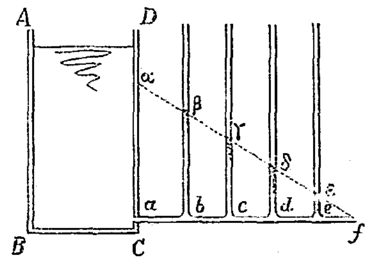
Если въ узкомъ мѣстѣ трубки, по которой течетъ вода, сдѣлать небольшое отверстіе, то иногда вода не выливается, а напротивъ того внѣшній воздухъ входитъ пузырьками въ трубку: въ узкомъ мѣстѣ трубки давленіе текущей жидкости можетъ быть меньше атмосфернаго и тогда воздухъ входитъ въ трубку чрезъ отверстіе.

Подобнымъ же образомъ объясняется дѣйствіе *водяного воздушнаго насоса*; онъ состоитъ изъ сосуда a (фиг. 159), къ которому припаяны три трубочки: сбоку b, снизу c и сверху d; суженный конецъ послѣдней немного входитъ въ трубочку c; чрезъ боковую трубочку b вода подъ большимъ давленіемъ и слѣдовательно съ большою скоростью втекаетъ въ сосудъ; вытекаетъ же она отсюда чрезъ узкую кольцеобразную щель между концами трубочекъ c и d; здѣсь водяная струя сильно суживается, скорость ея увеличивается и гидродинамическое давленіе настолько уменьшается, что воздухъ всасывается изъ трубочки d; если послѣдняя соединена съ какимъ нибудь закрытымъ резервуаромъ, то воздухъ въ немъ разрѣжается.



Фиг. 159.

§ 16. Мы предполагали, что жидкость движется въ сосудѣ безъ тренія; если же, какъ это всегда и бываетъ, между движущеюся жидкостью и стѣнками сосуда происходитъ треніе, то явленіе крайне осложняется. Представимъ себѣ, что жидкость изъ сосуда $ABCD$ (фиг. 160) вытекаетъ чрезъ горизонтальную трубку af; вслѣдствіе тренія слой жидкости, прилегающій къ стѣнкамъ трубки, неподвиженъ, а скорости слѣдующихъ слоевъ возрастаютъ по мѣрѣ приближенія къ оси трубки. Не разсматривая подробно явленія, обратимъ лишь вниманіе на распредѣленіе давленій въ горизонтальной трубкѣ; пусть къ ней припаяны вертикальныя трубки b, c, d и e; когда жидкость течетъ по трубкѣ af, то въ вертикальныхъ трубкахъ она становится на уровняхъ β, γ, δ и ε, постепенно понижающихся и расположенныхъ по наклонной прямой αf, проходящей чрезъ конецъ трубки; высоты $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$ и $e\varepsilon$ столбовъ жидкости въ вертикальныхъ трубкахъ опредѣляютъ давленія въ точкахъ b, c, d и e. Слѣдовательно давленіе жидкости, текущей съ треніемъ, уменьшается по направленію теченія.



Фиг. 160.

ГЛАВА XI.

Молекулярныя явленія въ жидкостяхъ.

§ 1. Тонкій слой жидкости, лежащій у ея поверхности, находится въ особомъ состояніи и называется *поверхностнымъ слоемъ;* этотъ слой упругъ и натянутъ. Если въ сосудъ налита жидкость, смачивающая его стѣнки (напр. вода въ стеклянный сосудъ), то поверхностный слой образуется на ея свободной поверхности, и края его прикрѣплены къ стѣнкамъ сосуда; если же жидкость не смачиваетъ стѣнокъ сосуда, то поверхностный слой образуется какъ по свободной, такъ и по несвободной ея поверхности. Если въ жидкость опускать смачиваемое ею тѣло, то поверхностный слой разрывается и края его прикрѣпляются къ опускаемому тѣлу; если же опускать несмачиваемое тѣло, то поверхностный слой не разрывается, но продавливается внутрь жидкости, облекая погружаемое тѣло и увеличиваясь въ поверхности.

§ 2. Существованіе поверхностнаго слоя можно обнаружить различными опытами.

Посыпемъ поверхность жидкости мелкимъ порошкомъ, который бы на ней плавалъ, и станемъ опускать въ жидкость несмачивающуюся вертикальную палочку: порошокъ при этомъ со всѣхъ сторонъ приближается къ палочкѣ и увлекается ею внутрь жидкости; при подъемѣ палочки порошокъ поднимается вслѣдъ за нею изъ жидкости и затѣмъ удаляется отъ нея по всѣмъ направленіямъ свободной поверхности. Все происходитъ такъ, какъ если бы порошокъ помѣщался на твердой упругой оболочкѣ, обтягивающей жидкость: опускаемая палочкою внутрь жидкости, эта оболочка уноситъ съ собою лежащій на ней порошокъ; поднимающаяся вслѣдъ за палочкою оболочка выноситъ порошокъ и, расправляясь, распространяетъ его во всѣ стороны.

Не менѣе осязательно доказывается существованіе поверхностнаго слоя такъ называемыми *жидкими пластинками*, съ которыми мы всѣ знакомы въ формѣ мыльныхъ пузырей и тѣхъ пузырей, которые во время дождя образуются на поверхности лужъ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ тонкій слой жидкости заключенъ между двумя поверхностными оболочками, которыя служатъ ему какъ бы стѣнками. Если проволочное кольцо окунуть въ мыльную воду, то въ немъ образуется жидкая пластинка: слой жидкости ab (фиг. 161) помѣщается между поверхностными оболочками mn и $m'n'$, края которыхъ прилипаютъ къ кольцу, поперечныя сѣченія коего представлены кружками c и d.

Фиг. 161.

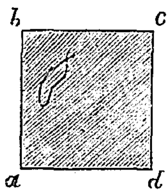
Если на днѣ сосуда, наполненнаго жидкостью, сдѣлать небольшое отверстіе, то жидкость не выливается, но изъ отверстія выступаетъ капля: заключенная въ поверхностный слой, *какъ въ мѣшочекъ, края котораго прикрѣплены ко дну* сосуда, эта капля препятствуетъ жидкости выливаться.

Небольшую стеклянную запаянную съ одного конца трубочку наполнимъ какою нибудь цвѣтною жидкостью болѣе тяжелою, чѣмъ вода (напр. растворомъ мѣднаго купороса); если такую трубочку опрокинуть открытымъ концомъ внизъ, то жидкость не выливается: на ея нижней свободной поверхности образуется поверхностный слой, который, какъ твердая упругая оболочка, поддерживаетъ столбъ жидкости и мѣшаетъ ему вылиться. Но опустимъ нижній конецъ трубочки въ воду; тогда нашъ поверхностный слой исчезаетъ, и болѣе тяжелая жидкость, ничѣмъ не поддерживаемая, тотчасъ же выливается, замѣняясь водою.

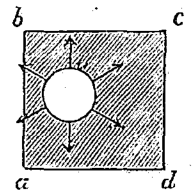
§ 3. Убѣдившись въ существованіи поверхностнаго слоя, обратимся къ изученію его свойствъ и производимыхъ имъ дѣйствій.

Прежде всего докажемъ, что *поверхностный слой всегда натянутъ и стремится занять наименьшую поверхность.*

На жидкую пластинку, образованную внутри проволочной рамы $abcd$ (фиг. 162), положимъ петлю изъ тонкой нити такъ, чтобы она смачивалась жидкостью; если затѣмъ жидкую пластинку прорвать внутри нашей петли, то послѣдняя тотчасъ же принимаетъ форму круга (фиг. 163). Слѣдовательно отверстіе, ограниченное нитью, принимаетъ наибольшую, а сама жидкая пластинка наименьшую площадь; пластинка, стало быть, стягивается и дѣйствуетъ на петлю съ силами всюду нормальными и направленными въ плоскости пластинки.



Фиг. 162.

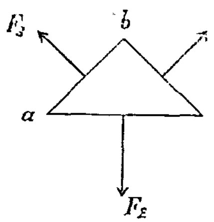


Фиг. 163.

Стеклянную воронку наполняютъ табачнымъ дымомъ и опускаютъ широкимъ концомъ въ мыльную воду; если затѣмъ воронку вынуть, то на нижнемъ ея концѣ образуется жидкая пластинка, стремящаяся стянуться и потому поднимающаяся вверхъ до тѣхъ поръ, пока не достигнетъ цилиндрической трубки; это движеніе жидкой пластинки легко замѣтить, ибо пространство надъ нею наполнено сѣрымъ дымомъ, а снизу — прозрачно.

Опытъ Плато доказываетъ тоже самое: если составить смѣсь воды и спирта такой плотности, какъ масло, то небольшое количество послѣдняго, погруженное въ эту смѣсь, принимаетъ форму сферы: масло, заключенное въ поверхностный слой, сжимается имъ со всѣхъ сторонъ, какъ упругимъ мѣшечкомъ, и потому принимаетъ форму сферы, имѣющей наименьшую поверхность при данномъ объемѣ.

§ 4. Въ поверхностномъ слоѣ жидкости выдѣлимъ треугольникъ abc (фиг. 164), который пусть отвердѣваетъ, не измѣняясь въ плотности; такой треугольникъ остается въ равновѣсіи; окружающій поверхностный слой дѣйствуетъ на стороны треугольника съ силами F_1, F_2 и F_3, приложенными къ ихъ серединамъ; эти силы взаимно уравновѣшиваются, что можетъ быть, если онѣ проходятъ чрезъ одну точку и даютъ равнодѣйствующую равную нулю; первое условіе удовлетворяется если силы нормальны къ соотвѣтствующимъ сторонамъ треугольника, а второе — если онѣ имъ пропорціональны (VII, § 3):



Фиг. 164.

$$\frac{F_1}{bc} = \frac{F_2}{ac} = \frac{F_3}{ab} = T;$$

отсюда заключаемъ: на каждую единицу длины своего края поверхностный слой дѣйствуетъ всюду съ одною и тою же силою. Силу, приложенную нормально къ одному сантиметру края поверхностнаго слоя и направленную въ плоскости этого слоя, называютъ *поверхностнымъ натяженіемъ* данной жидкости; мы будемъ обозначать его T.

Предыдущее условіе равновѣсія можно обобщить на случай многоугольника или вообще фигуры какой нибудь формы, выдѣленной изъ поверхностнаго слоя: къ каждому элементу σ контура нашей фигуры должна быть приложена нормальная сила F, направленная въ плоскости слоя и такой величины, чтобы F/σ было повсюду постоянно и равно поверхностному натяженію жидкости; такъ что сила дѣйствующая на весь элементъ $F = T\sigma$.

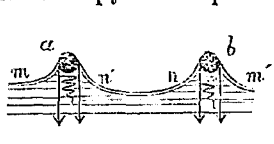
Представимъ себѣ, что на жидкости плаваетъ смачиваемое ею тѣло; поверхностный слой, края котораго прикрѣпляются къ этому тѣлу, дѣйствуетъ на него съ силами, которыя взаимно уравновѣшиваются, и тѣло остается въ покоѣ. Но это продолжается до тѣхъ поръ, пока *плавающее тѣло окружено со всѣхъ сторонъ однородною жидкостью*; если же съ одной стороны этого тѣла, напр. близъ стороны ab плавающаго треугольника abc (фиг. 164) поверхностное натяженіе уменьшено, то сила, съ которою поверхностный слой дѣйствуетъ на сторону ab, уменьшается, и равновѣсіе треугольника нарушается: онъ перемѣщается вершиною c впередъ (удаляясь отъ мѣста меньшаго поверхностнаго натяженія).

Такъ если около плавающаго на поверхности воды кусочка пробки капнуть спиртомъ, имѣющимъ меньшее поверхностное натяженіе, чѣмъ вода, то пробка быстро перемѣщается, удаляясь отъ капли спирта.

Если на поверхность воды бросить кусочекъ камфары, то онъ будетъ плавать и постоянно двигаться, то вращаясь, то перемѣщаясь изъ стороны въ сторону. Объясняется это такъ: камфара растворяется въ водѣ, но неравномѣрно, а то въ одномъ, то въ другомъ мѣстѣ больше, чѣмъ въ остальныхъ; поверхностное натяженіе воды уменьшается, когда въ ней растворена камфара; плавающій кусокъ камфары движется, удаляясь отъ того мѣста воды, гдѣ поверхностное натяженіе наименьшее.

§ 5. Мы ввели новую величину — поверхностное натяженіе — и должны указать на способы ея опытнаго опредѣленія; такихъ способовъ много; объяснимъ одинъ изъ нихъ.

Къ одному, напр. къ лѣвому концу коромысла вѣсовъ подвѣшиваютъ горизонтальный проволочный обручъ, который уравновѣшиваютъ грузами, положенными на правую чашку; къ этому обручу подносятъ сосудъ съ испытуемою жидкостью такъ, чтобы обручъ при равновѣсіи вѣсовъ касался жидкости. Будемъ теперь увеличивать грузъ на правой чашкѣ, пока обручъ не оторвется отъ жидкости. Какую силу долженъ при этомъ преодолѣть грузъ? Вслѣдъ за обручомъ, поперечныя сѣченія коего представлены кружками a и b (фиг. 165), поднимается кольцеобразный столбъ жидкости, заключенный между поверхностными слоями mm



Фиг. 165.

и nn', прилипшими своими краями къ внѣшней и внутренней сторонѣ обруча; эти поверхностные слои дѣйствуютъ на каждый сантиметръ окружности обруча съ силою $2\,T$, направленною внизъ; если назовемъ R радіусъ обруча (на столько тонкаго, что толщиною его можно пренебречь), то вся сила, съ которою поверхностные слои удерживаютъ обручъ, равна $4\pi RT$; если грузъ въ m граммовъ отрываетъ обручъ отъ жидкости, то

$$mg = 4\pi RT,$$

гдѣ g напряженіе силы тяжести. Отсюда, зная m и R, опредѣляютъ T.

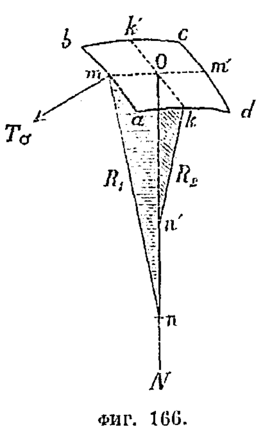
Приводимъ значенія поверхностнаго натяженія нѣкоторыхъ жидкостей (при 20° Ц.):

Вода	0,076	Алкоголь	0,024
Ртуть	0,068	Нефть	0,026
Эфиръ	0,018	Оливковое масло .	0,034.

Замѣтимъ, что поверхностное натяженіе жидкости уменьшается съ ея нагрѣваніемъ и сильно измѣняется отъ всякой посторонней примѣси.

§ 6. И такъ съ свободной поверхности жидкость покрыта поверхностнымъ слоемъ, который какъ твердая упругая оболочка обтягиваетъ ее. Легко понять, что такая оболочка давитъ на находящуюся подъ нею жидкость. Опредѣлимъ это давленіе.

Пусть жидкость ограничена кривою поверхностью. Выдѣлимъ мысленно изъ поверхностнаго слоя прямоугольный элементъ $abcd$ (фиг. 166) и положимъ, что онъ отвердѣваетъ; пусть стороны этого прямоугольника $ab = kk' = dc = \sigma$ и $bc = mm' = ad = \sigma'$. Проведемъ нормали къ поверхностному слою: ON, проходящую чрезъ центръ O элементарнаго четыреугольника, mn и kn', проходящія чрезъ середины его сторонъ ab и ad; пусть эти послѣднія нормали пересѣкаютъ первую въ точкахъ n и n'; разстоянія $nm = nO = R_1$ и $n'k = n'O = R_2$ называются радіусами кривизны нашей поверхности по взаимно перпендикулярнымъ сѣченіямъ ab и ad.



Фиг. 166.

На стороны четыреугольника $abcd$ остальная часть поверхностнаго слоя дѣйствуетъ съ силами, направленными въ плоскостяхъ касательныхъ къ свободной поверхности жидкости; такъ къ сторонѣ ab нашего четыреугольника приложена сила $T\sigma$ (§ 4), направленная въ плоскости касательной къ свободной поверхности въ m и слѣдовательно перпендикулярная къ нормали mn; составляющая этой силы по нормали ON будетъ $T\sigma \operatorname{Sin}(mnO) = T\sigma\, Om\,/\,On$; точно также сила, приложенная къ cd, даетъ составляющую по ON равную $T\sigma\, Om'/On$; вмѣстѣ эти двѣ силы даютъ равнодѣйствующую $T\sigma\sigma'/R_1$, приложенную къ O. Понятно, что силы, приложенныя къ сторонамъ bc и ad, даютъ такія составляющія по ON, которыя складываются въ одну, $T\sigma'\sigma/R_2$, приложенную опять въ точкѣ O. И такъ на элементъ $abcd$ дѣйствуетъ нормальная сила $T\sigma\sigma'(1/R_1 + 1/R_2)$; раздѣляя эту силу на площадь элемента, $\sigma\sigma'$, находимъ производимое ею давленіе

$$p = T\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{1}$$

Это давленіе называется *молекулярнымъ давленіемъ;* оно, понятно, обусловливается натяженіемъ поверхностнаго слоя.

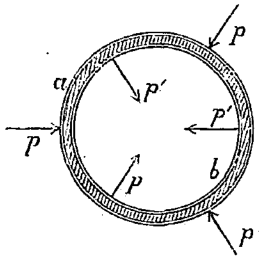
Обратная величина радіуса кривизны поверхности называется ея кривизною по данному сѣченію. Сумма кривизнъ по какимъ нибудь двумъ взаимно перпендикулярнымъ сѣченіямъ поверхности есть величина постоянная для даннаго мѣста поверхности, и называется кривизною самой поверхности въ этомъ мѣстѣ. Радіусъ круга есть въ то же время и радіусъ его кривизны; слѣдовательно кругъ радіуса R имѣетъ кривизны $= 1/R$; прямую можно разсматривать какъ кругъ безконечно большого радіуса, и потому кривизма прямой $= 0$. Кривизна плоскости $= 0$, ибо плоскость пересѣкается другими плоскостями по прямымъ. Шаръ пересѣкается нормальными плоскостями по большимъ кругамъ, радіусы которыхъ равны радіусу шара, R; поэтому кривизна шара $= 2/R$. Найдемъ еще кривизну боковой поверхности цилиндра радіуса R; сдѣлаемъ два нормальныхъ сѣченія: одно плоскостью, проходящею чрезъ ось цилиндра, другое — плоскостью перпендикулярною къ оси; первое сѣченіе есть прямая, кривизна которой $= 0$; второе есть кругъ радіуса R, и потому его кривизна $= 1/R$; понятно, что кривизна боковой поверхности нашего цилиндра тоже $= 1/R$.

Формула (1), найденная Лапласомъ и потому называемая *Лапласовскою формулою*, показываетъ, что *молекулярное давленіе равно* *поверхностному натяженію, умноженному на кривизну свободной поверхности жидкости.*

Радіусы кривизны тѣла, ограниченнаго выпуклою поверхностью, проводятся внутрь тѣла и считаются положительными; если же тѣло ограничено вогнутою поверхностью, то радіусы кривизны проводятся внѣ тѣла и считаются отрицательными. Сообразно съ этимъ и кривизна выпуклой поверхности считается положительною, а вогнутой—отрицательною. Такъ какъ поверхностное натяженіе существенно положительная величина, то *молекулярное давленіе одного знака съ кривизною поверхности.* Поэтому если свободная поверхность жидкости выпуклая, то поверхностный слой производитъ на нее положительное молекулярное давленіе, направленное внутрь жидкости; если же свободная поверхность вогнутая, то поверхностный слой производитъ отрицательное молекулярное давленіе, направленное внѣ жидкости.

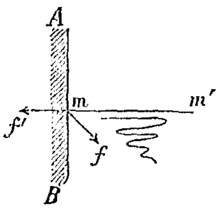
Изъ предыдущаго ясно, что при переходѣ изъ воздуха въ жидкость давленіе измѣняется скачкомъ, а именно: при переходѣ чрезъ выпуклую поверхность давленіе увеличивается скачкомъ, а при переходѣ чрезъ вогнутую поверхность оно уменьшается скачкомъ; наконецъ по обѣ стороны плоскаго поверхностнаго слоя давленія одинаковы.

§ 7. Молекулярное давленіе кривого поверхностнаго слоя легко обнаружить при помощи мыльнаго пузыря, который состоитъ изъ слоя жидкости, заключеннаго между двумя сферическими поверхностными оболочками a и b (фиг. 167); внѣшняя оболочка a, какъ выпуклая, давитъ на слой жидкости силами $p, p, \ldots$; а внутренняя b, какъ вогнутая, растягиваетъ этотъ слой силами $p', p', \ldots$; обѣ оболочки слѣдовательно сжимаютъ пузырь и давятъ на заключающійся внутри него воздухъ. Молекулярное давленіе поверхностныхъ слоевъ нашего пузыря будетъ слѣдовательно обнаружено, если мы обнаружимъ сжатіе заключеннаго въ немъ воздуха. Но для этого стоитъ только въ мыльный пузырь воткнуть одинъ конецъ стеклянной трубки: воздухъ, сжимаемый пузыремъ, будетъ изъ него выходить по трубкѣ, такъ что отклонитъ пламя свѣчи, приближенной къ другому концу трубки.

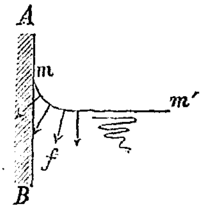


Фиг. 167.

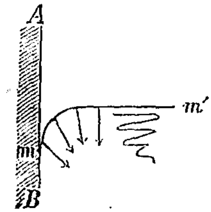
§ 8. Свободная поверхность жидкости горизонтальна только вдали отъ стѣнокъ сосуда; вблизи же твердыхъ стѣнокъ она искривляется; причину этого обстоятельства нетрудно понять: на частицы свободной поверхности жидкости, лежащія близъ стѣнки, дѣйствуютъ двѣ силы притяженія: f, направленная внутрь жидкости, и f', направленная внутрь стѣнки AB (фиг. 168); равнодѣйствующая ихъ можетъ быть направлена или къ стѣнкѣ, или къ жидкости, смотря по относительной величинѣ этихъ силъ. А такъ какъ свободная поверхность жидкости нормальна къ дѣйствующимъ на нее силамъ (X, § 2), то въ пер-



Фиг. 168.



Фиг. 169.



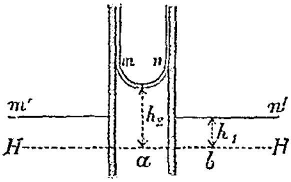
Фиг. 170.

вомъ случаѣ она дѣлается вогнутою (фиг. 169), а во второмъ — выпуклою (фиг. 170). Въ первомъ случаѣ жидкость, какъ говорятъ, *смачиваетъ* стѣнку, во второмъ—*не смачиваетъ* ея.

Если жидкость налить въ очень узкую, въ такъ называемую *капиллярную* трубку, то всѣ части ея свободной поверхности очень близки къ стѣнкамъ, и потому она нигдѣ не будетъ плоскою; эта поверхность искривляется и принимаетъ форму называемую *менискомъ*. Вода смачиваетъ стекло, а ртуть не смачиваетъ его; поэтому въ стеклянной капиллярной трубкѣ вода ограничивается вогнутымъ менискомъ, а ртуть — выпуклымъ.

§ 9. Опустимъ капиллярную трубочку въ смачивающую жидкость, напр. стеклянную трубочку въ воду, и затѣмъ нѣсколько приподнимемъ ее: вода, смочивши внутреннія стѣнки трубочки, прилипаетъ къ нимъ тонкимъ слоемъ; поверхностный слой сперва тянется вдоль стѣнокъ трубки, гдѣ имѣетъ цилиндрическую форму, затѣмъ переходитъ на менискъ, имѣющій (приблизительно) сферическую форму; такъ какъ эта сферическая поверхность непрерывно переходитъ въ цилиндрическую, то мы должны принять, что менискъ имѣетъ форму полусферы радіуса внутренняго канала трубки.

И такъ внутри капиллярной трубки жидкость ограничена вогнутымъ менискомъ mn (фиг. 171), а въ широкомъ сосудѣ — по крайней мѣрѣ вдали отъ стѣнокъ — горизонтальною плоскостью $m'n'$. Проведемъ внутри жидкости горизонтальную плоскость HH и по общему закону гидростатики (X, § 4) напишемъ, что давленія въ точкахъ a и b этой плоскости одинаковы. Если назовемъ h_1 и h_2 вертикальныя разстоянія точекъ a и b отъ свободныхъ поверхностей mn и $m'n'$ и p молекулярное давленіе вогнутаго мениска въ трубкѣ, то (отвлекаясь отъ внѣшняго давленія, которое всюду одинаково) можемъ написать:



Фиг. 171.

$$h_1 dg = h_2 dg - p, \tag{2}$$

гдѣ d плотность жидкости и g напряженіе силы тяжести. Отсюда ясно, что $h_2 > h_1$, т. е. *смачивающая трубку жидкость стоитъ въ ней выше, чѣмъ въ окружающемъ широкомъ сосудѣ;* иначе говоря, *смачивающая жидкость поднимается внутри капиллярной трубки.*

Если высоту поднятія жидкости въ капиллярной трубкѣ, т. е. $h_2 - h_1$, назовемъ чрезъ h и замѣтимъ, что молекулярное давленіе сферическаго мениска радіуса r будетъ (§ 6) $p = 2T/r$, то изъ предыдущей формулы находимъ

$$h = \frac{2T}{rdg}. \tag{3}$$

Это такъ называемая *формула Жюрена;* изъ нея видно, что *высота поднятія жидкости въ капиллярной трубкѣ обратно пропорціональна ея радіусу.*

Если измѣрить высоту поднятія жидкости въ капиллярной трубкѣ, то по предыдущей формулѣ можно очень точно найти поверхностное натяженіе жидкости.

Если капиллярную трубку опустить въ несмачивающую жидкость, напр. стеклянную трубку въ ртуть, то внутри трубки жидкость будетъ ограничена выпуклымъ менискомъ, обусловливающимъ положительное молекулярное давленіе, и потому формула (2) принимаетъ въ этомъ случаѣ видъ:

$$h_1 dg = h_2 dg + p, \tag{2'}$$

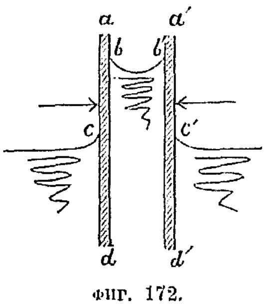
откуда заключаемъ, что $h_2 < h_1$, т. е. *несмачивающая трубку жидкость стоитъ въ ней ниже, чѣмъ въ окружающемъ широкомъ сосудѣ;* иначе говоря, *несмачивающая жидкость опускается внутри капиллярной трубки.*

Если жидкость налить въ сообщающіяся стеклянныя трубки различныхъ радіусовъ, то она становится въ трубкахъ на различныхъ уровняхъ: смачивающая становится выше въ узкой трубкѣ, чѣмъ въ широкой; несмачивающая — наоборотъ.

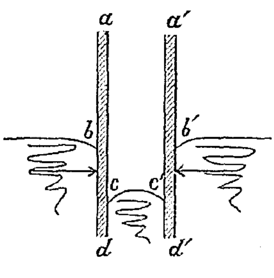
§ 10. Разсмотримъ теперь такъ называемыя *капиллярныя взаимодѣйствія.*

Если въ жидкость погрузить до половины двѣ параллельныя смачивающіяся или несмачивающіяся пластинки, то онѣ взаимно притягиваются; если же одна пластинка смачивается, а другая не смачивается, то онѣ взаимно отталкиваются.

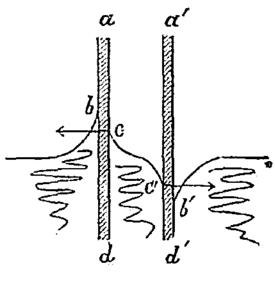
Пусть смачивающіяся пластинки ad и $a'd'$ (фиг. 172) погружены отчасти въ воду, которая между ними поднимается; мы уже знаемъ, что



Фиг. 172.



Фиг. 173.



Фиг. 174.

давленіе подъ вогнутымъ мепискомъ bb' меньше, чѣмъ въ воздухѣ надъ нимъ и надъ свободною поверхностью широкаго сосуда; слѣдовательно на bc и $b'c'$ давленіе изнутри меньше, чѣмъ снаружи, и потому наши пластинки сближаются.

Если въ жидкость погрузить нижнія половины двухъ несмачивающихся пластинокъ ad и $a'd'$ (фиг. 173), то жидкость между ними опустится и будетъ ограничена выпуклымъ менискомъ; въ жидкости подъ такимъ менискомъ давленіе больше, чѣмъ въ воздухѣ надъ нею; слѣдовательно на протяженіи bc и $b'c'$ давленіе на пластинки со стороны жидкости широкаго сосуда больше, чѣмъ со стороны воздуха между пластинками, и потому пластинки опять сближаются.

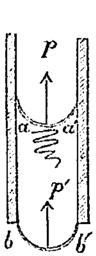
Если наконецъ въ жидкость погрузить нижнія половины смачивающейся пластинки ad (фиг. 174) и несмачивающейся $a'd'$, то около первой жидкость поднимется, а около второй опустится; между пластинками жидкость будетъ впрочемъ меньше подниматься и опускаться, чѣмъ снаружи; понятно, что на протяженіи bc давленіе воздуха, направленное влѣво, больше, чѣмъ давленіе жидкости, направленное вправо, а на протяженіи $b'c'$ давленіе жидкости, направленное вправо, больше, чѣмъ давленіе воздуха, направленное влѣво; вслѣдствіе этого пластинки наши удаляются другъ отъ друга.

Всѣмъ извѣстно, что если на поверхность воды бросить кусочки пробки, то они или сбиваются въ кучку или пристаютъ къ стѣнкамъ стекляннаго сосуда; дѣло въ томъ, что кусочки пробки смачиваются водою и между ними развиваются капиллярныя взаимодѣйствія, которыя ихъ и собираютъ вмѣстѣ; между смачивающимися пробкою и стекломъ тоже развиваются капиллярныя взаимодѣйствія, которыя прибиваютъ плавающія кусочки пробки къ стѣнкамъ сосуда.

Шарики изъ парафина не смачиваются водою; плавая на ея поверхности, они взаимно притягиваются, но отталкиваются отъ кусковъ пробки и отъ стѣнокъ сосуда.

§ 11. Разсмотримъ еще нѣкоторыя явленія, объясняемыя молекулярнымъ давленіемъ поверхностнаго слоя.

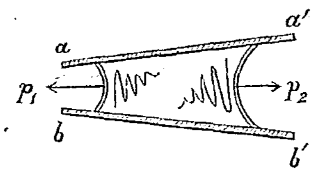
Если открытую съ обоихъ концовъ стеклянную трубку опустить въ воду и затѣмъ поднять, то вся вода выльется за исключеніемъ небольшого столбика у нижняго конца; этотъ столбикъ воды, ограниченный сверху вогнутымъ менискомъ aa' (фиг. 175), а снизу выпуклымъ bb', остается въ трубкѣ, поддерживаемый двумя силами: растяженіемъ p верхней вогнутой поверхностной оболочки и давленіемъ p' нижней выпуклой; эти двѣ силы, направленныя обѣ вверхъ, уравновѣшиваютъ вѣсъ жидкаго столбика.



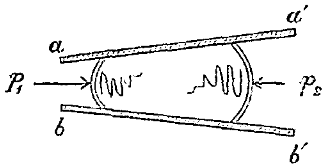
Фиг. 175.

Если же къ нижнему концу нашей трубки поднести чашку съ эфиромъ, то столбикъ воды отчасти выливается: дѣло въ томъ, что пары эфира поглощаются водою, и вслѣдствіе того ея поверхностное натяженіе уменьшается; вмѣстѣ съ тѣмъ уменьшается молекулярное давленіе нижняго мениска.

Если капля жидкости помѣщена въ коническую трубочку $aa'bb'$ (фиг. 176 и 177), то она движется къ узкому концу, если смачиваетъ стѣнки, и къ широкому концу, если не смачиваетъ стѣнокъ. Капля съ обоихъ концовъ ограничивается менисками; на сторонѣ узкаго конца трубки менискъ всегда бываетъ бóльшей кривизны; въ случаѣ воды эти мениски вогнутые и обусловливаютъ молекулярныя растяженія, p_1 и p_2; оболочка съ бóльшею кривизною производитъ и бóльшее растяженіе, $p_1 > p_2$ (фиг. 176); капля, двигаясь по направленію большей силы p_1, приближается къ узкому концу трубки; въ случаѣ ртути мениски выпуклые и поверхностныя оболочки производятъ молекулярныя давленія; оболочка большей кривизны производитъ бóльшее давленіе, $p_1 > p_2$ (фиг. 177); капля ртути, двигаясь по направленію большей силы p_1, удаляется отъ узкаго конца трубки.

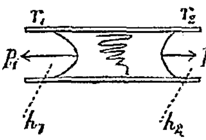


Фиг. 176.



Фиг. 177.

Положимъ, что въ горизонтальной цилиндрической трубочкѣ помѣщается столбикъ смачивающей жидкости; если по одну сторону капли давленіе въ трубочкѣ, h_1 (фиг. 178), сдѣлано нѣсколько больше, чѣмъ давленіе h_2 по другую ея сторону, то, вслѣдствіе тренія жидкости о стѣнки и удобоподвижности ея частицъ, капля прежде, чѣмъ передвинуться, измѣняетъ форму своихъ менисковъ: со стороны бóльшаго давленія кривизна мениска увеличивается, а съ противоположной стороны—уменьшается. Молекулярныя давленія вогнутыхъ менисковъ отрицательны и пропорціональны ихъ кривизнамъ; поэтому равнодѣйствующая этихъ молекулярныхъ растяженій направлена противъ внѣшней силы, которой капля и сопротивляется. Положимъ, что радіусъ кривизны мениска со стороны бóльшаго давленія r_1, а со стороны меньшаго давленія r_2; полное давленіе на столбикъ слѣва будетъ $h_1 - 2T/r_1$, а справа $h_2 - 2T/r_2$; столбикъ

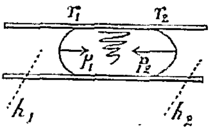


Фиг. 178.

жидкости, измѣнивъ форму своихъ менисковъ, можетъ остаться неподвижнымъ, если

$$h_1 - \frac{2T}{r_1} = h_2 - \frac{2T}{r_2}. \tag{4}$$

Подобнымъ же образомъ сопротивляется давленію и капля несмачивающей жидкости (фиг. 179); только въ этомъ случаѣ молекулярныя давленія, $2T/r_1$ и $2T/r_2$, положительны, и условіе равновѣсія состоитъ въ томъ, чтобы

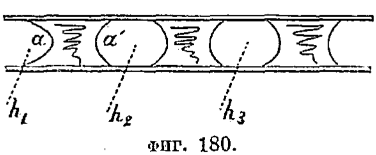


Фиг. 179.

$$h_1 + \frac{2T}{r_1} = h_2 + \frac{2T}{r_2}.$$

Ртутный столбъ въ барометрѣ оканчивается выпуклымъ менискомъ; если атмосферное давленіе увеличивается, ртуть въ барометрѣ поднимается, но вслѣдствіе тренія ея о стѣнки менискъ становится болѣе выпуклымъ и оказываетъ нѣкоторое сопротивленіе поднятію ртути; если атмосферное давленіе уменьшается, ртуть въ барометрѣ опускается и въ то же время менискъ становится площе, что опять мѣшаетъ ртути опускаться; поэтому-то передъ отсчитываніемъ барометра ему сообщаютъ легкій толчокъ, который помогаетъ ртутному столбу преодолѣть сопротивленіе мениска.

Представимъ себѣ теперь, что въ узкую трубку налита жидкость, разбитая на столбики цѣлымъ рядомъ воздушныхъ пузырьковъ. Если съ одного конца трубки увеличить давленіе, то первый столбикъ немного смѣщается, второй меньше, а послѣдніе могутъ остаться вовсе неподвижными. Такимъ образомъ рядъ жидкихъ капель, раздѣленныхъ пузырьками воздуха, не передаетъ давленія. Это обстоятельство нетрудно объяснить. Положимъ, что капли ограничены вогнутыми менисками, и разсмотримъ первую изъ нихъ aa' (фиг. 180); увеличимъ давленіе со стороны a; тогда кривизна мениска a увеличится, кривизна же мениска a' уменьшится; если молекулярныя давленія этихъ менисковъ назовемъ p_1 и p_1' и упругости воздуха по обѣимъ сторонамъ капли h_1 и h_2, то по уравненію (4)



Фиг. 180.

$$h_2 = h_1 - (p_1 - p_1') = h_1 - k_1.$$

Подобнымъ же образомъ во второмъ пузырькѣ упругость воздуха будетъ

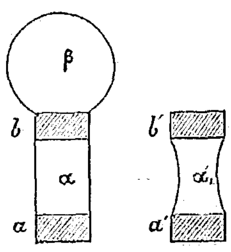
$$h_3 = h_2 - k_2 = h_1 - (k_1 + k_2)$$

и т. д. Отсюда видно, что чѣмъ пузырекъ дальше отъ конца трубки, въ которомъ сжимается воздухъ, тѣмъ меньше увеличивается его упругость, такъ что, начиная съ нѣкотораго жидкаго столбика, всѣ дальнѣйшіе остаются неподвижными.

Извѣстно, что нѣсколько пузырьковъ воздуха, попавшихъ въ кровь животныхъ, вызываютъ его смерть; дѣло въ томъ, что тогда въ капиллярныхъ кровяныхъ сосудахъ кровь разбивается на отдѣльныя капли, представляющія такое значительное сопротивленіе, которое не можетъ преодолѣть мускульная сила сердца, и кровообращеніе останавливается.

§ 12. Поверхностный слой, облекающій жидкость, или жидкая пластинка, заключающая внутри себя воздухъ, производятъ всюду одинакое давленіе или растяженіе, уравновѣшиваемое упругостью внутренней жидкости или внутренняго воздуха. Иначе, понятно, поверхностный слой или жидкая пластинка имѣютъ неустойчивую форму.

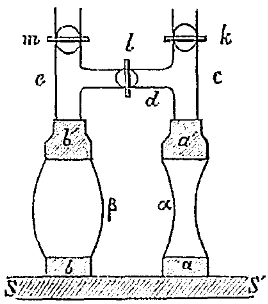
Представимъ себѣ, что между трубкою съ дномъ a (фиг. 181) и кольцомъ b образована изъ мыльной воды цилиндрическая пластинка α и кромѣ того на кольцѣ b — сферическая пластинка β. Раздвинемъ кольца a и b такъ, чтобы цилиндръ α былъ прямой; пусть при этомъ сферическая пластинка имѣетъ радіусъ R, а цилиндрическая r; кривизны ихъ, а слѣдовательно и давленія на заключающійся въ нихъ воздухъ будутъ (§ 6) $2/R$ и $1/r$; но давленія эти одинаковы и потому $2/R = 1/r$.



Фиг. 181.

Устранимъ теперь пузырь β и оставимъ одну только цилиндрическую пластинку α между кольцами a и b; пластинка должна послѣ этого принять такую форму, чтобы не производить никакого давленія на внутренній воздухъ, сообщающійся съ внѣшнимъ пространствомъ; и дѣйствительно цилиндрическая пластинка суживается по серединѣ такъ, что въ сѣченіи перпендикулярномъ къ оси ея кривизна ρ, а въ сѣченіи плоскостью, проходящею чрезъ ось, кривизна $-\rho$; слѣдовательно кривизна пластинки, а потому и ея давленіе всюду $= 0$.

Цилиндрическія пластинки обладаютъ еще одною особенностью. Образуемъ двѣ цилиндрическія пластинки α и β (фиг. 182) между кольцами a и b, прикрѣпленными къ горизонтальной доскѣ SS', и кольцами a' и b', которыми оканчивается двойная трубка cde, снабженная тремя кранами k, l и m. Пусть длина нашихъ цилиндровъ не превышаетъ полтора діаметра ихъ; закроемъ кранъ l и вытянемъ немного воздуха чрезъ трубку c, такъ чтобы стѣнки цилиндра α нѣсколько вдавились внутрь, послѣ чего закроемъ кранъ k; затѣмъ чрезъ трубку e вдуемъ немного воздуха и такимъ образомъ выдавимъ наружу стѣнки цилиндра β, послѣ чего закроемъ кранъ m. Если теперь открыть кранъ l, то мы увидимъ, что оба цилиндра выпрямляются: слѣдовательно расширенный цилиндръ β давилъ на заключенный въ немъ воздухъ, а суженный α — растягивалъ содержащійся въ немъ воздухъ; иначе говоря, въ деформированныхъ короткихъ цилиндрическихъ пластинкахъ развиваются силы, противящіяся этимъ деформаціямъ; слѣдовательно форма нашихъ цилиндровъ устойчива.



Фиг. 182.

Но раздвинемъ кольца и образуемъ между ними цилиндрическія пластинки, длина которыхъ превышала бы ихъ діаметръ болѣе, чѣмъ въ полтора раза; повторивъ описанный выше опытъ, мы замѣтимъ, что, когда кранъ l открывается, суженный по серединѣ цилиндръ α еще болѣе суживается, а расширенный по серединѣ цилиндръ β еще болѣе раздувается, при чемъ воздухъ изъ α переходитъ въ β, пока первая пластинка не лопнетъ. Отсюда заключаемъ, что цилиндрическая пластинка неустойчива, если длина ея превышаетъ діаметръ болѣе, чѣмъ въ полтора раза: малѣйшая деформація этихъ цилиндрическихъ пластинокъ развиваетъ въ нихъ такія силы, которыя стремятся деформировать ихъ далѣе въ томъ же направленіи.

Вообразимъ себѣ теперь цилиндрическую жидкую пластинку или столбъ жидкости, длина которыхъ была бы въ три раза больше ихъ діаметра; такая пластинка и такой столбъ неустойчивы: при малѣйшей деформаціи одна половина цилиндра суживается, другая расширяется, при чемъ въ первой половинѣ поверхностный слой давитъ, а во второй растягиваетъ, что вызываетъ дальнѣйшее измѣненіе формы.

Такъ если тонкую стеклянную палочку окупуть въ смачивающую жидкость, то покрывающій ее цилиндрическій слой жидкости тотчасъ же разбивается на отдѣльныя капли, которыя унизывають палочку.

Указанными свойствами цилиндрической оболочки объясняется строеніе струи жидкости. Струя вблизи отверстія, изъ котораго истекаетъ жидкость, представляется спокойною, ровною и прозрачною; нѣсколько дальше она дѣлается непокойною, неровною и менѣе прозрачною. Саваръ изслѣдовалъ подробно строеніе струи; онъ доказалъ, что нижняя часть струи прерывна, что она здѣсь состоитъ изъ отдѣльныхъ капель, расположенныхъ вертикально одна подъ другой и раздѣленныхъ большими промежутками. Простой способъ обнаружить такое строеніе струи состоитъ въ томъ, что струю пересѣкаютъ быстро движущимся горизонтальнымъ картономъ: верхняя часть струи оставляетъ на такомъ картонѣ непрерывный слѣдъ, а нижняя — оставляетъ слѣдъ, состоящій изъ отдѣльныхъ мокрыхъ пятенъ. Струю можно изслѣдовать стробоскопически; для этого струю въ темной комнатѣ освѣщаютъ періодически; если освѣщеніе повторяется чрезъ такіе промежутки времени, въ теченіе которыхъ одна падающая капля занимаетъ мѣсто предыдущей, то мы увидимъ струю, состоящую изъ отдѣльныхъ и неподвижныхъ капель. Нетрудно понять въ общихъ чертахъ происхожденіе такого строенія струи: струя заключена въ длинную цилиндрическую поверхностную оболочку, которая неустойчива; поэтому въ нѣкоторомъ разстояніи отъ отверстія струя разбивается на рядъ отдѣльныхъ капель.

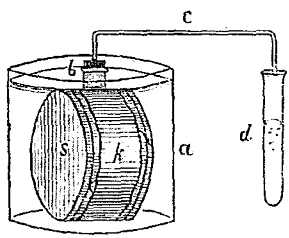
§ 13. Разсмотримъ еще одно молекулярное явленіе въ жидкостяхъ, именно *диффузію жидкостей*.

Возьмемъ растворъ соли, напр. мѣднаго купороса, и осторожно нальемъ на него воды такъ, чтобы жидкости непосредственно соприкасались. Раздѣльная поверхность будетъ рѣзкою только первое время, затѣмъ она размывается, и наконецъ жидкости смѣшиваются; очевидно, что частицы верхней жидкости проникаютъ въ нижнюю и наоборотъ; изъ этого слѣдуетъ заключить, что частицы жидкости вообще находятся въ непрерывныхъ движеніяхъ. Описанное явленіе называется *свободною диффузіею жидкостей;* оно было открыто Пристлеемъ и изучено Грегэмомъ и Фикомъ; послѣдній нашелъ, что распространеніе жидкостей диффузіей подчиняется тѣмъ же законамъ, какъ и распространеніе тепла проводимостью или электрическаго тока.

Если смѣшивающіяся жидкости раздѣлены скважистою перегородкою (стѣнкою изъ слабо-обожженной глины, пузыремъ, растительнымъ пергаментомъ и т. п.), то диффузія все таки происходитъ; она называется тогда *несвободною диффузіею* или *диффузіею чрезъ перегородку;* только здѣсь одна жидкость проникаетъ или диффундируетъ чрезъ перегородку быстрѣе другой.

Явленіе несвободной диффузіи было открыто Нолле въ 1748 г.; бутылочка со спиртомъ, затянутая пузыремъ, въ предупрежденіе отъ испаренія спирта, была погружена въ воду; чрезъ нѣкоторое время пузырь надулся, и въ бутылочкѣ прибавилось жидкости.

Для демонстрированія явленія возьмемъ широкій цилиндръ k (фиг. 183), открытый съ обоихъ основаній, которыя затянемъ пузырями s; затѣмъ наполнимъ весь этотъ сосудъ крѣпкимъ растворомъ Глауберовой соли и въ горло b вставимъ пробку съ проходящею чрезъ нее трубочкою c; если сосудъ k погрузить въ стаканъ a съ водою, изъ трубочки c жидкость выливается по каплямъ; въ пробиркѣ d, куда собираются эти капли, столбъ жидкости мало-по-малу поднимается. Вода слѣдовательно диффундируетъ быстрѣе чрезъ пузырь, чѣмъ растворъ Глауберовой соли.



Фиг. 183.

По отношенію къ разсматриваемому явленію всѣ тѣла можно раздѣлить на два класса: *кристаллоиды* (какъ напр. соли) и *коллоиды* (какъ клей); растворы первыхъ гораздо быстрѣе проходятъ чрезъ перегородку, чѣмъ вторыхъ. Если имѣемъ смѣсь кристаллоида съ коллоидомъ, то, заставляя такую смѣсь диффундировать чрезъ перегородку, можемъ ее освободить отъ перваго; такое раздѣленіе смѣси называется *діализомъ.*

Замѣтимъ еще, что несвободную диффузію называютъ иногда *осмосомъ;* диффузію чрезъ перегородку внутрь сосуда называютъ *эндосмосомъ,* а диффузію наружу — *экзосмосомъ.*

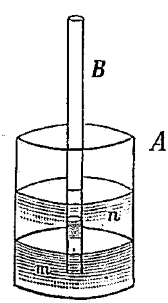
ГЛАВА XII.

Свойства газовъ.

§ 1. Газы подобно жидкостямъ отличаются удобоподвижностью своихъ частицъ и обладаютъ также совершенною упругостью; но въ противоположность этимъ послѣднимъ очень легко измѣняютъ свой объемъ; сцѣпленія между частицами газовъ, повидимому, вовсе не существуетъ: газы могутъ безпредѣльно расширяться, и данная масса газа можетъ занять какой угодно объемъ, распространяясь въ немъ равномѣрно; поэтому газы сохраняются всегда въ закрытыхъ сосудахъ.

Изученіе газовъ шло гораздо медленнѣе изученія твердыхъ и жидкихъ тѣлъ; въ большинствѣ случаевъ безцвѣтные, безъ запаха и малой плотности, они трудно доступны осязанію; поэтому неудивительно, что воздухъ долгое время не считали матеріальнымъ тѣломъ, а существованіе другихъ газовъ и не подозрѣвали. Первыя попытки доказать матеріальность воздуха привели къ отрицательному результату, но это оттого, что форма опыта была выбрана неудачною: бычачій пузырь пустой (сжатый) или наполненный воздухомъ (раздутый) оказался одного вѣса. Иной впрочемъ результатъ даетъ подобный же опытъ со стеклянньмъ баллономъ; баллонъ, изъ котораго воздухъ предварительно удаленъ, уравновѣшивается на вѣсахъ; затѣмъ въ баллонъ впускаютъ воздухъ, послѣ чего баллонъ становится тяжеле; это доказываетъ, что *воздухъ имѣетъ вѣсъ*.

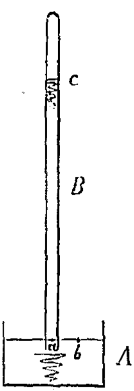
§ 2. Тяжесть воздуха и удобоподвижность его частицъ обусловливаютъ давленіе, которое онъ производитъ на предметы въ немъ находящіеся. Это давленіе обнаруживается барометромъ; чтобы уяснить себѣ принципъ, на которомъ устроенъ барометръ, сдѣлаемъ сперва слѣдующій опытъ съ жидкостью.



Фиг. 184.

Нальемъ нѣсколько ртути m въ стаканъ A (фиг. 184) и опустимъ въ нее нижній конецъ открытой трубки B; тогда въ сосудѣ A и въ трубкѣ B ртуть будетъ на одномъ уровнѣ; если же станемъ наливать воду n въ стаканъ A, то ртуть въ трубкѣ подымется, ибо вода производитъ давленіе на ртуть и вгоняетъ ее въ трубку до тѣхъ поръ, пока вода въ сосудѣ A и ртуть въ трубкѣ B не произведутъ одинакія давленія на какую нибудь горизонтальную плоскость внутри жидкостей, напр. на плоскость, отдѣляющую ртуть отъ воды. Описанный опытъ обнаруживаетъ давленіе на ртуть той воды, которая налита на нее; совершенно аналогичнымъ образомъ можно обнаружить давленіе воздуха, помѣщающагося надъ ртутью; для этого возьмемъ опять сосудъ A со ртутью и опустимъ въ нее открытую съ обоихъ концовъ трубку B; если удалить воздухъ изъ этой трубки (при помощи воздушнаго насоса, соединеннаго съ верхнимъ концомъ ея), то въ нее поднимается ртуть. Въ предыдущемъ опытѣ вода давила на поверхность ртути и вгоняла ее въ пустую, т. е. въ ненаполненную водою трубку; въ теперешнемъ опытѣ воздухъ давитъ на ртуть и вгоняетъ ее въ пустую трубку, изъ которой удаленъ воздухъ.

Еванджелиста Торричелли (1608 — 1647) первый пришелъ къ тому заключенію, что атмосфера должна производить давленіе на окружаемыя ею тѣла; по его мысли Вивіани въ 1643 г. произвелъ слѣдующій знаменитый въ исторіи науки опытъ: поставивъ вертикально длинную стеклянную трубку B (фиг. 185) съ закрытымъ нижнимъ концомъ, наполнилъ ее всю ртутью; затѣмъ, зажавъ пальцемъ верхній открытый конецъ трубки, опрокинулъ ее и погрузилъ этотъ конецъ въ чашку A со ртутью; когда палецъ былъ отнятъ, ртуть въ трубкѣ опускалась и останавливалась на высотѣ около 76 cm., считая отъ уровня въ чашкѣ. Надъ ртутью въ трубкѣ оказалась пустота: наклоняя трубку, можно было довести ртуть до самаго ея конца. Описанный приборъ Торричелли назвалъ *барометромъ* — измѣрителемъ тяжести воздуха.



Фиг. 185.

Открытіе Торричелли имѣло огромное историческое значеніе, опровергнувъ схоластическое положеніе „horror vacui“ Аристотеля, недопускавшаго возможности пустоты въ природѣ.

Справедливость объясненія причины поднятія ртути въ барометрѣ видна еще изъ слѣдующаго опыта: если барометръ помѣстить въ замкнутое пространство, изъ котораго *выкачать воздухъ*, то ртуть въ трубкѣ B опускается до одного уровня со ртутью въ чашкѣ A.

Разсмотримъ давленія въ точкахъ a и b (фиг. 185) горизонтальной плоскости, совпадающей съ свободною поверхностью ртути въ чашкѣ: давленіе въ точкѣ a равно вѣсу столба ртути въ одинъ □ cm. основанія и высотою ac ($=h$); давленіе P въ точкѣ b равно вѣсу столба воздуха въ одинъ □ cm. основанія и высотою равной толщинѣ атмосферы; эти давленія равны между собою:

$$P = hdg = 76 \, . \, 13{,}6 \, . \, g. \tag{1}$$

Высота ртути въ барометрѣ не зависитъ, понятно, ни отъ формы, ни отъ размѣровъ трубки; если послѣднюю наклонить, то высота ртутнаго столба (считаемая по вертикали) не измѣняется.

Если взять жидкость плотности d', то она, понятно, поднимается въ барометрѣ на высоту h', опредѣляемую формулою

$$P = h'd'g; \tag{2}$$

сравнивая эту формулу съ (1), находимъ $h' = 76 \, . \, 13{,}6 \, . \, d'$; такъ вода, плотность которой $= 1$, поднимается въ 13,6 разъ выше, чѣмъ ртуть или на $76^{cm} . 13{,}6 = 10^{m}{,}3$.

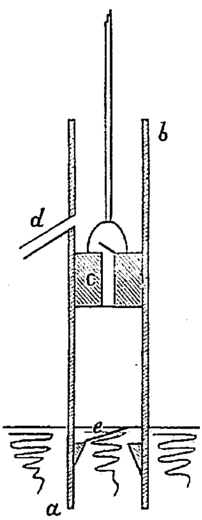
§ 3. Слѣдствія изъ открытія Торричелли были развиты многочисленными и разнообразными опытами Паскаля, долженствовавшими доказать, что Торричелліева пустота „не наполнена ни однимъ изъ извѣстныхъ веществъ природы, подлежащихъ нашимъ чувствамъ". Самый извѣстный изъ опытовъ Паскаля сдѣланъ въ 1648 г. и описанъ въ его Récit de la Grande Expérience de l'Equilibre des Liqueurs, 1648. Если вѣсъ атмосферы есть причина поднятія ртути въ барометрѣ, то съ уменьшеніемъ этого вѣса должна уменьшиться и высота ртутнаго столба въ барометрѣ; при подъемѣ на гору вѣсъ атмосферы долженъ уменьшаться, ибо часть воздуха остается внизу; поэтому ртуть въ барометрѣ должна быть ниже, когда онъ внесенъ на вершину горы, чѣмъ когда онъ находится у ея подошвы. Руководясь такими соображеніями, Паскаль въ концѣ 1647 года поручилъ своему родственнику Перье, жившему въ Клермонѣ, подняться на Пью-де-Домъ и посмотрѣть, не понизится ли при этомъ столбъ ртути въ барометрѣ. Перье сдѣлалъ опытъ: на горѣ (около 500 туазовъ высоты) ртутный столбъ оказался на 3 дюйма короче, чѣмъ внизу. Такой результатъ давалъ надежду замѣтить измѣненіе ртутнаго столба въ барометрѣ и при меньшемъ поднятіи; Паскаль произвелъ самъ опытъ въ Парижѣ, на колокольнѣ St. Jacques de la Boucherie (гдѣ въ память этого поставлена статуя Паскалю): барометръ вверху (24 — 25 туазовъ) стоялъ на 2 линіи ниже, чѣмъ внизу.

Замѣтимъ, что вслѣдствіе измѣнчивости состоянія атмосферы давленіе ея непостоянно, и потому высота ртути въ барометрѣ, остающемся на одномъ мѣстѣ, непрерывно измѣняется; она впрочемъ колеблется въ небольшихъ предѣлахъ; высоту ртутнаго столба барометра въ 76 cm. считаютъ нормальною, а соотвѣтствующее давленіе — за единицу, которую называютъ *давленіемъ одной атмосферы* и обозначаютъ „atm.".

По (1) видно, что 1 atm. $= 76 \,.\, 13{,}6 \,.\, 981\, \mathrm{Dn}/\mathrm{cm.}^2$ или приблизительно $10^6\, \mathrm{Dn}/\mathrm{cm.}^2$

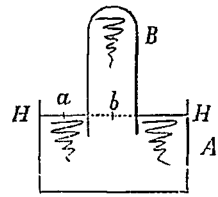
§ 4. Опишемъ теперь нѣкоторые приборы, дѣйствіе которыхъ обусловливается давленіемъ воздуха.

Еще въ древности устраивались *насосы*, дѣйствіе которыхъ основывается на томъ же принципѣ, по которому ртуть поднимается въ барометрѣ. Насосъ состоитъ изъ вертикальной трубы ab (фиг. 186) съ поршнемъ c и съ боковою трубкою d; въ e имѣется клапанъ, запирающій трубу ab и открывающійся только вверхъ; въ поршнѣ c имѣется продольный каналъ съ клапаномъ, который открывается тоже только вверхъ. При помощи насоса можно поднимать на нѣкоторую высоту воду, въ которую погружаютъ нижній конецъ трубы ab; поршень опускаютъ возможно низко и затѣмъ поднимаютъ; подъ поднимающимся поршнемъ воздухъ расширяется и разрѣжается; внѣшняя атмосфера своимъ давленіемъ заставляетъ воду подниматься вслѣдъ за поршнемъ; когда же поршень станетъ опускаться, клапанъ e закроется давленіемъ находящейся надъ нимъ воды, которая будетъ проходить чрезъ каналъ въ поршнѣ и выливаться чрезъ трубку d. Понятно, что вода за поршнемъ въ насосѣ не будетъ слѣдовать выше $10^m{,}3$; это обстоятельство и послужило поводомъ къ знаменитому опыту Торричелли.



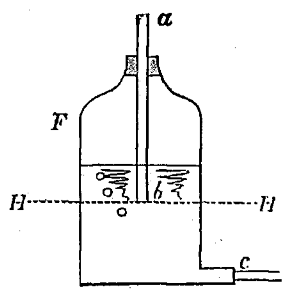
Фиг. 186.

Если пробирку B (фиг. 187), наполненную водою, закрыть рукою, опрокинуть и опустить въ сосудъ A съ водою, то вода изъ пробирки не выливается; такой приборъ называется *пневматическою ванною* и служитъ для собиранія газовъ (въ пробиркѣ B). Замѣтимъ, что давленіе на точки горизонтальной плоскости HH должно быть всюду одинаково; но въ точкѣ a давленіе обусловливается внѣшнею атмосферою, которая уравновѣшиваетъ столбъ воды въ $10^m,3$ (§ 2); надъ точкою же b помѣщается лишь небольшой столбъ воды; можно подумать, что послѣдній производитъ меньшее давленіе въ точкѣ b, чѣмъ внѣшняя атмосфера въ точкѣ a, и что равновѣсіе въ данномъ случаѣ не подчиняется основному закону, на который мы указали; но дѣло въ томъ, что теперь вода въ пробиркѣ нѣсколько сжата и производитъ давленіе не только своимъ вѣсомъ, но и силою своей упругости: обѣ эти силы производятъ въ точкѣ b какъ разъ такое же давленіе, какъ внѣшняя атмосфера въ точкѣ a.



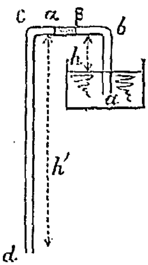
Фиг. 187.

Если въ боковой стѣнкѣ сосуда сдѣлать отверстіе, то скорость истеченія жидкости уменьшается по мѣрѣ пониженія уровня жидкости; если же сосудъ закрытъ пробкою, чрезъ которую пропущена открытая съ обоихъ концовъ трубка ab (фиг. 188), то жидкость будетъ истекать съ постоянною скоростью. Ибо, какъ только начнется истеченіе, воздухъ въ трубкѣ ab опускается до ея нижняго конца b и давленіе на горизонтальную плоскость HH, проходящую чрезъ нижній конецъ b трубки, всюду одинаково: въ трубкѣ ab оно обусловливается внѣшнею атмосферою, внутри сосуда F оно складывается изъ вѣса жидкости, стоящей надъ HH, и упругости разрѣженнаго воздуха надъ свободною поверхностью жидкости; по мѣрѣ истеченія жидкости высота ея надъ HH уменьшается и упругость воздуха въ сосудѣ тоже уменьшается; вслѣдствіе этого внѣшній воздухъ по трубкѣ ab и по жидкости (въ видѣ пузырей) входитъ въ сосудъ такъ, чтобы давленіе на HH было всюду одинаково. Послѣ этого понятно, что давленіе во все время истеченія постоянно и обусловливается разстояніемъ трубки c отъ горизонтальной плоскости HH. Описанный приборъ называется *Маріоттовымъ сосудомъ* и употребляется когда нужно, чтобы жидкость вытекала изъ сосуда подъ постояннымъ давленіемъ.



Фиг. 188.

Сифономъ называется два раза согнутая трубка $abcd$ (фиг. 189), короткое колѣно которой опущено въ сосудъ съ жидкостью; если эту трубку наполнить жидкостью, то послѣдняя вся выливается изъ сосуда чрезъ сифонъ. Объяснить это явленіе нетрудно; разсмотримъ столбикъ $\alpha\beta$ жидкости въ сифонѣ, находящійся въ вертикальныхъ разстояніяхъ h и h' отъ уровня жидкости въ сосудѣ и отъ нижняго конца лѣвой трубки; нашъ столбикъ испытываетъ различныя давленія съ разныхъ сторонъ: на конецъ β производится справа атмосферическое давленіе H, уменьшенное давленіемъ столба жидкости праваго колѣна; это послѣднее давленіе пропорціонально высотѣ h столба; пусть оно $= kh$; тогда искомое давленіе будетъ $H - kh$; точно также на лѣвый конецъ α нашего столбика производится давленіе $H - kh'$; такъ какъ $h' > h$, то $H - kh > H - kh'$ и потому столбикъ $\alpha\beta$ долженъ перемѣщаться справа налѣво, и жидкость сосуда вытекаетъ чрезъ сифонъ



Фиг. 189.

§ 5. Барометръ можетъ служить для измѣренія высоты горъ; выведемъ такъ называемую *барометрическую формулу*.

Если бы воздухъ атмосферы не измѣнялъ своей плотности съ высотою и всюду имѣлъ такую плотность, какъ у поверхности земли (0,001293), то нормальная высота ртути въ барометрѣ (76 cm.) уравновѣшивалась бы столбомъ воздуха высотою H, которая опредѣляется изъ уравненія

$$H . 0{,}001293 = 76 . 13{,}59$$

откуда $H = 799000$ cm.

Положимъ, что на вершинѣ горы (очень далеко отъ верхняго предѣла атмосферы), высоту h которой хотимъ измѣрить, ртутный столбъ въ барометрѣ имѣетъ длину p. Тогда надъ барометромъ лежитъ слой воздуха толщиною H (въ дѣйствительности нѣсколько меньшій); будемъ послѣдовательно опускать барометръ на милліонную часть лежащаго надъ нимъ слоя воздуха (т. е. каждый разъ приблизительно на $H/1000000$); тогда давленіе на него послѣ каждаго пониженія будетъ въ 1,000001 разъ больше предыдущаго; такъ послѣ перваго пониженія давленіе будетъ $p_1 = 1{,}000001\,p$, послѣ второго $p_2 = 1{,}000001\,p_1 = (1{,}000001)^2 p$

и т. д. Положимъ, что послѣ n подобныхъ пониженій мы достигаемъ подошвы горы, гдѣ давленіе p_n можно представить такъ:

$$p_n = (1{,}000001)^n p.$$

Всю высоту, на которую мы опустили барометръ, т. е. высоту горы можно выразить слѣдующимъ образомъ:

$$h = n \frac{H}{1000000}.$$

Если первое изъ этихъ уравненій прологариѳмировать,

$$\operatorname{Log} p_n = \operatorname{Log} p + n \operatorname{Log}(1{,}000001);$$

опредѣлить отсюда n и подставить во второе, то

$$h = \frac{H}{1000000} \frac{\operatorname{Log} p_n - \operatorname{Log} p}{\operatorname{Log}(1{,}000001)};$$

но $\operatorname{Log} 1{,}000001 = 0{,}0000004343$; слѣдовательно подставляя значеніе H, которое было выше найдено, получимъ:

$$h = \frac{799000}{0{,}4343} \operatorname{Log}\left(\frac{p_n}{p}\right) = 18400 \operatorname{Log}\left(\frac{p_n}{p}\right). \qquad (3)$$

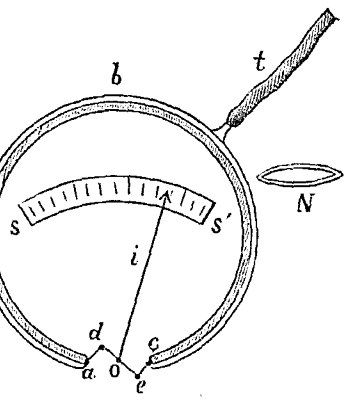
Это и есть барометрическая формула, опредѣляющая въ метрахъ высоту горы по показаніямъ барометра на вершинѣ и при подошвѣ горы.

Мы вывели формулу въ предположеніи, что воздухъ имѣетъ температуру 0°; если же онъ нагрѣтъ до t°, то его плотность будетъ $0{,}001293/(1 + \alpha t)$, гдѣ α — термическій коэффиціентъ объема воздуха ($= 0{,}00366$), и потому

$$h = 18400(1 + \alpha t) \operatorname{Log}\left(\frac{p_n}{p}\right) \qquad (3')$$

§ 6. Кромѣ ртутныхъ барометровъ, описанныхъ выше, употребляютъ иногда *металлическіе барометры;* эти послѣдніе бываютъ различной конструкціи; опишемъ металлическій барометръ Бурдона; онъ состоитъ изъ латунной трубки abc (фиг. 190), согнутой кольцомъ и имѣющей въ поперечномъ сѣченіи форму, представленную сбоку въ N;

изъ трубки воздухъ удаленъ; концы трубки соединены между собою рычагами ad, ce и de, удобоподвижными около точекъ a, d, c и e; къ



Фиг. 190.

среднему рычагу придѣлывается стрѣлка i. Съ измѣненіемъ давленія внѣшняго воздуха кривизна кольца измѣняется, и его концы сближаются или удаляются, а стрѣлка i вращается вмѣстѣ съ рычагомъ de, причемъ верхній ея конецъ перемѣщается вдоль линейки ss', раздѣленной на равныя части. Передъ употребленіемъ металлическаго барометра его надо градуировать, т. е. опредѣлить—сравненіемъ съ ртутнымъ барометромъ — значенія различныхъ дѣленій шкалы ss'; для этого оба барометра — металлическій и ртутный — помѣщаютъ въ стеклянный со всѣхъ сторонъ закрытый резервуаръ, въ которомъ воздухъ сгущаютъ и разрѣжаютъ; вмѣстѣ съ тѣмъ замѣчаютъ дѣленіе шкалы ss', противъ которой останавливается стрѣлка i, когда ртутный барометръ показываетъ 74, 75, 76, 77^{cm}, ...

Свойство согнутой латунной трубки измѣнять свою кривизну съ измѣненіемъ давленія окружающаго воздуха легко демонстрировать при помощи модели металлическаго барометра, отличающейся отъ вышеописаннаго прибора лишь тѣмъ, что трубка abc наполнена воздухомъ, который можно по произволу разрѣжать или сгущать, вдувая или вытягивая воздухъ по каучуку t: при вдуваніи воздуха внутрь трубки (что равносильно тому, что—при неизмѣнномъ состояніи внутренняго воздуха—наружный уменьшаетъ свое давленіе), ея концы a и c расходятся, и указатель i отклоняется влѣво; при вытягиваніи же воздуха изъ трубки (что равносильно тому, что — при неизмѣнномъ состояніи внутренняго воздуха — наружный увеличиваетъ свое давленіе), ея концы сближаются, и указатель перемѣщается вправо.

§ 7. Къ газамъ примѣняется законъ Архимеда (X, § 9), такъ что *тѣло, погруженное въ газъ, теряетъ столько въ своемъ вѣсѣ, сколько вѣситъ вытѣсняемый имъ газъ.*

Для доказательства этого закона возьмемъ небольшіе вѣсы, на одно плечо которыхъ привѣсимъ стеклянный шаръ, а на другое—уравповѣшивающій его латунный грузъ, и поставимъ ихъ подъ колоколъ воздушнаго насоса; если вѣсы находятся въ равновѣсіи въ воздухѣ, то подъ колоколомъ воздушнаго насоса, когда изъ него выкачаютъ воздухъ, стеклянный шаръ перетягиваетъ металлическій грузъ; этотъ грузъ слѣдовательно легче стекляннаго шара, и если въ воздухѣ было равновѣсіе, такъ это потому, что стеклянный шаръ, имѣя бо́льшій объемъ, терялъ въ воздухѣ больше изъ своего вѣса, чѣмъ металлическій грузъ.

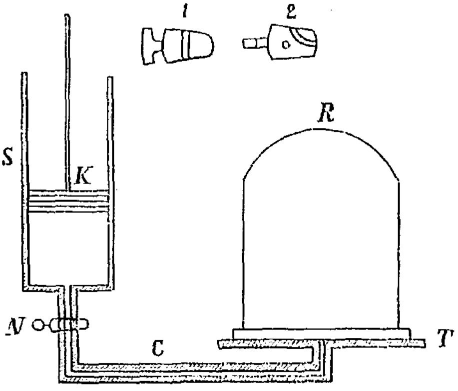
Теперь мы въ состояніи объяснить неудачные результаты взвѣшиванія воздуха въ бычачьемъ пузырѣ, о чемъ было сказано выше (§ 1). Стеклянный баллонъ пустой или съ воздухомъ всегда вытѣсняетъ одинъ и тотъ же объемъ воздуха, и потому вѣсъ его всегда уменьшенъ на опредѣленную величину; иное дѣло съ бычачьимъ пузыремъ: если его наполнить воздухомъ, то онъ становится тяжеле на вѣсъ помѣщеннаго внутрь его воздуха; но вмѣстѣ съ тѣмъ пузырь раздувается и вытѣсняетъ столько же воздуха, сколько въ него помѣщено, а потому пузырь теряетъ столько въ своемъ вѣсѣ, сколько вѣситъ помѣщающійся въ немъ воздухъ; и такъ понятно, что бычачій пузырь — пустой (но сжатый) или наполненный воздухомъ (но раздутый) — вѣситъ одинаково.

Тѣло можетъ всплывать въ газѣ, если вѣсъ вытѣсняемаго газа больше вѣса самого тѣла. На этомъ основаніи устраиваются *воздушные шары*. Братья Монгольфье въ 1785 г. устроили первый воздушный шаръ; онъ былъ сдѣланъ изъ тонкой и непроницаемой матеріи и наполнялся горячимъ воздухомъ, который легче холоднаго; теперь воздушные шары наполняютъ свѣтильнымъ газомъ. Воздушные шары большихъ объемовъ поднимаются съ такою силою, что могутъ уносить большія тяжести, напр. нѣсколько человѣкъ; высота поднятія воздушныхъ шаровъ достигаетъ иногда десяти километровъ.

Маленькіе воздушные шары легко осуществить изъ мыльныхъ пузырей, наполняя ихъ свѣтильнымъ газомъ.

§ 8. Почти одновременно съ изобрѣтеніемъ барометра, магдебургскій бургомистръ Отто фонъ Герике устроилъ первый *воздушный насосъ*, имѣвшій въ исторіи науки не меньшее значеніе, чѣмъ барометръ.

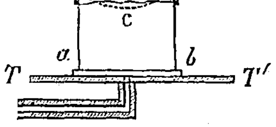
Насосъ Герике, лишь слегка измѣненный, употребляется и до сихъ поръ. Онъ состоитъ изъ цилиндра S (фиг. 191) съ плотно ходящимъ въ немъ поршнемъ K; снизу отъ него идетъ трубка C, оканчивающаяся у стекляннаго диска или такъ называемой тарелки T; на эту тарелку ставятъ плотно прижатый краями (которые отшлифованы и покрыты саломъ) стеклянный колоколъ R; въ трубкѣ C имѣется кранъ N съ двойнымъ ходомъ, при помощи котораго цилиндръ S можетъ быть приведенъ въ сообщеніе съ колоколомъ (тогда кранъ ставятъ въ 1-е положеніе), или же колоколъ можетъ быть запертъ, а нижняя часть цилиндра S сообщена съ внѣшнимъ воздухомъ (тогда кранъ ставятъ во 2-е положеніе). Соединивъ цилиндръ съ внѣшнимъ воздухомъ, поршень K опускаютъ въ самый низъ, при чемъ находящійся подъ нимъ воздухъ выгоняется изъ цилиндра наружу; затѣмъ повертываютъ кранъ въ 1-е положеніе и поднимаютъ поршень; при этомъ пространство подъ поршнемъ увеличивается и воздухъ, расширяясь, отчасти переходитъ изъ-подъ колокола въ цилиндръ; повернувъ кранъ во 2-е положеніе и заперевъ колоколъ съ разрѣженнымъ воздухомъ, опускаютъ поршень опять внизъ и выгоняютъ наружу воздухъ, вошедшій передъ тѣмъ въ цилиндръ; затѣмъ опять повертываютъ кранъ въ 1-е положеніе, поднимаютъ поршень и т. д. Послѣ нѣсколькихъ качаній поршнемъ воздухъ подъ колоколомъ можетъ быть значительно разрѣженъ.



Фиг. 191.

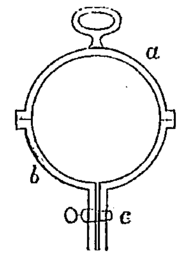
Съ подобнымъ насосомъ Герике сдѣлалъ свои классическіе опыты, доказывающіе давленіе атмосферы. Вотъ нѣкоторые изъ нихъ.

1) *Опытъ съ пузыремъ:* на тарелку T (фиг. 192) ставятъ стеклянный цилиндръ ab, затянутый сверху бычачьимъ пузыремъ c; если выкачать воздухъ изъ цилиндра, то пузырь прогибается и даже лопается отъ давящаго на него наружнаго воздуха; послѣдній, входя въ пустой цилиндръ и быстро расширяясь, производитъ сильный шумъ.



Фиг. 192.

2) *Магдебургскія полушарія*: два металлическихъ полушарія a и b (фиг. 193) складываются хорошо отшлифованными и смазанными саломъ краями; если чрезъ трубку c выкачать воздухъ изъ такого шара, то наружный воздухъ своимъ давленіемъ такъ сильно прижимаетъ одно полушаріе къ другому, что нужна большая сила для ихъ разъединенія; если же впустить воздухъ внутрь полушарій, то рознять ихъ становится очень легко, ибо силы, съ которыми воздухъ давитъ теперь на наружную и внутреннюю поверхность полушарій, одинаковы и взаимно уравновѣшиваются. Это объясняетъ намъ, почему мы не испытываемъ никакихъ вредныхъ послѣдствій отъ того страшнаго давленія, которое производитъ окружающая атмосфера на наше тѣло (= 17500 kgr, считая поверхность человѣческаго тѣла въ 1,75 □ m).



Фиг. 193.

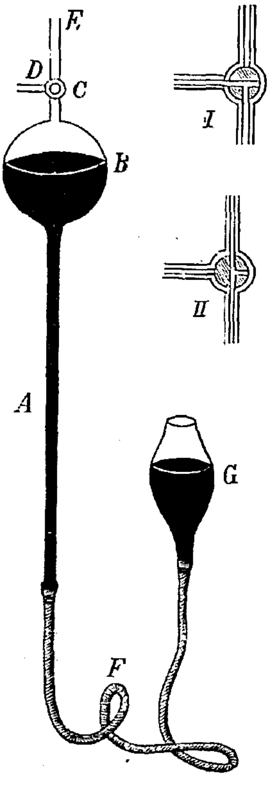
3) Если подъ колоколъ насоса положить сжатый бычачій пузырь, края котораго связаны и изъ колокола выкачать воздухъ, то пузырь раздувается; дѣло въ томъ, что внутри пузыря осталось немного воздуха, который теперь расширяется и раздуваетъ пузырь.

Сначала Герике пробовалъ обыкновеннымъ водянымъ насосомъ (§ 4) выкачать воду изъ винной бочки, думая, что, по удаленіи воды, воздухъ не войдетъ въ бочку, и въ ней получится такая же пустота, какъ въ барометрической камерѣ; но опытъ не удался: какъ, повидимому, ни была герметична бочка, но воздухъ съ сильнымъ шипѣніемъ входилъ въ нее чрезъ щели и скважины. Только по замѣнѣ деревянной бочки мѣднымъ сосудомъ опытъ удался. Одинъ изъ первыхъ насосовъ Герике хранится въ физическомъ институтѣ Берлинскаго Университета. Изобрѣтеніе насоса и опыты съ нимъ взволновали въ свое время всю ученую Европу. На имперскомъ сеймѣ 1654 г. въ Регенсбургѣ Герике показывалъ многочисленной публикѣ свои опыты въ грандіозномъ видѣ: опытъ съ полушаріями, которыхъ не могли рознять 16 лошадей; опытъ съ цилиндромъ, въ которомъ поршень, по удаленіи изъ подъ него воздуха, не могъ быть поднятъ усиліями болѣе 20 человѣкъ, и проч.

Насосъ и опыты съ нимъ были описаны Герике въ книгѣ: „Ottonis de Guericke Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de vacuo spatio...“ Amstel. 1672.

§ 9. Въ послѣднее время стали устраивать такъ называемые *ртутные насосы;* первый изъ подобныхъ насосовъ былъ ртутный насосъ Гейслера.

Онъ состоитъ изъ стеклянной трубки A (фиг. 194) длиною около метра, оканчивающейся сверху баллономъ B около литра емкости; къ баллону припаяны трубки D и E съ трехходовымъ краномъ C, изображеннымъ отдѣльно наверху; этимъ послѣднимъ, помѣщая его въ 1-е положеніе, баллонъ B можно соединить съ трубкою D и съ припаяннымъ къ ней резервуаромъ, изъ котораго хотятъ выкачать воздухъ; помѣщая же кранъ во 2-е положеніе, баллонъ соединяютъ съ трубкою E, открытою во внѣшнее пространство. Нижній конецъ трубки A при помощи гутаперчевой трубки F соединяется съ сосудомъ G, наполненнымъ ртутью. Когда сосудъ G поднятъ, ртуть входитъ въ баллонъ B; если при этомъ кранъ поставленъ во 2-е положеніе, то воздухъ изъ баллона вытѣсняется наружу; затѣмъ повертываютъ кранъ въ 1-е положеніе и сосудъ G опускаютъ; воздухъ надъ опускающеюся ртутью въ баллонѣ B разрѣжается и сюда переходитъ часть воздуха изъ даннаго резервуара; если, повернувъ кранъ во 2-е положеніе, опять поднять сосудъ, то поднимающаяся ртуть выгонитъ воздухъ изъ баллона B. Повторяя нѣсколько разъ подобную операцію, можно достичь весьма сильнаго разрѣженія воздуха въ данномъ резервуарѣ.

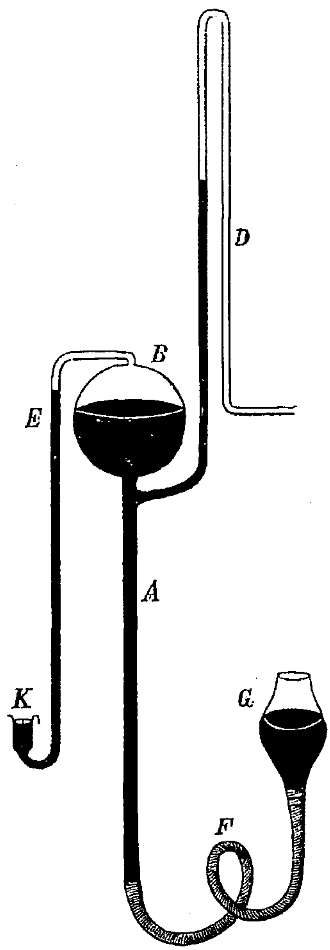


Фиг. 194.

Главный недостатокъ Гейслеровскаго насоса заключается въ присутствіи крана, который необходимо смазывать саломъ; но сало, разлагаясь, выдѣляетъ газы; поэтому Гейслеровскій насосъ былъ усовершенствованъ сперва Тёплеромъ, затѣмъ Гагеномъ; въ Тёплеръ-Гагеновскомъ насосѣ нѣтъ ни одного крана.

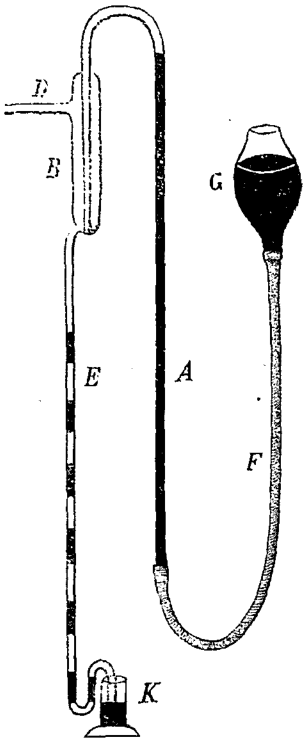
На фиг. 195 изображенъ этотъ насосъ Тёплеръ-Гагена. Части

A, B, F и G тождественны съ соотвѣтствующими частями Гейслеровскаго насоса, но вмѣсто крана къ верхней части баллона припаяна узкая трубочка E, длина которой больше барометрической высоты и нижній конецъ которой, загнутый къ верху, расширяется въ чашку K. Резервуаръ, изъ котораго надо выкачать воздухъ, припаивается къ трубочкѣ D, возвышающейся надъ баллономъ болѣе, чѣмъ на 76 cm. Сосудъ G наполняютъ ртутью; въ чашку K тоже наливаютъ немного ртути. Если сосудъ G поднять, ртуть войдетъ въ баллонъ B и вытѣснитъ находящійся надъ нею воздухъ въ трубку E; если сосудъ G поднять достаточно высоко, то этотъ воздухъ чрезъ трубку E и чашку K выгоняется наружу; въ то же время ртуть входитъ въ трубку D и такимъ образомъ запираетъ резервуаръ, изъ котораго требуется выкачать воздухъ. Опустимъ теперь сосудъ G; надъ опускающейся въ баллонѣ ртутью образуется торричелліева пустота, въ которую устремляется по трубкѣ D воздухъ изъ даннаго резервуара; но наружный воздухъ не можетъ войти туда: наружный воздухъ своимъ давленіемъ вгоняетъ ртуть изъ чашки K въ трубку E, гдѣ она поднимается самое большое на 76 cm.; этимъ столбомъ ртути, какъ клапаномъ или краномъ отдѣляется разрѣженное пространство B отъ внѣшняго воздуха. При слѣдующемъ поднятіи сосуда G, воздухъ изъ баллона B опять выгоняется наружу, но не попадаетъ обратно въ резервуаръ, ибо поднимающаяся ртуть войдетъ въ трубку D и запретъ этотъ резервуаръ. О степени разрѣженія воздуха въ данномъ резервуарѣ можно судить по высотѣ ртути въ трубкѣ E; чѣмъ эта высота ближе къ 76 cm., тѣмъ разрѣженіе ближе къ пустотѣ.



Фиг. 195.

§ 10. Шпренгелемъ былъ устроенъ ртутный насосъ, основанный на иномъ принципѣ. Этотъ насосъ состоитъ изъ стекляннаго резервуара B (фиг. 196), сообщающагося боковою трубкою D съ тѣмъ пространствомъ, изъ котораго хотятъ выкачать воздухъ; къ нижнему концу этого резервуара припаяна вертикальная трубка E, внизу изогнутая два раза; сверху въ этотъ же резервуаръ B входитъ трубка A, нижній конецъ которой соединенъ каучукомъ F съ сосудомъ G, наполненнымъ ртутью. Если сосудъ G поднять такъ, чтобы ртуть выливалась изъ трубки A въ резервуаръ B, то сперва она собирается на днѣ этого резервуара въ видѣ большой капли, а затѣмъ переливается въ трубку E, по которой и падаетъ, выталкивая передъ собою воздухъ и выгоняя его наружу. Вслѣдъ за одною каплею ртути падаетъ другая, вытѣсняя новую порцію воздуха и т. д. Когда воздухъ въ резервуарѣ B достаточно разрѣдится, ртуть въ трубкѣ E станетъ на барометрической высотѣ и отдѣлитъ резервуаръ B отъ внѣшняго воздуха. Когда вся ртуть изъ сосуда G перельется, то въ трубкѣ A останется столбъ ртути въ 76 cm., который отдѣлитъ резервуаръ B отъ внѣшняго воздуха.



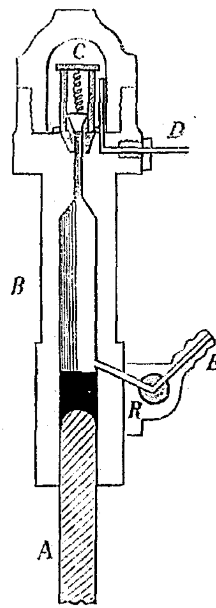
Фиг. 196.

Насосъ Шпренгеля работаетъ медленно, но зато и лучше всѣхъ другихъ. Круксъ, изготовляя свои трубки и радіометръ, въ которыхъ разрѣженіе газа должно быть доведено до одной милліонной доли атмосферы, употреблялъ исключительно Шпренгелевскіе насосы.

§ 11. До сихъ поръ мы разсматривали способы разрѣжать газы въ какомъ нибудь пространствѣ; иногда же требуется наоборотъ собрать и сжать газъ; для этого употребляютъ такъ называемые *нагнетательные насосы.*

Обыкновенный насосъ, изображенный на фиг. 191, можно превратить въ нагнетательный, стоитъ только помѣщать кранъ N въ 1-е положеніе, когда поршень опускается, и во 2-е — когда онъ поднимается.

Для очень сильныхъ сжатій Калльете устроилъ насосъ, который состоитъ изъ поршня A (фиг. 197), поверхъ коего налитъ слой ртути; этотъ поршень ходитъ внутри цилиндра B; газъ, который хотятъ сжать, всасывается въ цилиндръ B чрезъ трубку E съ краномъ R. Положимъ, что послѣдній закрытъ и поршень A поднимается; находящійся надъ нимъ газъ сжимается и, пріобрѣтя достаточную упругость, поднимаетъ клапанъ и переходитъ въ камеру C; затѣмъ поршень опускаютъ, въ образующуюся надъ нимъ пустоту пускаютъ газъ изъ E, повернувъ кранъ R; опять поднимаютъ поршень и т. д. Изъ камеры C сжатый газъ по трубкѣ D переходитъ въ резервуаръ, гдѣ и сохраняется; этотъ резервуаръ дѣлаютъ изъ пучка металлическихъ трубокъ; такой резервуаръ обладаетъ гораздо большею крѣпостью, чѣмъ сплошной резервуаръ такой же емкости; въ немъ можно безопасно сохранять газъ, сжатый до упругости нѣсколькихъ сотъ атмосферъ.



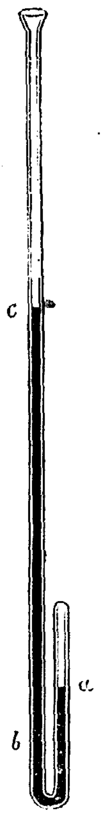
Фиг. 197.

§ 12. Разсмотримъ теперь *сжимаемость* газовъ, т. е. то ихъ свойство, которымъ они отличаются отъ твердыхъ и жидкихъ тѣлъ.

Представимъ себѣ, что газъ помѣщенъ въ цилиндрическій сосудъ, закрытый сверху плотно входящимъ въ него поршнемъ; если на поршень положить грузъ, то онъ будетъ давить на газъ; опустившись нѣсколько, такой поршень остановится: въ сжатомъ подъ нагруженнымъ поршнемъ газѣ развивается упругость, которая и уравновѣшиваетъ его давленіе; это давленіе поршня передается газомъ на стѣнки сосуда, которыя въ свою очередь (по третьему закону Ньютона) давятъ на газъ. Слѣдовательно газъ похожъ въ этомъ отношеніи на невѣсомую жидкость: если на его поверхность давятъ внѣшнія силы, то онъ передаетъ во всѣ стороны это давленіе; внутри газа господствуетъ всюду одно и то же давленіе. Если уменьшить грузъ, положенный на поршень, то послѣдній нѣсколько поднимется, и газъ слѣдовательно займетъ большій объемъ.

Такимъ образомъ между объемомъ, занимаемымъ газомъ, и давленіемъ, подъ которымъ онъ находится, существуетъ нѣкоторая зависимость.

Зависимость эта была найдена Бойлемъ изъ опытовъ со слѣдующими двумя приборами. Первый состоялъ изъ стеклянной трубки *abc* (фиг. 198) сверху открытой, а снизу запаянной и отогнутой вверхъ; закрытое колѣно трубки было раздѣлено на части равныхъ емкостей. Въ трубку наливали ртути такъ, чтобы надъ нею въ запаянномъ колѣнѣ помѣщалось нѣсколько воздуха; объемъ послѣдняго опредѣлялся числомъ дѣленій правой трубки надъ уровнемъ *a* ртути. Если бы ртуть стояла на одномъ уровнѣ въ обоихъ колѣнахъ, то воздухъ нашъ былъ бы подъ давленіемъ внѣшней атмосферы, опредѣляемымъ барометромъ; если же уровень ртути въ лѣвой трубкѣ выше, чѣмъ въ правой, то къ атмосферному давленію прибавляется еще давленіе столба ртути, возвышающагося въ лѣвой трубкѣ надъ уровнемъ *a*. Вотъ нѣкоторые результаты опытовъ Бойля, которые описаны въ его трактатѣ: „Defensio doctrinae de Elatere et gravitate aëris“ (1662); v—означаетъ объемъ воздуха, p—давленіе:



фиг. 198.

		набл.	выч.
$v = 12$	$p =$	$29^2/_{16}$	»
10		$35^5/_{16}$	35
8		$44^1/_{16}$	$43^{11}/_{16}$
6		$58^{13}/_{16}$	$58^2/_6$
4		$87^{14}/_{16}$	$87^3/_8$
3		$117^3/_6$	$116^4/_8$.

Описанный приборъ позволялъ изслѣдовать газы при давленіяхъ бо́льшихъ атмосферы; для давленій меньшихъ атмосферы Бойль употреблялъ второй приборъ: прямую стеклянную запаянную сверху трубку *abc* (фиг. 199), наполненную отчасти ртутью, отчасти воздухомъ; нижній открытый конецъ трубки погружался въ глубокій стаканъ *s* со ртутью. Опуская трубку больше или меньше въ стаканъ, можно измѣнять объемъ находящагося въ ней воздуха; если трубка предварительно раздѣлена на части равныхъ емкостей, то объемъ нашего воздуха легко опредѣлить въ каждомъ опытѣ; что касается давленія, то его находятъ изъ слѣдующихъ соображеній: на свободную поверхность ртути въ стаканѣ производится давленіе P внѣшней атмосферы, а на тотъ же уровень внутри трубки давитъ столбъ возвышающейся въ ней ртути высоты h, и упругость x заключеннаго въ ней воздуха; слѣдовательно $P = h + x$, отсюда $x = P - h$, т. е. упругость воздуха въ нашей трубкѣ равняется барометрической высотѣ безъ высоты столба ртути въ трубкѣ. Приводимъ результаты опытовъ Бойля съ этимъ вторымъ приборомъ:

Фиг. 199.

		набл.	выч.
$v = 1$	$p =$	$29^3/_4$	„
2		$14^3/_4$	$14^7/_8$
4		$7^1/_8$	$7^7/_{16}$
6		$4^7/_8$	$4^{23}/_{24}$
8		$3^6/_8$	$3^{23}/_{32}$
10		3	$2^{39}/_{40}$.

Топлей, ученикъ Бойля, на основаніи этихъ результатовъ высказалъ гипотезу: „Pressiones et expansiones in proportione esse reciprocas“, т. е., что давленія и объемы обратно пропорціональны. Эта гипотеза теперь извѣстна подъ названіемъ закона Бойля. Пользуясь этою гипотезою, Бойль и вычислилъ тѣ давленія, которыя приведены въ третьихъ столбцахъ предыдущихъ таблицъ.

Нѣсколько спустя, Маріоттъ въ своемъ „Discours de la Nature da l'air“ (1676), описавъ опыты тождественные съ предыдущими, пришелъ къ заключенію: „on peut prendre pour une règle certaine ou loi de la nature, que l'air se condense à proportion des poids dont il est chargé“. Во Франціи законъ Бойля называется закономъ Маріотта.

Законъ Бойля легко выразить формулою; если назовемъ v и v' объемы газа, которые онъ занимаетъ подъ давленіями p и p', то по предыдущему

$$v : v' = p' : p$$

или

$$pv = p'v',$$

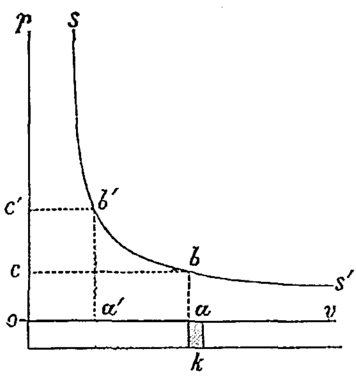
т. е. *произведеніе объема газа на соотвѣтствующее давленіе есть величина постоянная.*

Понятно, что при остальныхъ равныхъ условіяхъ газъ занимаетъ тѣмъ большій объемъ, чѣмъ больше его масса; поэтому произведеніе pv зависитъ отъ массы газа; если же мы будемъ относить произведеніе pv къ единицѣ массы, т. е. раздѣлять на соотвѣтствующую массу, то получимъ

$$\frac{pv}{m} = C, \tag{4}$$

гдѣ C постоянное, зависящее только отъ свойствъ газа, но не зависящее ни отъ объема, ни отъ давленія, ни отъ его массы.

Законъ Бойля можно представить графически. Для этого положимъ, что газъ заключенъ въ горизонтальный цилиндръ закрытый съ одной стороны неподвижнымъ дномъ, а съ другой — подвижнымъ поршнемъ k (фиг. 200); когда этотъ поршень вдвинутъ до a, примемъ разстояніе oa, выражающее объемъ нашего газа, за абсциссу; соотвѣтствующая же ордината ab пусть представляетъ давленіе, подъ которымъ находится газъ при данныхъ условіяхъ, и которое вычисляется по формулѣ (4). Если сдѣлать подобныя построенія для всѣхъ возможныхъ значеній объема v газа (температура котораго остается безъ измѣненій), то концы нашихъ ординатъ образуютъ непрерывную кривую линію ss', опредѣляющую, какъ увеличивается упругость газа съ его сжатіемъ. Кривая ss' есть равностороняя гипербола; она обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что площади прямоугольниковъ $oabc$; $oa'b'c'$, ... , имѣющихъ основаніями абсциссы, а высотами ординаты ея точекъ, одинаковы.

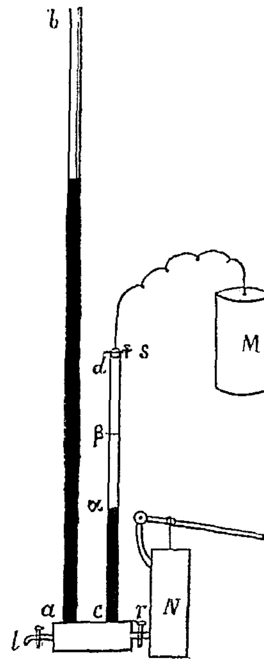


Фиг. 200.

Иногда законъ Бойля представляютъ графически иначе: на оси абсциссъ откладываютъ упругость газа, p, а на ординатахъ — значеніе произведенія pv; концы такихъ ординатъ должны лежать на прямой параллельной оси абсциссъ.

§ 13. Законъ Бойля, имѣющій большую важность въ физикѣ, былъ предметомъ изслѣдованія многихъ ученыхъ: Реньо, Калльете, Амага и др.

Приборъ Реньо состоялъ изъ двухъ вертикальныхъ трубокъ: ab (фиг. 201), открытой сверху, длиною до 28 m. и cd болѣе короткой, соединенной вверху съ резервуаромъ M испытуемаго газа, отъ котораго отдѣлялась краномъ s; обѣ трубки сообщались между собою и съ резервуаромъ N, изъ котораго можно было накачивать въ трубки ртуть. Опытъ дѣлался такъ: изъ резервуара M испытуемый газъ (при помощи не показаннаго на чертежѣ насоса) накачивался въ трубку cd до черты α, а кранъ l отворялся, и ртуть выпускалась, такъ чтобы въ обѣихъ трубкахъ ab и cd она стала на одной высотѣ; тогда газъ въ трубкѣ cd, занимая объемъ до черты α, находился подъ атмосфернымъ давленіемъ; затѣмъ кранъ s запирался, и изъ резервуара N накачивалась въ приборъ ртуть, пока она, поднимаясь въ обѣихъ трубкахъ, не уменьшала до половины объема испытуемаго газа (уровень ртути въ трубкѣ cd при этомъ поднимался до черты β); по высотѣ уровня ртути въ трубкѣ ab надъ чертою β можно было судить объ увеличеніи упругости газа при его сжатіи до 1/2 начальнаго объема. Затѣмъ опять накачивался газъ до начальнаго объема (до черты α), и краномъ l выпускалась ртуть на столько, чтобы уровень ея въ ab возвышался на столько надъ α, на сколько передъ тѣмъ онъ возвышался надъ β; наконецъ накачивая ртуть изъ N, опять сжимали газъ до половины объема (т. е. доводили уровень въ cd до β) и т. д.

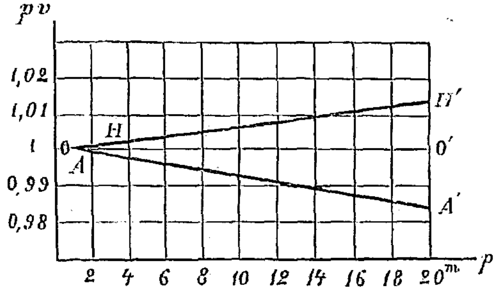


Фиг. 201.

Въ слѣдующей табличкѣ приведены результаты опытовъ Реньо надъ воздухомъ, азотомъ, угольною кислотою и водородомъ; въ первомъ столбѣ показаны объемы v, занимаемые каждою единицею массы газа; въ 2, 4, 6 и 8 столбцахъ показаны соотвѣтственныя упругости, p, а въ 3, 5, 7 и 9 — произведенія объема на упругость, pv; для перваго опыта съ каждымъ газомъ это произведеніе принято равнымъ единицѣ.

	Воздухъ.		Азотъ.		Угольн. кислота.		Водородъ.	
v	p	pv/p_0v_0	p	pv/p_0v_0	p	pv/p_0v_0	p	pv/p_0v_0
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$^1/_2$	1,9978	0,9989	1,9986	0,9993	1,9829	0,9914	2,0011	1,0006
$^1/_4$	3,9874	0,9969	3,9920	0,9980	3,8974	0,9743	4,0069	1,0017
$^1/_{10}$	7,9454	0,9932	7,9641	0,9955	7,5194	0,9399	8,0339	1,0042
$^1/_{12}$	11,882	0,9902	11,919	0,9933	10,8632	0,9053	12,084	1,0070
$^1/_{16}$	15,804	0,9878	15,860	0,9912	13,976	0,8704	16,162	1,0101
$^1/_{20}$	19,720	0,9860	19,789	0,9894	16,705	0,8353	20,268	1,0134

На черт. 202 эти результаты для воздуха и водорода представлены графически, при чемъ на оси абсциссъ отложены упругости газовъ, а на ординатахъ—соотвѣтствующія значенія pv. Если бы газы строго слѣдовали закону Бойля, то pv оставалось бы постояннымъ, и концы ординатъ на нашемъ чертежѣ лежали бы на прямой OO' параллельной оси абсциссъ; но въ дѣйствительности кривая водорода лежитъ всюду выше, а кривая воздуха лежитъ всюду ниже этой прямой.

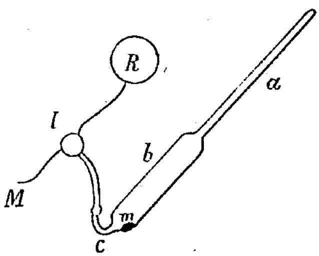


Фиг. 202.

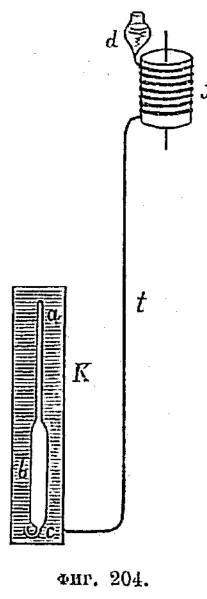
Значеніе этихъ кривыхъ очень просто: если бы при нѣкоторомъ давленіи объемъ газа былъ таковъ, какъ того требуетъ законъ Бойля, то конецъ соотвѣтственной ординаты лежалъ бы на прямой OO'; но для водорода онъ всегда выше этой прямой, и слѣдовательно объемъ водорода больше, чѣмъ бы слѣдовало по закону Бойля; иначе говоря, съ увеличеніемъ давленія водородъ сжимается меньше, чѣмъ того требуетъ законъ Бойля; обратное имѣетъ мѣсто для воздуха и другихъ газовъ.

Итакъ опыты Реньо приводятъ къ такимъ заключеніямъ: *всѣ газы только приблизительно слѣдуютъ закону Бойля; съ увеличеніемъ давленія водородъ сжимается меньше, а всѣ прочіе газы сжимаются больше, чѣмъ бы слѣдовало по закону Бойля.*

§ 14. Въ опытахъ Реньо давленіе доводилось лишь до 28 atm. Въ 1879 г. Калльете предпринялъ опыты надъ сжатіемъ азота отъ 40 до 240 atm.; для этихъ опытовъ Калльете воспользовался каменноугольною шахтою, имѣвшею 500 m. глубины. Существенную часть прибора Кальете составлялъ піэзометръ; это былъ стеклянный сосудъ b (фиг. 203), сверху вытянутый въ узкую запаянную на концѣ трубку a, а снизу—въ загнутую и открытую трубочку c. Наклонивши нѣсколько этотъ сосудъ, въ него впускали небольшое количество ртути m и гутаперчевою трубкою его соединяли при помощи особаго крана K то съ насосомъ M, то съ резервуаромъ R, содержавшимъ испытуемый газъ; сперва выкачивали воздухъ изъ піэзометра, затѣмъ въ него впускали газъ, который опять выкачивали; вновь впускали свѣжій газъ изъ R и т. д.; послѣ повторенія нѣсколько разъ такихъ манипуляцій можно было принять, что піэзометръ наполненъ чистымъ газомъ той же упругости, которая господствуетъ въ резервуарѣ R и которая не должна много отличаться отъ атмосфернаго давленія. Затѣмъ піэзометръ ставили вертикально, при чемъ ртуть входила въ согнутую трубку c и запирала такимъ образомъ испытуемый газъ отъ внѣшняго воздуха, послѣ того, какъ каучуковую трубку устраняли. Піэзометръ, наполненный такимъ образомъ испытуемымъ газомъ, помѣщали въ крѣпкій стальной цилиндръ K (фиг. 204) съ ртутью; отъ этого сосуда шла тонкая и весьма гибкая стальная трубка t; часть этой трубки была намотана на вертикальный валъ f; эта трубка, вся наполненная ртутью, оканчивалась резервуаромъ d, укрѣпленнымъ на томъ же валу f. Газъ въ піэзометрѣ находился подъ давленіемъ ртути, которое зависѣло отъ вертикальнаго разстоянія между сосудомъ K и резервуаромъ d. По мѣрѣ опусканія цилиндра K въ шахту (и сматыванія трубки t съ вала f) это разстояніе возрастало, и давленіе на газъ въ піэзометрѣ увеличивалось, а самъ газъ сжимался ртутью, поднимавшеюся въ піэзометрѣ. Слѣдуетъ замѣтить, что стеклянный піэзометръ при этомъ не разрывался даже подъ очень большими давленіями, потому что на его стѣн-



Фиг. 203.

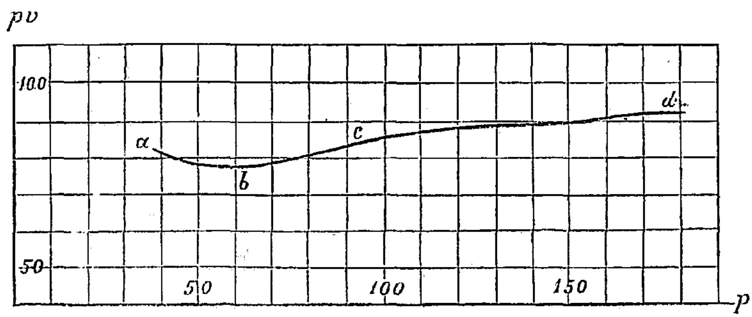


Фиг. 204.

ки дѣйствовали всегда равныя давленія какъ извнѣ, такъ и изнутри. Для опредѣленія объема, до котораго сжимался газъ въ каждомъ опытѣ, трубку *a* піэзометра покрывали внутри тонкимъ слоемъ золота, который разъѣдался прикасавшеюся съ нимъ ртутью. По окончаніи опыта цилиндръ *K* поднимался наверхъ, піэзометръ вынимался изъ него; слой золота сохранялся только тамъ, гдѣ до него не касалась ртуть, т. е. въ той части трубки *a*, которая оставалась занятою сжатымъ газомъ; если трубка была предварительно раздѣлена на части равныхъ емкостей, то по числу дѣленій, оставшихся покрытыми золотомъ, можно было судить объ объемѣ, до котораго сжимался газъ. Въ слѣдующей табличкѣ приведены результаты опытовъ Калльете надъ сжатіемъ азота; въ 1-мъ и 4-мъ столбцахъ даны выраженныя въ метрахъ ртутнаго столба давленія, p, которымъ подвергался азотъ; во 2-мъ и 5-мъ столбцахъ показаны соотвѣтствующія объемы газа, v; въ 3-мъ и 6-мъ даны значенія произведенія pv.

p	v	pv	p	v	pv
39,3	207,9	8184	74,3	108,9	8091
44,3	184,2	8153	109	77,7	8484
49,3	162,8	8022	149	59,7	8907
59,5	132,7	7900	174	52,8	9191
64,4	123,5	7951	182	51,3	9330.

Изъ этихъ чиселъ, какъ и изъ представляющей ихъ кривой *abcd* (фиг. 205), видно, что произведеніе pv имѣемъ minimum при давле-



Фиг. 205.

ніи 60 m. (около 80 atm.); слѣдовательно сначала азотъ сжимается какъ большинство газовъ, т. е. сильнѣе, чѣмъ того требуетъ законъ

Бойля, а послѣ 80 atm. онъ сжимается какъ водородъ, т. е. менѣе, чѣмъ того требуетъ законъ Бойля.

Обобщая этотъ результатъ опытовъ Кальете, мы примемъ, что *всѣ газы до извѣстнаго давленія сжимаются больше, а послѣ этого давленія сжимаются меньше, чѣмъ бы слѣдовало по закону Бойля;* мы примемъ кромѣ того, что давленіе, при которомъ pv достигаетъ minimum, имѣетъ особое значеніе для каждаго газа. Если допустимъ, что для водорода это давленіе меньше, чѣмъ для другихъ газовъ, то результаты опытовъ Реньо объясняются тѣмъ, что водородъ былъ имъ изслѣдованъ при давленіяхъ бо́льшихъ, а другіе газы при давленіяхъ меньшихъ тѣхъ, которыя соотвѣтствуютъ наименьшему значенію pv. Поэтому-то въ опытахъ Реньо кривая для водорода поднимается, какъ часть bc кривой Кальете, а для другихъ газовъ кривыя опускаются, подобно части ab кривой Кальете.

§ 15. Особенно обширное изслѣдованіе надъ сжимаемостью газовъ было сдѣлано Амага: въ первомъ рядѣ опытовъ давленіе на газы было доведено до 400, а во второмъ — до 3000 atm. Приведемъ лишь результаты опытовъ съ водородомъ. Въ первыхъ столбцахъ слѣдующихъ таблицъ даны давленія, выраженныя въ атмосферахъ; во вторыхъ— значенія pv; въ третьихъ объемы газа, получаемые дѣленіемъ чиселъ 2-го столбца на соотвѣтственныя числа 1-го столбца; о числахъ четвертаго столбца первой таблицы скажемъ ниже.

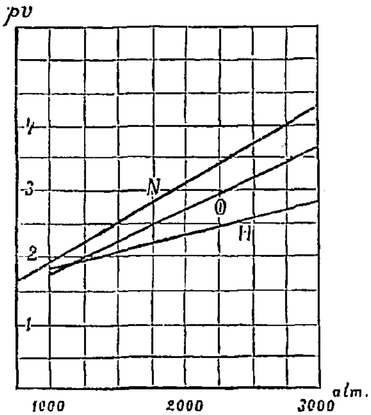
I рядъ опытовъ.

		набл.	вычисл.
$p = 31{,}70$	$pv = 1{,}091$	$v = 0{,}0344$	$v = 0{,}0344$
45,95	1,103	0,0240	0,0240
59,54	1,098	0,0185	0,0186
73,05	1,114	0,0152	0,0153
84,33	1,121	0,0133	0,0133
94,97	1,128	0,0119	0,0120
110,9	1,136	0,0102	0,0103
176,2	1,187	0,0067	0,0067
233,7	1,225	0,0052	0,0053
282,2	1,260	0,0045	0,0044
329,2	1,291	0,0039	0,0039
400,0	1,350	0,0034	0,0032

II рядъ опытовъ.

$p =$ 1	$pv =$ 1,000	$v =$ 1
1000	1,690	0,00169
1500	2,010	0,00134
2000	2,320	0,00116
2500	2,625	0,00105
3000	2,880	0,00096

На фиг. 206 представлены графически результаты опытовъ Амага: линіи H, O и N показываютъ значенія произведенія pv для водорода, кислорода и азота, сжимаемыхъ отъ 1000 до 3000 atm.



Фиг. 206.

При обыкновенныхъ условіяхъ сжимаемость газовъ значительна; такъ если при $p = 1$ atm., $v = 1$, то при $p' = 2$ atm., $v' = 0,5$ и слѣдовательно коэффиціентъ сжатія (IX, § 4) $k = (v - v')/v(p' - p) = 0,5$; но съ увеличеніемъ давленія этотъ коэффиціентъ уменьшается; такъ, при наибольшихъ давленіяхъ въ приведенныхъ опытахъ Амага съ водородомъ, $v - v' = 0,0001$, $p' - p = 500$ atm. и $v = 0,001$; слѣдовательно $k = 2 \, . \, 10^{-4}$; это число того же порядка, какъ коэффиціентъ сжатія жидкостей (X, § 1); такимъ образомъ съ увеличеніемъ давленія сжимаемость газовъ уменьшается до предѣловъ сжимаемости жидкостей.

§ 16. Описанные опыты показываютъ, что *законъ Бойля выражаетъ свойства газовъ лишь при малыхъ давленіяхъ;* при нѣсколько значительныхъ давленіяхъ газы болѣе или менѣе уклоняются отъ него (опыты Реньо и Кальете), а при очень большихъ давленіяхъ произведеніе pv дѣлается въ три и четыре раза больше, чѣмъ при малыхъ давленіяхъ (опыты Амага).

Въ виду всего это неоднократно дѣлались попытки найти болѣе точный законъ сжатія газовъ. Такъ Реньо предлагалъ формулу

$$pv = 1 - A\left(\frac{1 - v}{v}\right) + B\left(\frac{1 - v}{v}\right)^2,$$

гдѣ v объемъ одного грамма газа подъ давленіемъ p, A и B постоянныя. Фанъ-деръ-Ваальсъ предложилъ другую формулу:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = (1 + a)(1 - b)(1 + \alpha t),$$

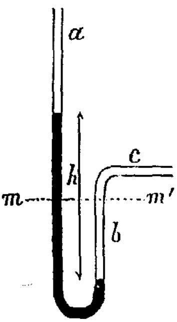
гдѣ a, b и α постоянныя и t — температура газа. Повидимому эта формула лучше другихъ выражаетъ свойства газовъ. Между прочимъ она показываетъ, что для нѣкотораго давленія произведеніе pv имѣетъ minimum, какъ это было замѣчено Кальете. Значенія постоянныхъ a и b опредѣляются на основаніи опытовъ надъ сжатіемъ газовъ; α опредѣляется изъ другихъ опытовъ и $= 0{,}00366$ для всѣхъ газовъ (см. Гл. XIV). Опыты Реньо показываютъ, что для водорода a имѣетъ ничтожное числовое значеніе; примемъ, что для водорода $a = 0$; тогда для этого газа формула Фанъ-деръ-Ваальса принимаетъ видъ

$$p(v - b) = (1 - b)(1 + \alpha t).$$

По этой формулѣ можно вычислить b изъ каждаго опыта Амага; среднее изъ подобныхъ вычисленій, сдѣланныхъ для опытовъ II ряда опытовъ Амага, даетъ $b = 0{,}0006$. Примѣнимъ теперь предыдущую формулу къ вычисленію объемовъ водорода I ряда опытовъ Амага; такъ какъ температура газа при этомъ была 20°, то $v = 0{,}0006 + 1{,}073/p$. Вычисленные по этой формулѣ объемы водорода и помѣщены въ четвертомъ столбцѣ таблички I ряда опытовъ Амага предыдущаго §. Эти вычисленные объемы очень близки къ тѣмъ, которые найдены изъ опыта и помѣщены въ третьемъ столбцѣ той же таблички; согласіе тѣхъ и другихъ чиселъ доказываетъ, что формула фанъ-деръ-Ваальса хорошо выражаетъ свойства газовъ.

§ 17. Для измѣренія упругости газа, заключеннаго въ закрытомъ помѣщеніи, употребляются особые приборы, называемые *манометрами*. Опишемъ здѣсь нѣкоторые изъ нихъ.

Открытый манометръ состоитъ изъ двухъ сообщающихся трубокъ, a и b (фиг. 207), съ какою нибудь жидкостью напр. ртутью: первая трубка открыта въ воздухъ, вторая соединена съ тѣмъ пространствомъ, въ которомъ находится испытуемый газъ; по разности уровней жидкости въ трубкахъ можно судить объ упругости даннаго газа: если жидкость въ обѣихъ трубкахъ стоитъ на одномъ уровнѣ mm', то искомая упругость равна давленію внѣшняго воздуха, опредѣляемаго



Фиг. 207.

показаніемъ барометра; если въ a жидкость на h выше, чѣмъ въ b, то упругость даннаго газа уравновѣшиваетъ давленіе этого столба жидкости и давленіе внѣшней атмосферы. Такимъ образомъ если въ манометрѣ налита ртуть, то искомая упругость

$$p = H + h,$$

гдѣ H—высота ртути въ барометрѣ, опредѣляющая давленіе внѣшняго воздуха; если бы въ трубкѣ a ртуть стояла на h ниже, чѣмъ въ b, то упругость даннаго газа была бы

$$p = H - h.$$

Для увеличенія чувствительности открытаго манометра ртуть надо замѣнить другою жидкостью; если плотность послѣдней назовемъ d, то при разности уровней въ h, искомая упругость будетъ

$$p = H + h\,\frac{d}{13{,}59}\,.$$

Въ опытахъ Реньо, Калльете и др. употреблялись открытые манометры; для измѣренія большихъ упругостей эти манометры должны быть значительной длины (сравни опыты Калльете), и потому въ этихъ случаяхъ предпочитаютъ обыкновенно манометры другихъ системъ.

Закрытый манометръ отличается отъ предыдущаго только тѣмъ, что трубка a сверху запаяна, и въ ней надъ ртутью заключена нѣкоторая масса воздуха. Положимъ, что когда правая трубка сообщена съ внѣшнимъ воздухомъ, ртуть въ манометрѣ стоитъ въ обѣихъ трубкахъ на одномъ уровнѣ, и воздухъ въ трубкѣ a занимаетъ объемъ n дѣленій (примемъ, что эти дѣленія отстоятъ на cm. одно отъ другого); когда же трубка b соединена съ испытуемымъ пространствомъ, пусть ртуть въ ней опускается на $h/2$ дѣленій, а въ трубкѣ a поднимается на столько же; давленіе даннаго газа, p, уравновѣшивается давленіемъ h ртутнаго столба и упругостью воздуха въ закрытой трубкѣ манометра, которое мы обозначимъ x; слѣдовательно

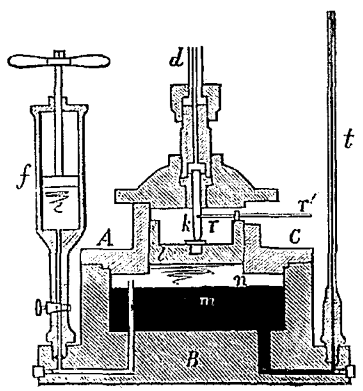
$$p = h + x;$$

нетрудно опредѣлить это x; сперва воздухъ въ закрытой трубкѣ манометра подъ давленіемъ H занималъ n дѣленій; теперь же, занимая объемъ $n - h/2$ дѣленій, онъ обладаетъ упругостью x; слѣдовательно, по закону Бойля, $nH = (n - h/2)x$; опредѣливъ отсюда x и подставивъ въ предыдущую формулу, находимъ

$$p = h + \frac{2nH}{2n - h}.$$

Металлическій манометръ устроенъ совершенно такъ же, какъ модель металлическаго барометра, которая была описана въ § 6; такой манометръ (трубкою t, см. фиг. 190) соединяется съ испытуемымъ пространствомъ; съ увеличеніемъ упругости газа указатель манометра отклоняется въ одну сторону, а съ уменьшеніемъ упругости—въ другую сторону. Металлическій манометръ надо предварительно градуировать, сравнивая его показанія съ показаніями открытаго или закрытаго манометра.

Для измѣренія очень большихъ давленій Амага употреблялъ приборъ, состоящій изъ цилиндрическаго чугуннаго сосуда ABC (фиг. 208), наполненнаго сперва ртутью, m, а затѣмъ водою, n; сосудъ этотъ закрывается поршнемъ l, на который опирается стержень k, запирающій своимъ верхнимъ концомъ трубку d, соединенную съ пространствомъ, въ которомъ находится испытуемый газъ. Этотъ двойной поршень kl остается въ равновѣсіи, когда сверху и снизу на него дѣйствуютъ равныя силы. Назовемъ a и b площади сѣченій поршней k и l; p—измѣряемое давленіе и p'—давленіе воды на нижній поршень; при равновѣсіи имѣетъ мѣсто условіе: $pa = p'b$.



Фиг. 208.

Ясно, что въ нашемъ приборѣ искомое большое давленіе (p) на поршень k уравновѣшивается незначительнымъ давленіемъ (p') воды на поршень l, которое нетрудно измѣрить; для этого чугунный сосудъ

ABC сообщается со стеклянною открытою сверху трубкою t, въ которую входитъ ртуть изъ этого сосуда; по высотѣ ртути здѣсь можно судить о давленіи, подъ которымъ находится вода въ сосудѣ; при этомъ поршень k долженъ быть всегда на одномъ уровнѣ, о чемъ судятъ по положенію рычага rr', лѣвый конецъ котораго соединенъ шарниромъ со стержнемъ k, а середина опирается на ножъ; поршень l приводятъ въ нормальное положеніе накачиваніемъ воды въ сосудъ при помощи насоса f.

§ 18. Положимъ, что въ какомъ нибудь пространствѣ помѣщена опредѣленная масса газа, имѣющая давленіе p'; другая масса того же газа, помѣщенная въ этомъ пространствѣ, пусть имѣетъ упругость p''; понятно, что при одновременномъ помѣщеніи обѣихъ порцій газа въ томъ же пространствѣ, онѣ размѣщаются равномѣрно и принимаютъ упругость $p' + p''$. Это правило примѣняется и къ разнороднымъ газамъ; такимъ образомъ:

Если въ какомъ нибудь ограниченномъ пространствѣ помѣщаются различные газы, другъ на друга химически недѣйствующіе, то каждый изъ нихъ размѣщается такъ, какъ если бы другихъ газовъ не было. Упругости смѣшиваемыхъ газовъ складываются.

Въ этомъ состоитъ такъ называемый законъ Дальтона. Слѣдующій опытъ Бертоле доказываетъ справедливость этого закона: два сосуда равныхъ емкостей, наполненные при одинакихъ температурахъ и давленіяхъ одинъ водородомъ, другой угольною кислотою, соединены были между собою трубкою съ краномъ; послѣ того, какъ кранъ открывали, газы вполнѣ перемѣшивались, и упругость смѣси оказалась прежнею; отсюда слѣдовало принять, что каждый газъ распредѣляется равномѣрно въ обоихъ сосудахъ, какъ если бы онъ былъ одинъ; но при этомъ каждый изъ газовъ, увеличивая въ два раза свой объемъ, долженъ по закону Бойля уменьшить во столько же разъ свою упругость; такъ какъ упругость смѣси равнялась упругости газовъ до смѣшенія, то слѣдовало принять, что упругости смѣшиваемыхъ газовъ складываются.

Такимъ образомъ если различные газы, помѣщенные отдѣльно въ одинъ и тотъ сосудъ, принимаютъ упругости p', p'', ..., то при одновременномъ помѣщеніи въ томъ же сосудѣ они образуютъ смѣсь упругости

$$p = p' + p'' + \cdots$$

Положимъ еще, что различные газы, занимая въ отдѣльности объемы $v_1, v_2, \ldots$ обладаютъ упругостями $p_1, p_2, \ldots$; какою упругостью обладаетъ смѣсь всѣхъ этихъ газовъ, помѣщенная въ объемъ V? Наши газы, помѣщенные отдѣльно въ объемъ V, обладаютъ по закону Бойля упругостями

$$p' = \frac{p_1 v_1}{V}, \quad p'' = \frac{p_2 v_2}{V}, \ldots;$$

помѣщенные одновременно въ объемѣ V всѣ эти газы образуютъ смѣсь упругости

$$P = p' + p'' + \cdots = \frac{p_1 v_1 + p_2 v_2 + \cdots}{V};$$

отсюда

$$PV = p_1 v_1 + p_2 v_2 + \cdots;$$

т. е. *произведеніе упругости смѣси на ея объемъ есть величина постоянная и равно суммѣ произведеній начальныхъ давленій и начальныхъ объемовъ отдѣльныхъ газовъ.*

§ 19. Представимъ себѣ закрытый поршнемъ цилиндрическій сосудъ съ газомъ; если въ сосудѣ сдѣлать малое отверстіе и поршень нагрузить, то газъ будетъ истекать изъ сосуда, гдѣ давленіе больше, во внѣшнее пространство, гдѣ давленіе меньше.

Примѣнимъ къ разсматриваемому процессу законъ сохраненія энергіи: когда нагруженный поршень опускается, то его потенціальная энергія уменьшается на величину равную совершаемой при этомъ работѣ; выталкиваемымъ изъ сосуда частицамъ газа сообщается нѣкоторая кинетическая энергія; по упомянутому закону уменьшеніе потенціальной энергіи поршня должно равняться увеличенію кинетической энергіи газа. Пусть поршень опускается на столько, что изъ сосуда вытекаетъ одинъ кубическій сантиметръ газа; назовемъ W соотвѣтствующую работу; масса газа въ единицѣ объема есть его плотность d; слѣдовательно приращеніе кинетической энергіи газа будетъ въ данномъ случаѣ

$dv^2/2$, гдѣ v—скорость частицъ истекающаго газа. По закону сохраненія энергіи $W = dv^2/2$, откуда

$$v = \sqrt{\frac{2W}{d}};$$

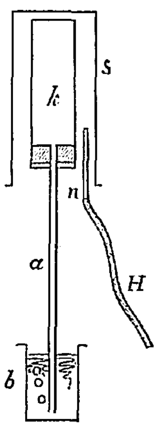
т. е. при остальныхъ равныхъ условіяхъ *скорость истеченія газа обратно пропорціональна квадратному корню изъ его плотности.*

§ 20. Если два разнородныхъ газа соприкасаются непосредственно, то они, какъ мы знаемъ (§ 18), смѣшиваются; это явленіе называется *свободною диффузіею газовъ.*

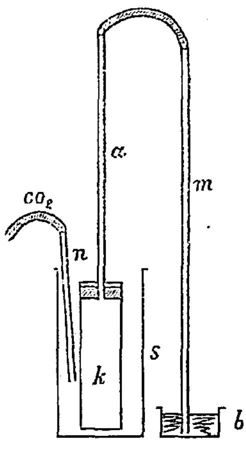
Чтобы обнаружить свободную диффузію газовъ, подвѣсимъ опрокинутый стаканъ къ вѣсамъ, которые затѣмъ уравновѣсимъ; если теперь впустимъ подъ стаканъ свѣтильный газъ, то стаканъ сдѣлается легче и перетянется другою чашкою; но равновѣсіе скоро возстановится, ибо между соприкасающимся воздухомъ и свѣтильнымъ газомъ происходитъ диффузія: свѣтильный газъ выходитъ изъ стакана и замѣняется воздухомъ. Примѣры свободной диффузіи намъ часто приходится наблюдать въ ежедневной жизни: если въ одномъ мѣстѣ комнаты развивается пахучій газъ, то онъ быстро диффундируетъ по всей комнатѣ, что узнается по распространенію запаха.

Газы смѣшиваются и въ томъ случаѣ, когда они раздѣлены пористою перегородкою; это явленіе называется *несвободною диффузіею;* оно, очевидно, обусловливается протеканіемъ газовъ чрезъ поры перегородки, какъ чрезъ малыя отверстія. Представимъ себѣ окруженный воздухомъ пористый стаканъ съ какимъ нибудь газомъ; такъ какъ даннаго газа во внѣшнемъ пространствѣ нѣтъ (по крайней мѣрѣ въ началѣ), то упругость этого газа внутри стакана больше, чѣмъ во внѣшнемъ (гдѣ она сперва $= 0$), и потому газъ истекаетъ изъ сосуда; такъ какъ воздухъ имѣетъ во внѣшнемъ пространствѣ упругость бо́льшую, чѣмъ внутри стакана, то онъ проникаетъ въ стаканъ; если плотности газа и воздуха различны, то они протекаютъ чрезъ поры съ разными скоростями (§ 19); поэтому въ пористомъ стаканѣ происходитъ скопленіе газовъ, если внѣшній газъ легче внутренняго, и наоборотъ.

Возьмемъ стаканъ k (фиг. 209) изъ необожженной глины (отъ гальваническаго элемента), закроемъ его плотно пробкою, чрезъ которую пропустимъ открытую съ обоихъ концовъ стеклянную трубку a; нижній конецъ этой трубки опустимъ въ сосудъ b съ жидкостью, а глиняный стаканъ накроемъ стекляннымъ колпакомъ s и подъ него впустимъ водородъ или свѣтильный газъ изъ трубки n; тогда газы скопляются въ стаканѣ k и выходятъ пузырями изъ трубки a. Слѣдовательно водородъ диффундируетъ чрезъ пористыя стѣнки быстрѣе воздуха, и въ стаканѣ k скопляется газъ.



Фиг. 209.



Фиг. 210.

Если расположить снаряды, какъ показано на черт. 210 и сосудъ s наполнить угольною кислотою, то жидкость изъ стакана b поднимается по трубкѣ m. Слѣдовательно угольная кислота диффундируетъ медленнѣе воздуха, и теперь въ стаканѣ k газъ разрѣжается.

Есть еще третій родъ диффузіи газовъ. Если гутаперчевый шаръ, наполненный свѣтильнымъ газомъ, пустить на воздухъ, то онъ поднимется вверхъ; но чрезъ нѣсколько часовъ онъ падаетъ и оказывается наполненнымъ воздухомъ; если мыльный пузырь держать надъ парами эфира, то чрезъ нѣсколько минутъ пузырь оказывается наполненнымъ этими парами, что легко обнаружить, поднося къ нему зажженную спичку: пузырь лопается, и содержащійся въ немъ паръ воспламеняется. Указанныя явленія нельзя объяснить несвободною диффузіей, хотя бы уже потому, что тяжелая угольная кислота диффундируетъ въ данномъ случаѣ быстрѣе легкаго водорода; да къ тому же въ водѣ, какъ и вообще въ жидкостяхъ, нѣтъ поръ. Описываемое явленіе объясняется такъ: коллоидныя и жидкія пластинки поглощаютъ газъ съ одной стороны и выдѣляютъ его съ другой въ пространство свободное отъ этого газа; такимъ образомъ газъ и диффундируетъ чрезъ жидкую пластинку; при этомъ скорѣе диффундируютъ тѣ газы, которые быстрѣе поглощаются. Опыты показали, что кислородъ диффундируетъ чрезъ коллоидъ быстрѣе азота; заставляя воздухъ диффундировать чрезъ коллоидъ, мы получимъ слѣдовательно воздухъ съ избыткомъ кислорода.

ТЕПЛОТА.

ГЛАВА XIII.

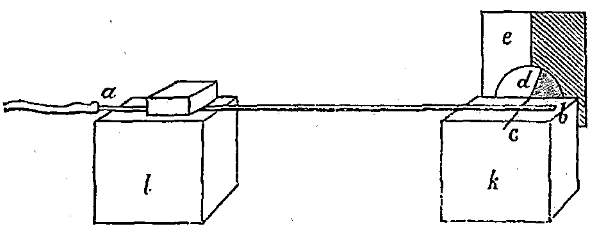
Термометрія.

§ 1. Тѣла могутъ быть болѣе или менѣе нагрѣты. Ощущеніемъ мы можемъ различать теплыя тѣла отъ холодныхъ; другими пріемами мы можемъ различать степени теплового состоянія тѣла или *градусы его температуры*, какъ говорятъ. Здѣсь естественно являются вопросы: чѣмъ обусловливается тепловое состояніе тѣла? что такое теплота? что значитъ нагрѣть или охладить тѣло? но эти вопросы, вообще очень трудные, требуютъ такого обширнаго знакомства съ фактами, что мы ихъ оставимъ пока въ сторонѣ и постараемся—на сколько это возможно—отвѣтить на нихъ въ концѣ настоящаго отдѣла; теперь же достаточно напомнить то, что извѣстно каждому изъ ежедневнаго опыта: для нагрѣванія тѣла надо его привести въ соприкосновеніе съ тѣломъ болѣе нагрѣтымъ (напр. съ горячею водою, съ пламенемъ и т. п.), а для охлажденія — съ тѣломъ менѣе нагрѣтымъ (напр. съ холоднымъ воздухомъ, со льдомъ и т. п.). Въ обоихъ случаяхъ, какъ говорятъ, теплота переходитъ изъ болѣе нагрѣтаго тѣла въ менѣе нагрѣтое.

Обратимся теперь къ вопросу о способахъ, при помощи которыхъ различаютъ степени теплового состоянія тѣла или *опредѣляютъ его температуру*. Опыты показали, что тепловое состояніе тѣла вліяетъ на всѣ его свойства, что съ измѣненіемъ теплового состоянія тѣла (т. е. съ нагрѣваніемъ его или охлажденіемъ) всѣ его свойства измѣняются; такъ плотность тѣла, упругость, цвѣтъ и т. д. измѣняются съ измѣненіемъ его температуры; любое изъ этихъ свойствъ мы можемъ выбрать за указатель теплового состоянія тѣла; выгоднѣе, понятно, выбрать такое свойство тѣла, которое бы замѣтнѣе другихъ измѣнялось съ повышеніемъ или пониженіемъ температуры и которое было бы легко доступно наблюденію; ни одно изъ указанныхъ выше свойствъ этимъ условіямъ не удовлетворяетъ; но опытъ показалъ, что съ нагрѣваніемъ всѣ тѣла увеличиваютъ свои размѣры (удлиняются, расширяются); далѣе оказалось, что измѣненіе размѣровъ тѣла въ извѣстныхъ случаяхъ удобно наблюдать, можно даже измѣрять; поэтому чаще всего за измѣненіемъ температуры тѣла слѣдятъ по его размѣрамъ.

Приведемъ рядъ опытовъ, доказывающихъ, что съ нагрѣваніемъ тѣла его размѣры измѣняются.

1) Металлическій стержень при нагрѣваніи удлиняется. Замѣтить непосредственно это удлиненіе все-таки нельзя; оно для этого слишкомъ мало; но его можно обнаружить различными способами; простѣйшій изъ нихъ состоитъ въ слѣдующемъ: металлическую трубку ab (фиг. 211) въ 1 или 1,5m. длины располагаютъ горизонтально, при чемъ лѣвый конецъ дѣлаютъ неподвижнымъ, а правый конецъ кладутъ на горизонтальную и перпендикулярную къ трубкѣ иголку c, лежащую на верхней сторонѣ деревяннаго бруска k. На свѣшивающійся съ бруска конецъ этой иголки надѣваютъ бумажный кружокъ d, одна половина котораго бѣлая, другая черная; сзади этого кружка помѣщается бумажка e также наполовину бѣлая, наполовину черная. Понятно, что если мы передвинемъ трубку ab вправо, то она треніемъ повернетъ иголку около ея оси, вслѣдствіе чего кружокъ d повернется по стрѣлкѣ часовъ; если же подвинемъ трубку ab влѣво, то кружокъ d повернется въ противоположную сторону; эти вращенія кружка легко замѣтить по перемѣщенію его раздѣльной линіи относительно раздѣльной линіи бумажки e. Будемъ теперь нагрѣвать трубку ab (пропуская чрезъ нее водяной паръ); кружокъ повертывается при этомъ по стрѣлкѣ часовъ, изъ чего заключаемъ,



Фиг. 211.

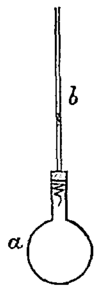
что *при нагрѣваніи трубка удлиняется;* при охлажденіи трубки, кружокъ вращается въ противоположную сторону; слѣдовательно при *охлажденіи трубка укорачивается.*

2) Возьмемъ теперь сдѣланные изъ одного металла цилиндрическій сосудъ и плотно въ него входящій цилиндръ. Если нагрѣть одинъ цилиндръ, то онъ не станетъ входить въ сосудъ; слѣдовательно *при нагрѣваніи тѣло расширяется.* Если нагрѣть одинъ сосудъ, то цилиндръ будетъ входить въ него свободно; слѣдовательно *съ нагрѣваніемъ сосуда емкость его увеличивается.* Если наконецъ нагрѣвать одинаково сосудъ и цилиндръ, то послѣдній всегда будетъ плотно входить въ первый; отсюда заключаемъ, что *при нагрѣваніи сосуда, емкость его измѣняется также, какъ объемъ сплошного тѣла, его наполняющаго и сдѣланнаго изъ того же матеріала.*

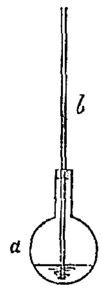
3) Расширеніе жидкостей при нагрѣваніи можно обнаружить слѣдующимъ образомъ: берутъ стеклянную колбу a (фиг. 212), наполненную жидкостью, и закрываютъ пробкою съ проходящею чрезъ нее трубкою b; нажимая пробку, часть жидкости выдавливаютъ въ трубку. Если теперь колбу a погрузить въ горячую воду, то въ первый моментъ мы замѣтимъ пониженіе уровня жидкости въ трубкѣ: въ началѣ нагрѣвается колба и емкость ея увеличивается; такъ что, пока жидкость не успѣетъ нагрѣться, уровень ея понижается; но вскорѣ затѣмъ жидкость сама нагрѣвается, расширяется (и притомъ сильнѣе стекла), и уровень ея въ трубкѣ поднимается. Обратимъ вниманіе на то, что въ описанномъ опытѣ все (или почти все) расширеніе жидкости приходится на узкій ея столбикъ, наполняющій трубку b, и потому являющееся какъ удлиненіе этого столбика; увеличивая емкость сосуда a и суживая трубку b, это удлиненіе можно сдѣлать какъ угодно большимъ и потому легко замѣтнымъ.

4) Для доказательства расширенія газовъ возьмемъ опять колбу a (фиг. 213), въ которую нальемъ немного подкрашенной жидкости, остальное же пространство пусть занято испытуемымъ газомъ; затѣмъ колбу закроемъ пробкою съ проходящею чрезъ нее трубкою b, нижній конецъ которой погрузимъ въ жидкость, налитую въ колбу; при нагрѣваніи газа, послѣдній расширяется и вытѣсняетъ жидкость изъ колбы въ трубку.

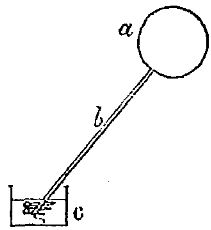
5) Расширеніе газа отъ нагрѣванія можно обнаружить еще инымъ опытомъ; возьмемъ стеклянную трубку b (фиг. 214), на одномъ



Фиг. 212.



Фиг. 213.



Фиг. 214.

концѣ которой выдутъ резервуаръ a; пусть этотъ резервуаръ и трубка наполнены воздухомъ; опустимъ открытый конецъ трубки въ сосудъ c съ водою и станемъ нагрѣвать резервуаръ: изъ трубки по водѣ подымаются пузыри воздуха; при нагрѣваніи послѣдній расширяется и выходитъ изъ резервуара и трубки.

Всѣ эти опыты указываютъ, что при нагрѣваніи тѣла расширяются, а при охлажденіи сжимаются. Обратное заключеніе тоже справедливо: *если какое нибудь тѣло расширяется, то оно въ то же время нагрѣвается, и температура его повышается; если же тѣло сжимается, то температура его понижается; если объемъ тѣла не измѣняется, то температура его остается постоянною.*

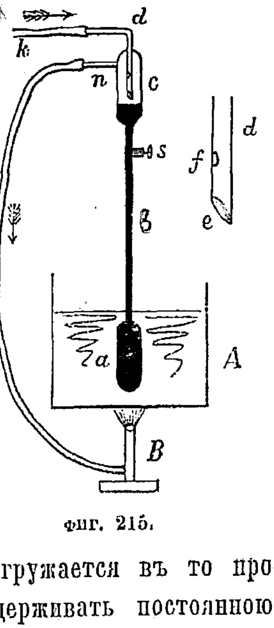
§ 2. Расширеніемъ тѣлъ отъ нагрѣванія объясняются многія явленія; имъ же часто пользуются на практикѣ.

Извѣстно, что при неравномѣрномъ нагрѣваніи стеклянная посуда легко лопается; дѣло въ томъ, что при такомъ нагрѣваніи стекло расширяется неравномѣрно, и потому измѣняетъ свою форму; но стекло хрупко, и небольшое измѣненіе его формы вызываетъ его разрушеніе.

Экипажныя колеса дѣлаются изъ нѣсколькихъ кусковъ дерева, которые надо крѣпко соединить вмѣстѣ; но ни склеить, ни свинтить ихъ нельзя; для этого берутъ желѣзный обручъ, внутренній діаметръ котораго былъ бы нѣсколько меньше внѣшняго діаметра деревяннаго колеса; обручъ сильно нагрѣваютъ (до 400° или 500°), при чемъ діаметръ его увеличивается, и онъ свободно надѣвается на колесо; затѣмъ при охлажденіи обручъ уменьшается въ своемъ діаметрѣ и крѣпко сжимаетъ деревянные куски колеса, соединяя ихъ въ одно цѣлое.

При постройкахъ, въ которыхъ употребляютъ разнородный матеріалъ, надо принимать во вниманіе ихъ расширеніе отъ нагрѣванія, иначе постройки могутъ разрушиться. При укладкѣ желѣзно-дорожныхъ рельсъ нужно оставить нѣкоторый промежутокъ между каждыми двумя рельсами; иначе при повышеніи температуры рельсы, удлиняясь, упрутся другъ въ друга концами, приподнимутся по серединѣ и изогнутся.

Расширеніемъ жидкостей тоже часто пользуются; ограничимся здѣсь указаніемъ на устройство такъ называемыхъ *термостатовъ*. Часто требуется нагрѣть данное пространство (напр. сосудъ съ жидкостью) не выше извѣстной температуры; если бы подъ сосудъ A (фиг. 215) подставить газовую горѣлку B, то налитая въ него жидкость нагрѣлась бы до кипѣнія; чтобы температура жидкости не поднималась выше опредѣленной, горѣлку соединяютъ не прямо съ газовымъ краномъ, а при посредствѣ термостата, который погружаютъ въ жидкость сосуда A. Термостатъ состоитъ изъ стеклянной трубки b съ двумя резервуарами a и c на концахъ; въ верхій резервуаръ впаяна трубочка d, соединяющаяся каучукомъ k съ газовымъ краномъ; сбоку нижній конецъ этой трубки изображенъ въ бо́льшемъ видѣ; нижній конецъ d трубки срѣзанъ вкось; нѣсколько выше имѣется отверстіе f; резервуаръ c имѣетъ кромѣ того боковую трубку n, которую соединяютъ каучукомъ l съ горѣлкою B. Нижній резервуаръ a термостата, трубка b и часть резервуара c наполнены ртутью.



Фиг. 215.

Термостатъ нижнимъ своимъ резервуаромъ погружается въ то пространство, температуру котораго хотятъ поддерживать постоянною. Пока въ термостатѣ ртуть не доходитъ до трубки d, газъ протекаетъ чрезъ отверстія e и f; но если температура жидкости въ A значительно повысится и ртуть расширится, вслѣдствіе чего уровень ея поднимется, то отверстіе e закроется отчасти или все, отчего притокъ газа къ горѣлкѣ уменьшится, а потому и сосудъ A будетъ меньше нагрѣваться. Замѣтимъ еще, что сбоку термостата имѣется трубочка, въ которую входитъ винтъ s, при помощи котораго, когда вода резервуара нагрѣется до желаемой температуры, уровень ртути поднимаютъ до конца трубки d.

Расширеніемъ газовъ при нагрѣваніи пользуются для того, чтобы разрѣдить воздухъ въ какомъ нибудь пространствѣ. Всѣмъ извѣстно, что если въ стаканъ бросить зажженную бумагу и, опрокинувъ, опустить его отверстіемъ въ воду, то чрезъ нѣкоторое время вода поднимется въ стаканъ; дѣло въ томъ, что горящая бумага нагрѣваетъ воздухъ стакана, который при этомъ расширяется и отчасти выходитъ изъ стакана; когда остальной воздухъ охладится и сожмется, на мѣсто вышедшаго воздуха въ стаканъ входитъ вода, вгоняемая туда давленіемъ внѣшней атмосферы. Этимъ же способомъ пользуются для наполненія жидкостью узкихъ запаянныхъ съ одного конца трубокъ, напр. термометрическихъ: трубку слегка нагрѣваютъ и открытымъ концомъ опускаютъ въ жидкость; когда воздухъ въ трубкѣ охладится и сожмется, въ нее поднимется жидкость, которая и займетъ часть трубки; затѣмъ опять нагрѣваютъ трубку, опять погружаютъ ея открытый конецъ въ жидкость и т. д.

§ 3. Изъ всего сказаннаго ясно, что для опредѣленія температуры тѣла слѣдовало бы измѣрять его объемъ. Впрочемъ въ большинствѣ случаевъ слѣдить за температурою даннаго тѣла по его объему неудобно; тогда это дѣлаютъ измѣреніемъ объема другого образцоваго тѣла (опредѣленнаго вещества и особой формы), имѣющаго ту же температуру, что и данное. Это возможно на основаніи того опытнаго положенія, что *когда тѣла разныхъ температуръ приведены въ соприкосновеніе, то болѣе теплое нагрѣваетъ болѣе холодное (т. е. передаетъ ему часть своей теплоты), а само охлаждается до тѣхъ поръ, пока ихъ температуры не сравняются.*

Положимъ, что имѣемъ образцовое тѣло, объемомъ котораго будемъ опредѣлять его температуру; такое тѣло условимся называть *термометромъ.* Для опредѣленія температуры какого нибудь тѣла, приведемъ съ нимъ въ соприкосновеніе термометръ; если температура даннаго тѣла выше температуры термометра, то первое будетъ охлаждаться, а послѣдній нагрѣваться и расширяться, пока температуры ихъ не сравняются и пока объемъ термометра не сдѣлается неизмѣннымъ; тогда измѣряютъ объемъ термометра; этотъ объемъ дастъ мѣру температуры какъ его самого, такъ и соприкасающагося съ нимъ тѣла.

Какое же тѣло выбрать за образцовое и какъ измѣрять его объемъ? такъ какъ твердыя тѣла расширяются гораздо меньше жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ, то за термометрическое вещество слѣдуетъ брать жидкость или газъ. Нѣкоторыя соображенія, въ которыя мы не будемъ вдаваться, высказываются въ пользу газовъ; вслѣдствіе этого устраиваютъ *газовые термометры*, которые мы опишемъ ниже. На практикѣ удобнѣе *ртутные термометры*, въ которыхъ за термометрическое вещество берется ртуть. Что же касается до формы нашей образцовой жидкости, то всего выгоднѣе, чтобы она была налита въ нерасширяющійся или мало расширяющійся резервуаръ съ припаянною къ ней капиллярною трубкою. При нагрѣваніи наша жидкость (заключенная въ нерасширяющійся сосудъ) будетъ расширяться только въ капиллярную трубку; такъ что по удлиненію столбика жидкости въ трубкѣ можно судить о расширеніи ртути; при остальныхъ равныхъ условіяхъ это удлиненіе столбика ртути будетъ тѣмъ больше, чѣмъ емкость сосуда больше и чѣмъ у́же трубочка. Такъ какъ трубочка должна быть прозрачна, то стекло является единственнымъ матеріаломъ для термометрическаго сосуда; къ тому же стекло расширяется меньше большинства другихъ твердыхъ тѣлъ.

§ 4. Для приготовленія ртутнаго термометра берутъ стеклянную правильно-цилиндрическую трубочку ab (фиг. 216) съ капиллярнымъ каналомъ, на одномъ концѣ которой выдуваютъ резервуаръ c; резервуаръ и часть трубки надо наполнить ртутью; но налить туда ртуть нельзя, такъ какъ каналъ трубки слишкомъ узокъ; вслѣдствіе этого наполненіе термометра ртутью дѣлается по вышеописанному способу (§ 2): предварительно нагрѣваютъ резервуаръ такъ, чтобы воздухъ тамъ находящійся расширился и отчасти вышелъ наружу чрезъ открытый верхній конецъ трубки; затѣмъ этотъ конецъ трубки опускаютъ въ ртуть; когда воздухъ въ резервуарѣ и въ трубочкѣ охладится и сожмется, наружный воздухъ своимъ давленіемъ заставитъ ртуть войти въ трубочку и въ резервуаръ; если сразу весь приборъ не наполнится ртутью, то операцію

Фиг. 216.

повторяютъ нѣсколько разъ; когда весь резервуаръ и часть трубочки будутъ наполнены ртутью, то послѣднюю еще долго и сильно нагрѣваютъ, чтобы удалить весь воздухъ изъ ртути и изъ трубочки, которая при этомъ наполняется парами ртути (ср. Гл. XVII); затѣмъ трубочку запаиваютъ, и термометръ нашъ готовъ.

Наконецъ приступаютъ къ опредѣленію *постоянныхъ точекъ* термометра. Для этого резервуаръ термометра погружаютъ въ тающій ледъ; ртуть термометра охлаждается до температуры тающаго льда и сжимается; въ томъ мѣстѣ трубки, гдѣ при этомъ останавливается верхній конецъ ртутнаго столбика, дѣлаютъ поперечную черточку, которую обозначаютъ цифрою „0“. Затѣмъ термометръ погружаютъ въ кипящую воду; ртуть термометра нагрѣвается и расширяется; въ томъ мѣстѣ трубки, гдѣ при этомъ останавливается верхній конецъ ртутнаго столбика, дѣлаютъ опять мѣтку, которую обозначаютъ цифрою „100“. Противъ этихъ дѣленій ртуть останавливается всегда, когда только мы его вносимъ въ тающій ледъ или въ кипящую воду; отсюда заключаемъ, что температура тающаго льда и кипящей воды постоянны. Первую изъ этихъ температуръ условились называть „нуль градусовъ“ и обозначать „0°“, а вторую—„сто градусовъ“ и обозначать „100°“. Промежуточную емкость трубки термометра дѣлятъ на 100 равныхъ частей поперечными черточками и противъ нихъ ставятъ цифры 1, 2, 3, ... Когда конецъ ртутнаго столбика находится напр. противъ 35-го дѣленія, то *условимся* говорить, что термометръ показываетъ температуру 35° и т. д. Если дѣленіе трубки продолжить въ такомъ же масштабѣ выше сотой и ниже нулевой черты, то можно опредѣлять температуры выше 100° и ниже 0°; послѣднія считаются *отрицательными*.

То раздѣленіе термометра или та *термометрическая шкала*, которую мы описали, была предложена шведскимъ ученымъ Цельзіемъ, а потому называется *Цельзіевою* или *стоградусною шкалою*. Иногда употребляютъ шкалы Реомюра и Фаренгейта. Въ шкалѣ Реомюра температура тающаго льда обозначена 0°, а точка кипѣнія воды обозначена 80°; такимъ образомъ 1° Р. = 5/4 Ц. и 1° Ц. = 4/5 Р. Фаренгейтъ температуру тающаго льда назвалъ 32°, а точку кипѣнія воды 212°; такимъ образомъ 1° Ф. = 5/9 Ц. = 4/9 Р.

Понятно, что ртутные термометры годны только до тѣхъ поръ, пока ртуть остается въ жидкомъ состояніи; но ртуть замерзаетъ при

— 40° Ц., вслѣдствіе чего ртутными термометрами нельзя пользоваться для опредѣленія болѣе низкихъ температуръ; въ такихъ случаяхъ вмѣсто ртути надо брать другую жидкость, отвердѣвающую при болѣе низкой температурѣ; *спиртовые термометры* могутъ служить для опредѣленія температуръ до — 90° Ц. Для опредѣленія еще болѣе низкихъ температуръ употребляютъ газовые термометры, о которыхъ мы будемъ говорить впослѣдствіи.

Ртуть кипитъ при 358° Ц.; слѣдовательно обыкновеннымъ ртутнымъ термометромъ нельзя опредѣлять температуры выше этого градуса; впрочемъ если надъ ртутью термометра находится не пустота, а какой нибудь газъ, напр. угольная кислота, который при расширеніи ртути сжимается и своею упругостью задерживаетъ кипѣніе ртути, то ртутный термометръ можно примѣнять къ опредѣленію температуръ даже до 550° Ц. *Обыкновенное стекло начинаетъ размягчаться при 440°*; одинъ сортъ такъ называемаго іенскаго стекла можно нагрѣвать до 550°; выше этой температуры термометры, приготовленные изъ стекла, употреблять нельзя.

§ 5. Для медицинскихъ цѣлей употребляется такъ называемый *максимальный термометръ*, показывающій наибольшую температуру, до которой онъ передъ тѣмъ нагрѣлся. Простѣйшій максимальный термометръ устроенъ, какъ обыкновенный, только отъ столбика ртути отдѣлена капля, раздѣляемая отъ перваго небольшимъ пузырькомъ воздуха; при повышеніи температуры столбикъ ртути удлиняется, сжимаетъ воздухъ и гонитъ передъ собою ртутную каплю, а при пониженіи температуры столбикъ ртути укорачивается, капля же остается на своемъ мѣстѣ и верхній ея конецъ показываетъ наибольшую температуру, до которой нагрѣвался термометръ. Для вторичнаго употребленія термометра нужно его встряхнуть: тогда капля ртути опустится до ртутнаго столбика.

§ 6. Термометръ есть одинъ изъ важнѣйшихъ физическихъ приборовъ. Онъ былъ изобрѣтенъ Галилеемъ между 1592 и 1597 годами; въ біографіи знаменитаго ученаго, написанной его ученикомъ Вивіани, сказано: „Галилей изобрѣлъ термометръ, т. е. такой стеклянный приборъ съ водою и воздухомъ, который показываетъ измѣненіе тепла и холода или перемѣну температуры мѣста“. Приборъ Галилея былъ открытый воздушный термометръ; затѣмъ стали его дѣлать закрытымъ, т. е. такой формы, какую ему даютъ и теперь. На термометрѣ отмѣчали наибольшую температуру лѣта и наименьшую зимы; разстояніе между соотвѣтственными черточками дѣлили на равныя части; въ 1665 г. Гюйгенсъ описалъ термометръ, наполненный ртутью, съ постоянными точками таянія льда и кипѣнія воды.

ГЛАВА XIV.

Термическіе коэффиціенты длины и объема.

§ 1. При нагрѣваніи тѣла объемъ его увеличивается. Положимъ, что при 0^0 тѣло имѣетъ объемъ v_0 и что при нагрѣваніи на одинъ градусъ каждая единица его объема увеличивается на α и потому обращается въ $1 + \alpha$; слѣдовательно первоначальный объемъ v_0 обращается въ $v_1 = v_0(1 + \alpha)$; при нагрѣваніи тѣла объема v_0 на два градуса или, что все равно, при нагрѣваніи тѣла объема v_1 на одинъ градусъ, объемъ его становится $v_2 = v_1(1 + \alpha) = v_0(1 + \alpha)^2$; и вообще при нагрѣваніи тѣла объема v_0 на t^0 получаемъ объемъ $v_t = v_0(1 + \alpha)^t$ или

$$(1) \qquad v_t = v_0\left(1 + \alpha t + \alpha^2 \frac{t \,.\, t - 1}{1 \,.\, 2} + \cdots\right)$$

Но α, какъ мы увидимъ ниже, обыкновенно очень малая дробь, высшими степенями которой можно пренебречь, въ сравненіи съ единицею; такимъ образомъ въ большинствѣ случаевъ можно ограничиться первыми двумя членами предыдущаго ряда и принять:

$$(2) \qquad v_t = v_0(1 + \alpha t).$$

Величина α называется *термическимъ коэффиціентомъ объема* даннаго вещества и означаетъ приращеніе единицы объема даннаго вещества при нагрѣваніи его на 1^0 Ц. Выраженіе $1 + \alpha t$ называется *биномомъ термическаго расширенія* даннаго вещества между данными температурами (въ нашемъ случаѣ между 0^0 и t^0).

Уравненіе (2) опредѣляетъ объемъ тѣла при t^0 по его объему при 0^0; объемъ v_t получается изъ v_0 помноженіемъ его на соотвѣтствующій биномъ расширенія. Это правило можно обобщить и на случай вычисленія объема v_t по объему $v_{t'}$, какъ это легко видѣть изъ слѣдующихъ соображеній: пользуясь уравненіемъ (2) можно написать

$$v_t = v_0(1 + \alpha t),\ v_{t'} = v_0(1 + \alpha t');$$

раздѣляя эти уравненія и откидывая высшія степени α, находимъ

$$v_t = v_{t'}[1 + \alpha(t - t')]. \tag{3}$$

§ 2. Вслѣдствіе нагрѣванія измѣняется не только объемъ тѣла, но и его плотность.

Пусть тѣло массы m имѣетъ объемъ v_0 при 0^0 Ц. и плотность d_0, такъ что $m = v_0 d_0$; пусть при t^0 объемъ и плотность его будутъ v_t и d_t; такъ какъ масса тѣла постоянна, то $m = v_t d_t$; раздѣляя эти уравненія, получимъ $d_t / d_0 = v_0 / v_t$ или, по (2),

$$d_t = \frac{d_0}{1 + \alpha t}, \tag{4}$$

т. е. *плотность тѣла обратно пропорціональна соотвѣтствующему биному расширенія.*

Если въ сосудъ съ холодною водою налить горячую воду, то послѣдняя, какъ менѣе плотная, будетъ плавать на холодной водѣ; это легко обнаружить, если нагрѣтую воду предварительно подкрасить.

§ 3. Можно разсматривать также и *термическій коэффиціентъ длины*. Пусть каждая единица длины стержня увеличивается на β съ нагрѣваніемъ на каждый градусъ; тогда, разсуждая по прежнему, найдемъ, что стержень, имѣющій при 0^0 длину l_0, при t^0 имѣетъ длину

$$l_t = l_0(1 + \beta t). \tag{5}$$

Между термическими коэффиціентами длины и объема существуетъ простая зависимость. Представимъ себѣ кубъ, стороны котораго равны одному сантиметру, а объемъ одному кубическому сантиметру; при нагрѣваніи на одинъ градусъ ребра куба обращаются въ $1 + \beta$, а объемъ въ $(1 + \beta)^3$; съ другой стороны объемъ нагрѣтаго куба можно представвить какъ $1 + \alpha$, гдѣ α его термическій коэффиціентъ объема; такимъ образомъ получаемъ два выраженія для объема нашего куба, такъ что можемъ написать $(1 + \beta)^3 = 1 + \alpha$; отсюда, пренебрегая второю и третьею степенями β, имѣемъ

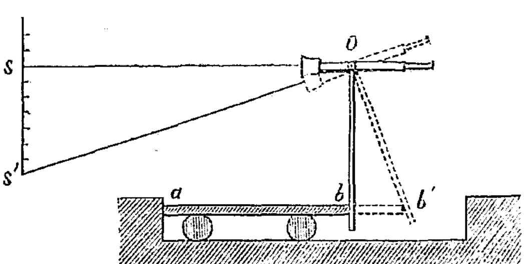
$$\alpha = 3\beta, \tag{6}$$

т. е. *термическій коэффиціентъ объема тѣла равенъ его утроенному коэффиціенту длины.*

Иногда термическій коэффиціентъ длины опредѣляется на опытѣ легче коэффиціента объема; тогда послѣдній вычисляется изъ перваго при помощи уравненія (6).

§ 4. Термическій коэффиціентъ длины для каждаго вещества имѣетъ особое значеніе; въ этомъ легко убѣдиться простымъ опытомъ: возьмемъ спаянныя по своей длинѣ двѣ полосы — одну желѣзную, другую мѣдную: если эта двойная полоса сперва прямая, то при сильномъ нагрѣваніи она искривляется, что и доказываетъ, что одинъ изъ нашихъ металловъ удлинился больше другого. Опишемъ теперь опытные пріемы опредѣленія термическихъ коэффиціентовъ длины и объема. Начнемъ съ твердыхъ тѣлъ, для которыхъ опредѣляютъ коэффиціентъ длины. Служащій для того приборъ, изобрѣтенный Лавуазье и Лапласомъ, въ сущности ничѣмъ не отличается отъ того, который былъ описанъ выше (XIII, § 1).

Испытуемый стержень ab (фиг. 217) располагается горизонтально; лѣвый его конецъ укрѣпляется неподвижно, а другой упирается въ рычагъ Ob, удобоподвижный около горизонтальной оси, проходящей чрезъ точку O. Къ верхнему концу этого рычага прикрѣпляется зрительная труба, чрезъ которую смотрятъ на вертикальную линейку ss', раздѣленную на равныя части. Если испытуемый стержень нагрѣть, то онъ удлинится и отклонитъ рычагъ въ Ob'; вмѣстѣ съ



Фиг. 217.

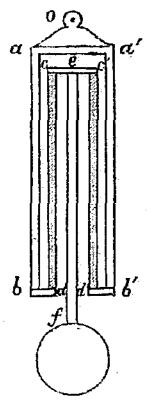
тѣмъ наклонится и зрительная труба; если сперва въ нее видно было дѣленіе s линейки, то теперь видно другое дѣленіе s'. Такъ какъ треугольники bOb' и sOs' подобны, то $bb'/Ob = ss'/Os$; отсюда нетрудно опредѣлить термическій коэффиціентъ длины нашего стержня: назовемъ длину стержня l; число градусовъ, на которое онъ нагрѣвается въ нашемъ опытѣ, — t; длину рычага Ob — r, разстояніе трубы отъ вертикальной линейки s чрезъ d; разстояніе ss' между визируемыми дѣленіями линейки чрезъ σ; тогда $bb' = l\beta t$, $Ob = r$, $ss' = \sigma$ и $Os = d$, такъ что $\beta = r\sigma / ldt$.

Приведемъ значенія термическаго коэффиціента длины различныхъ тѣлъ:

желѣзо	$\beta = 0{,}0000118$	золото	$\beta = 0{,}0000144$
мѣдь	$0{,}0000172$	серебро	$0{,}0000192$
цинкъ	$0{,}0000292$	стекло	$0{,}0000086$.

§ 5. Различіемъ термическихъ коэффиціентовъ твердыхъ тѣлъ пользуются для устройства нѣкоторыхъ снарядовъ; опишемъ одинъ изъ нихъ — уравнительный маятникъ.

Секундная стрѣлка часовъ, какъ мы уже знаемъ (V, § 5), перемѣщается на одно дѣленіе съ каждымъ качаніемъ маятника; поэтому скорость движенія стрѣлки или ходъ часовъ зависитъ отъ продолжительности качанія маятника, а слѣдовательно отъ его длины; но съ температурою длина маятника измѣняется; слѣдовательно ходъ часовъ зависитъ отъ температуры: часы „идутъ впередъ“ при низкой температурѣ и „отстаютъ“ при высокой; впрочемъ можно устроить такъ называемый *уравнительный маятникъ*, длина, а потому и продолжительность качаній котораго не измѣняются съ температурою; ходъ часовъ, снабженныхъ уравнительнымъ маятникомъ, не зависитъ отъ температуры. Уравнительный маятникъ состоитъ изъ трехъ желѣзныхъ стержней ab, $a'b'$ и ef и двухъ мѣдныхъ cd и $c'd'$ (фиг. 218); концы этихъ продольныхъ стержней укрѣплены въ поперечныя перекладины aa', bd, $b'd'$ и cc'; пусть маятникъ качается около горизонтальной оси, проходящей чрезъ точку O, которая неподвижна; назовемъ длины $ab = a'b' = l_1$, $cd = c'd' = l_2$ и $ef = l_3$. Съ нагрѣваніемъ стержни наши удлиняются, но ихъ удли-



Фиг. 218.

ненія имѣютъ различныя вліянія на длину самого маятника, т. е. на разстояніе Of: отъ удлиненія крайнихъ и внутренняго стержней маятникъ тоже удлиняется, а отъ удлиненія однихъ среднихъ стержней cd и $c'd'$ маятникъ укорачивается; такъ что если l_1, l_2, l_3 означаютъ длины нашихъ стержней при 0°, то при нагрѣваніи на t^0 длина нашего маятника увеличивается на $(l_1 + l_3)\beta_1 t - l_2\beta_2 t$, гдѣ β_1 означаетъ термическій коэффиціентъ длины желѣза, а β_2 — термическій коэффиціентъ мѣди. Если выбрать длины нашихъ стержней такъ, чтобы

$$(l_1 + l_3)\beta_1 - l_2\beta_2 = 0,$$

то длина нашего маятника не будетъ измѣняться съ температурою, и продолжительность его качаній будетъ постоянна.

§ 6. Опредѣленіе термическаго коэффиціента объема жидкости встрѣчаетъ одно затрудненіе; дѣло въ томъ, что жидкость всегда заключена въ сосудъ; при нагрѣваніи не только жидкость расширяется, но и емкость сосуда, въ которомъ она заключена, увеличивается. Пусть жидкость налита въ цилиндрическій сосудъ, раздѣленный на части равныхъ емкостей; по числу этихъ дѣленій, занимаемыхъ жидкостью, можно судить объ ея объемѣ; пусть при 0° жидкость занимаетъ N дѣленій, а при нагрѣваніи на 1° она расширяется еще на n дѣленій; еслибы емкость сосуда не измѣнялась, то n/N было бы термическимъ коэффиціентомъ объема данной жидкости; но сосудъ тоже расширяется, и потому предыдущая дробь служитъ мѣрою лишь для *кажущагося расширенія* жидкости; будемъ эту дробь называть кажущимся термическимъ коэффиціентомъ объема жидкости и обозначимъ его чрезъ γ:

$$\gamma = \frac{n}{N}.$$

Этотъ коэффиціентъ не слѣдуетъ смѣшивать съ истиннымъ термическимъ коэффиціентомъ объема жидкости, α. Если при 0° жидкость имѣемъ объемъ N, то при 1° она, понятно, имѣетъ объемъ $N(1 + \alpha)$. Но теперь жидкость занимаетъ $N + n$ дѣленій сосуда; пусть при этомъ емкость каждаго дѣленія сосуда при 0° равна единицѣ; если назвать чрезъ α' термическій коэффиціентъ объема того вещества, изъ котораго сдѣланъ сосудъ, то емкость одного дѣленія при 1° будетъ $1 + \alpha'$ (XIII, § 1); а емкость той части сосуда, которая занята жидкостью,

$=(N+n)(1+\alpha')$. Мы имѣемъ такимъ образомъ два выраженія для одного и того же объема и потому можемъ написать:

$$N(1+\alpha)=(N+n)(1+\alpha'),$$

откуда, раздѣляя все уравненіе на N,

$$1+\alpha=\left(1+\frac{n}{N}\right)(1+\alpha')=(1+\gamma)(1+\alpha')$$

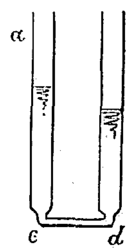
или, раскрывая скобки и откидывая $\gamma\alpha'$, какъ очень малую величину сравнительно съ остальными,

$$\alpha=\gamma+\alpha',$$

т. е. *истинный термическій коэффиціентъ объема жидкости равенъ суммѣ кажущагося коэффиціента жидкости и коэффиціента объема сосуда.*

Впрочемъ расширеніе жидкостей можно изслѣдовать независимо отъ расширенія сосуда, именно при помощи сообщающихся сосудовъ.

Способъ сообщающихся сосудовъ былъ предложенъ Дюлонгомъ и Пти; онъ основанъ на томъ гидростатическомъ законѣ, что въ сообщающихся сосудахъ высоты жидкостей обратно пропорціональны ихъ плотностямъ, независимо отъ формы этихъ сосудовъ. Возьмемъ двѣ стеклянныя трубки a и b (фиг. 219), сообщающіяся горизонтальною cd, и наполнимъ ихъ какою нибудь жидкостью; когда обѣ трубки нагрѣты до одной температуры, жидкость въ нихъ стоитъ на одномъ уровнѣ; окружимъ теперь трубку b тающимъ льдомъ, а трубку a — кипящею водою; тогда плотность жидкости въ a уменьшится, и уровень ея здѣсь повысится, а въ трубкѣ b — опустится. Если назовемъ h_1 и h_2 высоты (считаемыя отъ cd) уровней въ b и a, d_0 и d_t плотности жидкостей въ этихъ трубкахъ, тогда (X, § 6)



Фиг. 219.

$$h_1 d_0 = h_2 d_t;$$

но, какъ мы знаемъ (§ 2) $d_0 = d_t(1+\alpha t)$; слѣдовательно

$$\alpha=\frac{h_2-h_1}{h_1 t}.$$

Приведемъ числовыя значенія α для нѣкоторыхъ жидкостей (между 0° и 100°).

Ртуть	$\alpha =$ 0,000182
Бромъ	0,001168
Уксусная кислота	0,001159
Бензолъ	0,001385.

§ 7. Устанавливая способъ опредѣленія температуры (XIII, § 4), мы условились считать, что температура измѣняется на 1° при расширеніи ртути на каждую сотую долю того объема, на который она расширяется при нагрѣваніи отъ 0° до 100°; иначе говоря, мы условились уже считать, что съ нагрѣваніемъ ртуть расширяется равномѣрно между 0° и 100°.

Такимъ образомъ объемъ ртути, v_t, при какой-нибудь температурѣ t можно представить формулою:

$$v_t = v_0(1 + 0{,}000182\,t).$$

Но другія жидкости расширяются неравномѣрно, и зависимость ихъ объема отъ температуры нельзя представить двучленною формулою; надо брать три и болѣе членовъ; такъ объемъ алкоголя представляется формулою:

$$v_t = v_0(1 + 0{,}00104139\,.\,t + 0{,}0000007836\,.\,t^2),$$

а объемъ воды:

$$v_t = v_0\{1 - 0{,}00006104\,(t - 4) + 0{,}00000772\,(t - 4)^2\}.$$

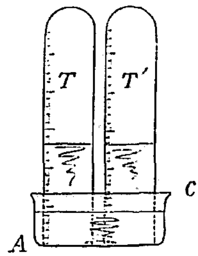
Понятно, что чѣмъ меньше коэффиціентъ при t^2 въ предыдущихъ формулахъ, тѣмъ жидкость расширяется равномѣрнѣе.

Вода представляетъ особенность, не встрѣчающуюся въ другихъ жидкостяхъ и состоящую въ томъ, что при *нагрѣваніи отъ 0° до 4° она сжимается и только при дальнѣйшемъ нагрѣваніи расширяется.* Такимъ образомъ *вода занимаетъ наименьшій объемъ и имѣетъ наибольшую плотность при 4° Ц.*

Важное свойство воды имѣть наименьшій объемъ при 4° Ц. легко обнаружить лекціоннымъ опытомъ; стоитъ только приготовить чувствительный водяной термометръ, увеличенное изображеніе котораго проложить на экранѣ; если постепенно охлаждать такой термометръ, то столбикъ воды въ немъ опускается лишь до 4°, а затѣмъ подымается.

§ 8. Перейдемъ теперь къ термическому расширенію газовъ.

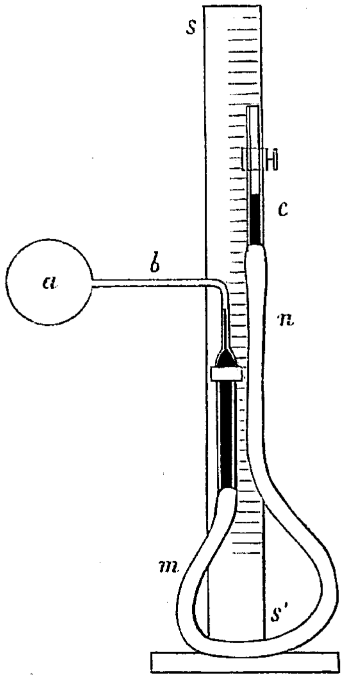
Гэ-Люссакъ, изслѣдовавшій этотъ вопросъ, открылъ законъ, извѣстный теперь подъ его именемъ и формулированный имъ такъ: *всѣ газы и пары при нагрѣваніи на одно число градусовъ расширяются одинаково.* Мы не будемъ останавливаться на измѣреніяхъ Гэ-Люссака, но приведемъ одинъ опытъ, которымъ онъ провѣрялъ непосредственно вытекающее изъ его закона слѣдствіе, а именно: *если при какой нибудь температурѣ два газа имѣютъ равные объемы, то и при всякой другой температурѣ они занимаютъ равные объемы.* Служившій ему для этого приборъ состоялъ изъ двухъ пневматическихъ ваннъ (XII, § 4) T и T', наполненныхъ ртутью и опущенныхъ въ одинъ сосудъ AC (фиг. 220); сосуды T и T' были сдѣланы изъ одной трубки, имѣли слѣдовательно одинакія емкости и были раздѣлены на равныя части. Въ одинъ изъ этихъ сосудовъ вводили до сотаго дѣленія атмосферный воздухъ, въ другой— до того же дѣленія испытуемый газъ (кислородъ, водородъ, азотъ, амміакъ, угольную кислоту или пары эфира); такимъ образомъ въ приборѣ имѣлось два газа въ равныхъ объемахъ. Затѣмъ весь приборъ помѣщался въ воздушную баню, температуру которой можно было по произволу повышать. При самомъ тщательномъ наблюденіи нельзя было замѣтить даже малѣйшей разницы въ расширеніи обоихъ газовъ.



Фиг. 220.

Приборъ, употребляемый теперь для изученія расширенія газовъ, былъ предложенъ Рудбергомъ; онъ состоитъ изъ стекляннаго резервуара a (фиг. 221), къ которому припаяна очень тонкая трубочка b, соединенная каучукомъ mn съ открытою трубкою c. Резервуаръ a и часть трубки b наполняются воздухомъ или испытуемымъ газомъ, а трубки c, mn и отчасти b — ртутью. Трубку c можно укрѣплять въ томъ или другомъ мѣстѣ вертикальной линейки ss', раздѣленной на равныя части; при помощи этой послѣдней можно измѣрять разстоянія между уровнями ртути въ трубкахъ b и c.

Если при нагрѣваніи газа давленіе на него поддерживать постояннымъ (для чего поднимаютъ или опускаютъ трубку c такъ, чтобы вертикальное разстояніе между уровнями ртути въ b и c не измѣнялось), то, какъ показываетъ опытъ, газъ увеличиваетъ свой объемъ на одну и ту же величину съ нагрѣваніемъ на каждый градусъ; такимъ образомъ если при 0° объемъ газа v_0, то при температурѣ t^0 и прежнемъ давленіи объемъ газа



Фиг. 221.

$$(7) \qquad v = v_0(1 + \alpha_p t),$$

гдѣ α_p называется *термическимъ коэффиціентомъ объема газа при постоянномъ давленіи.*

Газъ можно нагрѣвать еще иначе, именно при постоянномъ объемѣ; для этого слѣдовало бы резервуаръ c нашего прибора поднимать или опускать такъ, чтобы уровень ртути въ b не измѣнялся. При этомъ оказывается, что *газъ, находящійся при постоянномъ объемѣ, увеличиваетъ свою упругость съ нагрѣваніемъ.* Опытъ показалъ, что газъ, объемъ котораго поддерживается постояннымъ, увеличиваетъ свою упругость на одну и ту же величину съ нагрѣваніемъ на каждый градусъ; такимъ образомъ если при 0° упругость газа p_0, то при t^0 и прежнемъ объемѣ упругость газа

$$(8) \qquad p = p_0(1 + \alpha_v t),$$

гдѣ α_v называется *термическимъ коэффиціентомъ упругости газа при постоянномъ объемѣ.*

Опредѣливъ изъ опыта величины v_0, v и t, входящія въ уравненіе (7), найдемъ $\alpha_p = (v - v_0)/v_0 t$; опредѣливъ величины p_t, p_0 и t, входящія въ уравненіе (8), найдемъ $\alpha_v = (p - p_0)/p_0 t$. Гэ-Люссакъ первый измѣрилъ α_p и α_v для различныхъ газовъ и пришелъ къ заключенію, что $\alpha_v = \alpha_p$, т. е., что упругость газа при постоянномъ объемѣ и объемъ его при постоянномъ давленіи измѣняются по одному закону; тотъ и другой коэффиціенты мы будемъ вообще обозначать α. Далѣе оказалось, что α для всѣхъ газовъ одинаково и $= 1/273 = 0{,}00366$. Въ этомъ и состоитъ законъ Гэ-Люссака, который мы формулируемъ такъ: *для всѣхъ газовъ термическій коэффиціентъ объема и термическій коэффиціентъ упругости имѣютъ одно и то же значеніе, а именно* $1/273 = 0{,}00366$.

§ 9. Описанный снарядъ можетъ служить термометромъ; стоитъ только слѣдить за объемомъ воздуха въ резервуарѣ a, давленіе на который поддерживается постояннымъ, или же слѣдить за упругостью этого воздуха, поддерживая постояннымъ его объемъ; здѣсь термометрическое вещество — воздухъ или вообще газъ; поэтому и самый приборъ называется *воздушнымъ* или *газовымъ термометромъ*. Такъ какъ газы расширяются сильнѣе, чѣмъ жидкія тѣла, то газовые термометры чувствительнѣе ртутныхъ; съ другой стороны эти термометры имѣютъ еще и то преимущество, что воздухъ расширяется очень правильно и въ широкихъ предѣлахъ температуры сохраняетъ свое газообразное состояніе.

Представимъ себѣ, что воздухъ термометра, сохраняя постоянный объемъ, имѣетъ упругости p_0 и p при температурахъ 0° и t°; тогда по уравненію (8)

$$t = \frac{p - p_0}{p_0 \alpha}. \tag{9}$$

Эта температура по Цельзіевой шкалѣ, считаемая отъ точки замерзанія, которую принимаютъ за нуль. Можно условиться еще въ иной шкалѣ: пусть величина градуса будетъ та же, что въ Цельзіевой, но счетъ градусовъ будемъ вести не отъ точки замерзанія воды, а отъ точки, лежащей на $1/\alpha = 273$ градусовъ ниже (т. е. отъ точки -273° Ц.), которую примемъ за нуль новой шкалы. Такую термометрическую шкалу называютъ *абсолютною*.

Понятно, что въ абсолютной шкалѣ температура всегда выражается числомъ на 273 бо́льшимъ, чѣмъ въ Цельзіевой; такъ температура замерзанія воды есть 0° по Цельзію и 273° въ абсолютной шкалѣ; температура кипѣнія воды есть 100° по Цельзію и 373° въ абсолютной шкалѣ.

Теоретическими соображеніями доказывается, что тѣло не можетъ быть охлаждено ниже -273° Ц. или ниже 0° абсолютной шкалы; вслѣдствіе этого въ абсолютной шкалѣ всѣ температуры выражаются всегда положительными числами.

Обозначимъ черезъ T и t одну и ту же температуру по абсолютной и по Цельзіевой шкалѣ:

$$T = \frac{1}{\alpha} + t = \frac{1 + \alpha t}{\alpha};$$

вводя T въ уравненія (7) и (8), находимъ

$$(10) \qquad v = v_0 \alpha T, \qquad p = p_0 \alpha T.$$

Эти уравненія показываютъ, что *упругость газа при постоянномъ объемѣ и объемъ его при постоянномъ давленіи пропорціональны соотвѣтствующимъ абсолютнымъ температурамъ.*

§ 10. Законъ Бойля опредѣляетъ связь между объемомъ и давленіемъ газа при условіи постоянства температуры. Законъ Гэ-Люссака опредѣляетъ связь между объемомъ или давленіемъ съ одной стороны и температурою съ другой. Понятно, что должна существовать взаимная связь между этими тремя величинами: объемомъ, давленіемъ и температурою газа. Нетрудно найти эту связь.

Пусть при температурѣ t' и давленіи p' газъ занимаетъ объемъ v'; спрашивается: какой объемъ v займетъ нашъ газъ, если температура его и упругость станутъ t и p? Для рѣшенія вопроса положимъ, что газъ переходитъ изъ перваго состоянія во второе не непосредственно, а такимъ образомъ: изъ состоянія (v', p', t') онъ переходитъ сперва въ состояніе (v', p, θ), а затѣмъ уже въ состояніе (v, p, t). При первомъ измѣненіи состоянія объемъ газа остается постояннымъ, и потому по уравненію (8) можемъ написать:

$$\frac{p}{p'} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha \theta};$$

при второмъ же измѣненіи состоянія давленіе газа остается постояннымъ, и потому по уравненію (7) можемъ написать:

$$\frac{v}{v'} = \frac{1 + \alpha \theta}{1 + \alpha t'}.$$

Перемножая эти уравненія, находимъ

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = \frac{p'v'}{1+\alpha t'}$$

или, называя чрезъ m массу газа,

$$\frac{pv}{m(1+\alpha t)} = c, \tag{11}$$

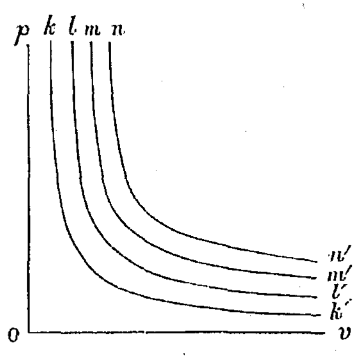
гдѣ c постоянное, имѣющее для каждаго газа свое числовое значеніе. Отсюда законъ Бойля и Гэ-Люссака: *произведеніе объема газа на его упругость, дѣленное на его биномъ расширенія, есть величина постоянная.*

Если чрезъ T назовемъ абсолютную температуру, соотвѣтствующую t^0 Ц., то $1+\alpha t = \alpha T$, такъ что предыдущее уравненіе обращается въ

$$\frac{pv}{mT} = C. \tag{11'}$$

Слѣдовательно законъ Бойля и Гэ-Люссака можно выразить еще такъ: *произведеніе объема газа на его упругость, дѣленное на его абсолютную температуру, есть величина постоянная.*

Законъ фанъ-деръ-Ваальса, который былъ приведенъ выше (XII, § 16) предназначается для замѣны закона Бойля и Гэ-Люссака, а не закона одного Бойля.



Фиг. 222.

§ 11. Примѣнимъ описанный выше (XII, § 12) способъ графическаго изображенія къ закону Бойля и Гэ-Люссака. Если при одной температурѣ получается кривая kk' (фиг. 222), то для другой температуры получается кривая ll'; и вообще каждой температурѣ соотвѣтствуетъ особая кривая, опредѣляющая состояніе газа; эти кривыя называются *изотермами.* Замѣтимъ, что двѣ изотермы нигдѣ не пересѣкаются; чѣмъ выше температура, тѣмъ соотвѣтствующая изотерма лежитъ выше на нашемъ чертежѣ.

§ 12. Разсмотримъ теперь вновь задачу о смѣшеніи газовъ. Пусть даны нѣсколько порцій одного газа или нѣсколько различныхъ газовъ, состоянія которыхъ будутъ: перваго v_1, p_1 и T_1, второго v_2, p_2 и T_2, ... ; смѣшаемъ всѣ эти газы въ одномъ общемъ объемѣ V, гдѣ они примутъ общую температуру T; какова будетъ тогда упругость P смѣси? Понятно, что упругости нашихъ газовъ p', p'', ..., когда они занимаютъ въ отдѣльности этотъ объемъ V и нагрѣты до температуры T, опредѣляются по (11') уравненіями $p_1v_1/T_1 = p'V/T$, $p_2v_2/T_2 = p''V/T$, ... ; по закону Дальтона (XII, § 18) искомая упругость

$$P = p' + p'' + \cdots = \frac{T}{V}\left(\frac{p_1v_1}{T_1} + \frac{p_2v_2}{T_2} + \cdots\right).$$

ГЛАВА XV.

Калориметрія.

§ 1. Изучивъ способы опредѣленія температуры, познакомимся теперь съ пріемами измѣренія количества тепла.

Если температура тѣла повышается, то тѣло получаетъ теплоту; наоборотъ, когда температура тѣла понижается, оно теряетъ часть своей теплоты. Понятно, что теряемая или пріобрѣтаемая теплота можетъ быть въ одномъ случаѣ больше, въ другомъ меньше; слѣдовательно мы можемъ говорить о *количествѣ тепла.*

Извѣстно, что при горѣніи отдѣляется теплота; при сгораніи нѣкоторой массы опредѣленнаго вещества, напр. одного килограмма каменнаго угля отдѣляется опредѣленное количество тепла; слѣдовательно массою каменнаго угля можно оцѣнивать количество тепла, отдѣляемое при его сгораніи. Но такой способъ измѣренія тепла въ физикѣ не употребляется; при научныхъ изслѣдованіяхъ *количество тепла оцѣниваютъ тѣмъ измѣненіемъ температуры, которое оно производитъ въ данномъ тѣлѣ опредѣленной массы, будучи ему сообщено или отъ него отнято.*

Слѣдующія простыя разсужденія помогутъ намъ установить пріемы измѣренія теплоты.

1) Если тѣлу сперва сообщить нѣкоторое количество тепла, а потомъ отнять (тѣмъ же способомъ) такое же количество, то въ состояніи тѣла не произойдетъ никакого измѣненія; между тѣмъ сообщеніе тепла тѣлу повышаетъ его температуру, а отнятіе тепла понижаетъ температуру; отсюда заключаемъ: *нѣкоторое количество тепла, будучи сообщено тѣлу, повышаетъ его температуру на столько, на сколько послѣдняя понижается, когда отнять отъ него (тѣмъ же способомъ) такое же количество тепла.*

2) *Сколько тепла одно тѣло теряетъ, столько его получаютъ окружающія тѣла* и наоборотъ.

3) Возьмемъ нѣкоторую массу воды при 20° Ц., и такую же массу воды при 10°; смѣшавъ обѣ порціи, получаемъ воду 15°, какъ показываетъ опытъ. При этомъ первая порція воды отдаетъ часть своей теплоты, охлаждаясь на 5°, отъ 20° до 15°, а вторая порція получаетъ эту теплоту и нагрѣвается на 5°, отъ 10° до 15°. На основаніи этого результата опыта и 1-го замѣчанія заключаемъ, что если нѣкоторое количество тепла, сообщенное тѣлу, нагрѣтому до 10°, повышаетъ его температуру на 5°, т. е. до 15°, то будучи сообщено тому же тѣлу, когда оно нагрѣто до 15°, это количество тепла повышаетъ его температуру до 20°, т. е. опять на 5°. Иначе говоря, если для нагрѣванія тѣла отъ 0° до 1° требуется ему сообщить теплоту c, то и для нагрѣванія отъ 1° до 2° ему надо сообщить такое же количество тепла; слѣдовательно для нагрѣванія тѣла на два градуса (напр. отъ 0° до 2°) ему надо сообщить вдвое больше тепла, чѣмъ для нагрѣванія на одинъ градусъ. И вообще теплота, сообщаемая тѣлу для его нагрѣванія отъ t° до t°, должна быть пропорціональна числу градусовъ, на которое тѣло нагрѣвается, т. е. $t_1 - t$. Съ другой стороны ясно, что для нагрѣванія на 1° тѣла въ 2 gr. массы требуется вдвое больше тепла, чѣмъ для такого нагрѣванія тѣла въ одинъ граммъ. Все это ведетъ насъ къ слѣдующему заключенію: если тѣло массы m нагрѣвается отъ t° до t_1°, то для этого тѣлу надо сообщить теплоту

$$q = cm(t_1 - t), \tag{1}$$

гдѣ c — есть то количество тепла, которое, будучи сообщено одному грамму даннаго тѣла, нагрѣваетъ его на 1° Ц.; это c зависитъ отъ природы даннаго тѣла. Уравненіе (1) позволяетъ намъ рѣшить и обратный вопросъ: насколько повышается температура тѣла, когда ему сообщается теплота q.

Представимъ себѣ, что m' граммовъ какой нибудь жидкости температуры t' смѣшиваются съ m'' граммами той же жидкости температуры t''; получается смѣсь $m' + m''$ граммовъ нѣкоторой средней температуры t; при чемъ, если $t' > t''$, первая часть жидкости отдаетъ нѣкоторое количество тепла второй части; количество тепла, теряемое первою частью жидкости можно представить какъ $cm'(t' - t)$, а ту же теплоту, въ качествѣ получаемой второю частью жидкости, можно представить какъ $cm''(t - t'')$; слѣдовательно

$$cm'(t' - t) = cm''(t - t''),$$

откуда окончательная температура смѣси

$$t = \frac{m't' + m''t''}{m' + m''};$$

если $m' = m''$, то

$$t = \frac{t' + t''}{2},$$

т. е. при смѣшеніи различно нагрѣтыхъ равныхъ количествъ одной жидкости получается температура средняя изъ температуръ смѣшанныхъ жидкостей; это слѣдствіе нашего допущенія, выраженнаго формулою (1), вполнѣ подтверждается опытомъ.

Если же смѣшать двѣ разныя жидкости, то, повторяя предыдущее разсужденіе, находимъ сперва уравненіе

$$c'm'(t' - t) = c''m''(t - t''),$$

откуда температура смѣси

$$t = \frac{c'm't' + c''m''t''}{c'm' + c''m''};$$

если $m' = m''$, то

$$t = \frac{c't' + c''t''}{c' + c''},$$

т. е. при смѣшеніи равныхъ количествъ двухъ различныхъ жидкостей получается смѣсь, температура которой отлична отъ средней.

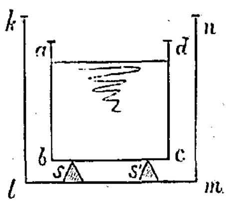
Это послѣднее обстоятельство, замѣченное въ первый разъ Вильке (въ концѣ 18-го вѣка), и побудило его принять, что величина c, входящая въ уравненіе (1), имѣетъ для каждаго тѣла свое значеніе. Мы примемъ для воды $c = 1$; такъ что, полагая въ формулѣ (1) $m = 1$ и $t_1 - t = 1$, мы находимъ и $q = 1$; иначе говоря, *количество тепла, какое требуется сообщить одному грамму воды для нагрѣванія на одинъ градусъ Цельзія, мы примемъ за единицу.* Эту единицу тепла называютъ *граммо-калоріею**) и обозначаютъ „gr.-cal“.

Величина c, входящая въ уравненіе (1) означаетъ, какъ уже было замѣчено, то число граммо-калорій, которое надо сообщить одному грамму даннаго тѣла для его нагрѣванія на 1° Ц.; эта величина называется *удѣльною теплотою* даннаго вещества.

Произведеніе массы тѣла на его удѣльную теплоту, т. е. cm, называется *теплоемкостью* даннаго тѣла и означаетъ то число граммо-калорій, которое надо сообщить всему тѣлу для его нагрѣванія на 1° Ц.

§ 2. Удѣльная теплота тѣла характеризуетъ его тепловыя свойства, и потому очень важно познакомиться съ опытными пріемами опредѣленія этой величины. Для этого употребляютъ особые приборы, извѣстные подъ названіемъ *калориметровъ;* они бываютъ двухъ родовъ: *водяные* и *ледяные.*

Пока опишемъ только водяной калориметръ; онъ состоитъ изъ металлическаго стакана $abcd$ (фиг. 223) съ водою; какъ массы стакана и воды, такъ и общая ихъ температура должны быть извѣстны; въ воду калориметра погружаютъ испытуемое тѣло, нагрѣтое до другой, напр. болѣе высокой температуры; испытуемое тѣло, соприкасаясь съ окружающею его болѣе холодною водою, теряетъ часть своей теплоты, которую пріобрѣтаетъ вода и калориметръ; такой переходъ тепла продолжается до тѣхъ поръ, пока данное тѣло и калориметръ не достигнутъ общей температуры. Пусть испытуемое тѣло имѣетъ массу m, удѣльную



Фиг. 223.

*) Употребительна иногда еще и другая единица тепла — *калорія,* которая въ тысячу разъ больше предыдущей.

теплоту x и начальную температуру t; калориметръ—массу m_1, удѣльную теплоту c и начальную температуру t', вода калориметра — массу m_2 и ту же температуру t'; пусть θ окончательная температура испытуемаго тѣла, калориметра и воды; такъ какъ теплоемкость испытуемаго тѣла mx, то оно теряетъ въ нашемъ опытѣ $mx(t-\theta)$ единицъ тепла; калориметръ вмѣстѣ съ водою имѣетъ теплоемкость m_1c+m_2; они слѣдовательно пріобрѣтаютъ въ теченіе опыта $(m_1c+m_2)(\theta-t')$ единицъ тепла; такъ какъ эти теплоты одинаковы, то

$$mx(t-\theta)=(m_1c+m_2)(\theta-t'); \tag{2}$$

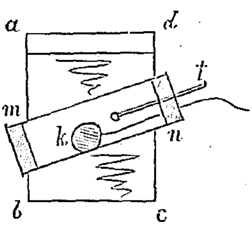
отсюда опредѣляется x.

Если c неизвѣстно, то слѣдуетъ сдѣлать предварительный опытъ съ тѣломъ изъ того же вещества, какъ и калориметръ; тогда предыдущая формула, въ которой надо положить $x=c$, принимаетъ видъ

$$mc(t-\theta)=(m_1c+m_2)(\theta-t'),$$

откуда и опредѣляется удѣльная теплота калориметра, c.

Въ теченіе опыта калориметръ долженъ получать теплоту только отъ испытуемаго тѣла; но окружающіе предметы могутъ обмѣниваться съ нимъ теплотою; это обстоятельство усложняетъ опытъ крайне нежелательнымъ образомъ; поэтому слѣдуетъ принять мѣры къ возможному уменьшенію такого обмѣна; для этой цѣли внѣшнюю поверхность металлическаго стакана abc (фиг. 223) полируютъ и дѣлаютъ блестящею; этотъ стаканъ вставляютъ въ другой, $klmn$, нѣсколько большій, внутренняя поверхность котораго полирована; стаканы отдѣляются другъ отъ друга кусочками пробки s, s. Ниже (Гл. XXI) мы увидимъ, почему при такихъ условіяхъ обмѣнъ тепла между калориметромъ и окружающими предметами уменьшается.



Фиг. 224.

При калориметрическихъ опытахъ надо все испытуемое тѣло нагрѣть до одной температуры и знать ее въ точности. Съ этою цѣлью употребляютъ металлическій сосудъ $abcd$ (фиг. 224) съ проходящею чрезъ него наклонною трубкою mn, закрываемою съ обоихъ концовъ крышками; въ трубку помѣщаютъ испытуемое тѣло k; въ сосудъ наливаютъ воду, которую нагрѣваютъ до тѣхъ поръ, пока показанія термометра t не перестанутъ измѣняться; тогда тѣло можно считать прогрѣтымъ до температуры, показываемой термометромъ; затѣмъ открываютъ крышку m и испытуемое тѣло опускаютъ въ калориметръ.

Приведемъ значеніе удѣльныхъ теплотъ нѣкоторыхъ тѣлъ.

	Тверд.		Тверд.	Жидк.
Желѣзо	0,1130	Ртуть	0,0319	0,0336
Мѣдь.	0,0933	Серебро . . .	0,0559	0,0748
Цинкъ	0,0938	Свинецъ. . .	0,0306	0,0355.

§ 3. Пулье примѣнилъ водяной калориметръ къ измѣренію очень высокихъ температуръ, напр. температуръ плавленія металловъ; если извѣстны всѣ величины уравненія (2), за исключеніемъ начальной температуры испытуемаго тѣла (t), то ее можно опредѣлить изъ этого уравненія. Для опредѣленія точки плавленія серебра Пулье поступалъ такъ: въ серебро, начавшее плавиться, опускался кусокъ желѣза, теплоемкость котораго была заранѣе опредѣлена, $mx = 13{,}4$; послѣ долгаго пребыванія въ плавящемся серебрѣ и принятія температуры t послѣдняго, этотъ кусокъ желѣза переносился въ калориметръ, теплоемкость котораго была $m_1c = 15{,}7$; въ калориметрѣ было налито $m_2 = 247{,}7$ gr. воды; начальная температура воды была $t' = 15^{\circ}$ Ц.; послѣ опыта общая температура желѣза и калориметра была $\theta = 65^{\circ}$. Подставляя эти величины въ уравненіе (2), имѣемъ

$$13{,}4\,(t - 65) = 263{,}4\,.\,50\,;$$

откуда температура плавящагося серебра оказывается $t = 1045^{\circ}$ Ц. Это опредѣленіе конечно приблизительное, ибо при погруженіи сильно нагрѣтаго желѣза въ калориметръ, часть воды испаряется, на что тратится нѣкоторая неулавливаемая въ нашемъ опытѣ теплота желѣза. Віоль опредѣлялъ точки плавленія различныхъ металловъ, бросая въ воду калориметра небольшія количества расплавленнаго металла; вотъ результаты его опытовъ:

Точки плавленія

Серебра.	954°	Палладія	1500°
Золота	1035°	Платины	1775°
Мѣди	1054°	Иридія	1950°.

§ 4. Способъ Пулье былъ еще примѣненъ къ опредѣленію температуръ каленія. Извѣстно, что при сильномъ нагрѣваніи металлы раскаляются и принимаютъ послѣдовательно различные *цвѣта каленія,* начиная отъ краснаго и кончая бѣлымъ. По цвѣту каленія тѣла, какъ и по всякому другому свойству, можно судить о его температурѣ. Кромѣ того, опытъ показалъ, что цвѣтъ каленія зависитъ только отъ температуры и не зависитъ отъ природы самого тѣла, такъ что всѣ тѣла начинаютъ свѣтиться при одной температурѣ. Описаннымъ выше способомъ было найдено, что различные цвѣта каленія соотвѣтствуютъ слѣдующимъ температурамъ:

красный	525°	темно-оранжевый . .	1100°
темно-красный . .	700°	бѣлый	1300°
вишневый	900°	ослѣпительно-бѣлый . .	1500°.

ГЛАВА XVI.

Плавленіе и отвердѣваніе.

§ 1. Выше было сказано, что съ нагрѣваніемъ всѣ свойства тѣла измѣняются. Одно изъ наиболѣе замѣчательныхъ подобныхъ явленій есть измѣненіе состоянія тѣла: съ нагрѣваніемъ тѣло можетъ перейти при извѣстныхъ условіяхъ изъ твердаго состоянія въ жидкое, а изъ жидкаго—въ газообразное; наоборотъ охлажденіе можетъ заставить тѣло, при извѣстныхъ условіяхъ, перейти изъ газообразнаго состоянія въ жидкое, а изъ жидкаго въ твердое.

Займемся теперь изученіемъ перехода тѣла изъ твердаго состоянія въ жидкое, который называется *таяніемъ,* если происходитъ при низкой температурѣ, или *плавленіемъ,* если происходитъ при высокой температурѣ, а также изученіемъ обратнаго перехода изъ жидкаго состоянія въ твердое, называемаго *замерзаніемъ,* если оно совершается при низкой температурѣ, или *отвердѣваніемъ,* если происходитъ при высокой температурѣ.

Первый законъ, относящійся къ разсматриваемому явленію, заключается въ томъ, что *каждое тѣло плавится и отвердѣваетъ при од-*

ной и той же опредѣленной температурѣ, которая называется точкою плавленія (таянія) или точкою отвердѣванія (замерзанія).

Такъ напр. вода замерзаетъ, а ледъ таетъ при 0° Ц., фосфоръ плавится и отвердѣваетъ при 44°, олово — при 235° и т. д.

§ 2. Если твердому тѣлу сообщать теплоту, то оно вообще нагрѣвается, т. е. его температура повышается, но только до тѣхъ поръ, пока оно не достигнетъ точки плавленія: дальнѣйшее сообщеніе тепла уже не повышаетъ температуры тѣла, а заставляетъ его переходить изъ твердаго состоянія въ жидкое. Пока такой переходъ совершается, пока тѣло находится въ *состояніи смѣси*, т. е. отчасти въ твердомъ, отчасти въ жидкомъ состояніи, температура его неизмѣнна (именно равна соотвѣтствующей точкѣ плавленія), и только когда все твердое тѣло перейдетъ въ жидкое состояніе, температура его можетъ повышаться при дальнѣйшемъ сообщеніи ему тепла.

Совершенно то же происходитъ при обратномъ переходѣ, т. е. при отвердѣваніи или замерзаніи жидкости. Если отъ жидкости отнимать теплоту (приводя ее въ соприкосновеніе съ болѣе холодными тѣлами), то температура ея понижается; но когда тѣло охладится до точки отвердѣванія и образуетъ смѣсь, дальнѣйшее отнятіе тепла не понижаетъ температуры, а заставляетъ жидкость постепенно переходить въ твердое состояніе. Послѣ всего сказаннаго точку плавленія можно опредѣлить такъ: тѣло, нагрѣтое ниже ея, находится въ твердомъ состояніи, а нагрѣтое выше — въ жидкомъ; иначе говоря, точка плавленія есть самая высокая температура, которую можетъ принимать тѣло въ твердомъ состояніи, и самая низкая, которую можетъ принимать то же тѣло въ жидкомъ состояніи.

Такъ какъ плавящаяся или отвердѣвающая смѣсь всегда находится при постоянной температурѣ — при соотвѣтствующей точкѣ плавленія, то ею окружаютъ тѣло, которое хотятъ поддерживать при этой постоянной температурѣ; такъ напр., для поддержанія температуры тѣла при 0° его окружаютъ смѣсью льда и воды.

§ 3. Итакъ, когда тѣло переходитъ изъ одного состоянія въ другое, его температура остается неизмѣнною; теплота, сообщаемая смѣси, только превращаетъ твердое тѣло въ жидкость, не нагрѣвая смѣси. Опытъ показалъ, что теплота, нужная для превращенія куска твердаго тѣла въ жидкость, пропорціональна массѣ тѣла и зависитъ отъ его природы. Количество тепла, которое нужно сообщить одному грамму какого нибудь твердаго тѣла для превращенія его въ жидкое состояніе безъ повышенія температуры, называется *теплотою плавленія* этого вещества.

Имѣя въ виду 1-ое замѣчаніе XV, § 1, заключаемъ, что сколько тепла заимствуетъ тѣло при переходѣ изъ твердаго состоянія въ жидкое, столько отдаетъ при обратномъ переходѣ: если тѣло, масса котораго m и теплота плавленія l, переходя въ жидкое состояніе, заимствуетъ изъ окружающихъ тѣлъ ml gr.-cal., то, отвердѣвая, отдаетъ окружающимъ тѣламъ ml gr.-cal.

Для опредѣленія теплоты плавленія какого-нибудь тѣла употребляютъ калориметры. Представимъ себѣ, что въ калориметръ теплоемкости M и температуры t, погружаютъ твердое тѣло, которое здѣсь нагрѣвается до своей точки плавленія T, плавится и затѣмъ еще нагрѣвается до θ^0; въ то же время калориметръ охлаждается до θ^0; если массу даннаго тѣла обозначимъ m, удѣльную теплоту въ твердомъ состояніи назовемъ c, удѣльную теплоту въ жидкомъ состояніи c', теплоту плавленія l и начальную температуру t', то въ теченіе опыта наше тѣло получаетъ теплоту $mc(T-t')+ml+mc'(\theta-T)$, а калориметръ теряетъ $M(t-\theta)$, такъ что

$$mc(T-t')+ml+mc'(\theta-T)=M(t-\theta).$$

Отсюда, зная всѣ величины кромѣ l, опредѣляютъ эту послѣднюю.

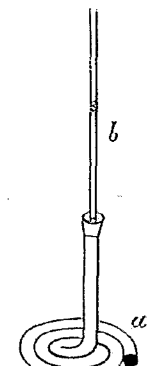
Въ прилагаемой табличкѣ приведены теплоты плавленія нѣкоторыхъ тѣлъ:

Свинецъ . .	5,9	Фосфоръ . .	5,0
Сѣра . . .	9,4	Платина. . .	27,2
Олово . . .	14,2	Ледъ. . . .	80,0.

Таяніе и плавленіе были изучены Блэкомъ, проф. химіи въ Глазговскомъ Университетѣ. Въ книгѣ, изданной въ 1803 г., Блэкъ такъ описываетъ таяніе: „Тающій ледъ вбираетъ въ себя очень много тепла, но вся эта теплота лишь превращаетъ ледъ въ воду, которая ничуть не теплѣе, чѣмъ былъ прежде ледъ: такимъ образомъ нѣкоторое количество тепла, употребляется лишь на то, чтобы сдѣлать ледъ жидкимъ безъ замѣтнаго нагрѣванія его. Теплота, повидимому, поглощается или *скрывается* водою, такъ что не обнаруживается термометромъ". Эту теплоту, „скрываемую" тающимъ тѣломъ, Блэкъ назвалъ *скрытою теплотою таянія*.

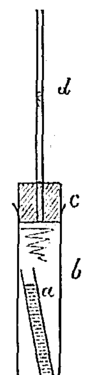
§ 4. Опытъ показалъ, что *когда твердое тѣло переходитъ въ жидкое состояніе или наоборотъ, то объемъ его измѣняется.*

Вода и висмутъ при отвердѣваніи расширяются; всѣ же остальныя тѣла при этомъ сжимаются. Слѣдовательно, вообще тѣла въ твердомъ состояніи имѣютъ бо́льшую плотность, чѣмъ въ жидкомъ; только вода и висмутъ плотнѣе въ жидкомъ состояніи, чѣмъ въ твердомъ; поэтому-то ледъ и плаваетъ на водѣ, а твердая уксусная кислота тонетъ въ жидкой уксусной кислотѣ.



Фиг. 225.

Расширеніе воды при замерзаніи легко обнаружить прямымъ опытомъ; для этого берутъ свернутую въ спираль и открытую съ обоихъ концовъ длинную желѣзную трубку a (фиг. 225), которую погружаютъ въ воду; затѣмъ нижній конецъ спирали закрываютъ пробкою, а въ верхній конецъ доливаютъ воды до самыхъ краевъ; затѣмъ верхній конецъ трубки закрываютъ пробкою, чрезъ которую проходитъ стеклянная трубка b, при чемъ вода нѣсколько выдавливается изъ спирали и входитъ въ стеклянную трубку; если спираль погрузить въ охлаждающую смѣсь, то мы увидимъ, что уровень воды въ трубкѣ b сперва понижается, вслѣдствіе охлажденія и сжатія воды въ спирали, а затѣмъ быстро поднимается, когда въ спирали начнется замерзаніе.

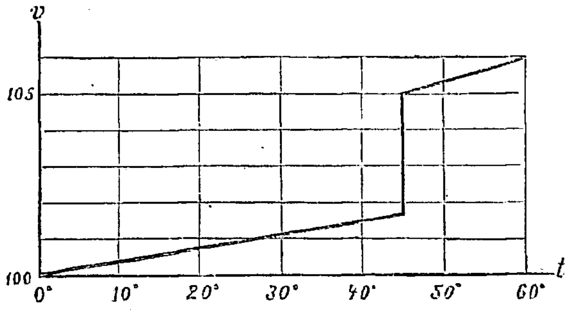


Фиг. 226.

Сила, съ которою расширяется замерзающая вода, очень велика; если воду налить въ чугунный толстостѣнный цилиндръ, который закрыть желѣзною винтовою пробкою, и затѣмъ заморозить, то цилиндръ разрывается. Этимъ свойствомъ льда объясняется непрерывно происходящее „разрушеніе горныхъ породъ": въ углубленія и трещины камней входитъ вода; когда она замерзаетъ, то, расширяясь, разламываетъ са́мые твердые камни.

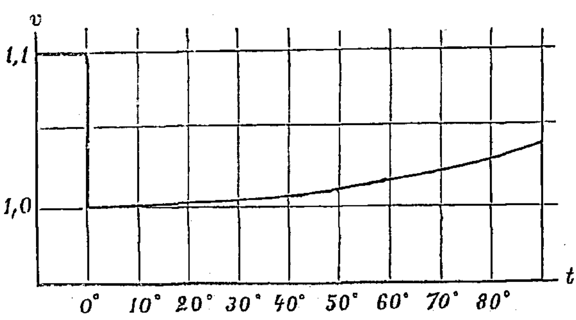
Точное опредѣленіе расширенія тѣлъ при плавленіи было сдѣлано

Коппомъ. Пробирка a (фиг. 226) съ даннымъ веществомъ опускалась въ болѣе широкую пробирку b, которая затѣмъ наполнялась водою и плотно закрывалась пробкою c, чрезъ которую была пропущена открытая съ обоихъ концовъ стеклянная трубка d; при закупориваніи часть воды выдавливается изъ пробирки b въ трубку d. Если снарядъ медленно нагрѣвать, то уровень воды въ трубкѣ постепенно поднимается отъ расширенія какъ воды, такъ и испытуемаго тѣла; но при температурѣ плавленія даннаго тѣла уровень воды поднимается скачкомъ, что указываетъ на внезапное расширеніе этого тѣла при его переходѣ изъ твердаго состоянія въ жидкое.



Фиг. 227.

Черт. 227 представляетъ графически термическое расширеніе фосфора; на оси абсциссъ отложены температуры, а на ординатахъ—соотвѣтствующіе объемы фосфора: при 0° объемъ фосфора принятъ = 100; до 44° фосфоръ расширяется постепенно; при этой температурѣ онъ плавится и объемъ его увеличивается скачкомъ на 3%.



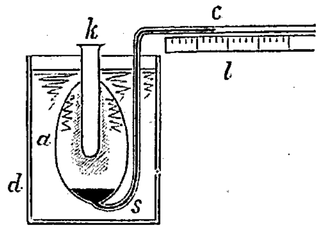
Фиг. 228.

Черт. 228 представляетъ сжатіе льда при его таяніи; точныя измѣренія Бунзена показали, что граммъ льду сжимается при таяніи на 0,0905 куб. сантиметра, т. е. на 9%.

§ 5. Объяснимъ теперь устройство ледяного калориметра. Положимъ, что тѣло массы m и удѣльной теплоты c, нагрѣтое до t^0, кладется въ углубленіе, сдѣланное въ кускѣ льда; тамъ это тѣло охлаждается до 0° и отдаетъ слѣдовательно mct единицъ тепла; вслѣдствіе этого нѣкоторое количество льду, напр. n граммовъ таетъ; но каждый граммъ льду таетъ, когда ему сообщается 80 gr.-cal.; слѣдовательно въ данномъ случаѣ, когда растаяло n граммовъ льду, ему передано $80n$ gr.-cal. и потому мы можемъ написать

$$mct = 80n. \tag{1}$$

Если слить воду, полученную изъ растаявшаго льда, и взвѣсить ее, то можно опредѣлить и c. Здѣсь встрѣчается только одно практическое неудобство: никогда нельзя слить всей воды, такъ какъ часть ея прилипаетъ ко льду. Въ виду этого Бунзенъ устроилъ свой ледяной калориметръ слѣдующимъ образомъ: въ стеклянный сосудъ a (фиг. 229), оканчивающійся изогнутою трубкою sc, впаяна пробирка k; верхняя часть сосуда a наполняется водою, а нижняя часть и трубка sc — ртутью; охлаждающею смѣсью, помѣщенною въ пробирку, окружающій ее слой воды замораживаютъ и замѣчаютъ положеніе конца столбика ртути въ горизонтальной трубкѣ c, для чего рядомъ съ послѣднею ставятъ шкалу l; затѣмъ въ пробирку k (изъ которой удалена охлаждающая смѣсь) опускаютъ испытуемое тѣло извѣстной массы m, нагрѣтое до температуры t; здѣсь оно охлаждается до 0° и передаетъ теплоту окружающему слою льда, нѣкоторая часть котораго при этомъ таетъ; но при таяніи льда объемъ смѣси въ сосудѣ a уменьшается, вслѣдствіе чего ртуть въ этомъ сосудѣ поднимается, а столбикъ ея въ трубкѣ c укорачивается на нѣкоторое число дѣленій шкалы; пусть объемъ смѣси уменьшается на v; такъ какъ одинъ граммъ льду, переходя въ воду, уменьшаетъ свой объемъ на 0,09 куб. cm., то $v/0,09 = n$ есть число граммовъ льда, растаявшихъ въ теченіе опыта; формула (1) для даннаго случая принимаетъ видъ

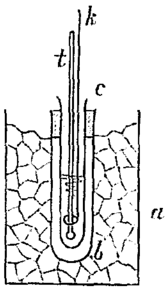


Фиг. 229.

$$mct = \frac{80}{0,09} v. \tag{1'}$$

§ 6. Мы говорили, что вообще нельзя нагрѣть твердое тѣло выше точки плавленія, а жидкое охладить ниже этой температуры. Исключеніе изъ этого правила составляетъ такъ называемое *перестуженіе* жидкостей. При медленномъ пониженіи температуры можно перестудить жидкость, т. е. охладить ее ниже точки замерзанія, и она не твердѣетъ. Такъ если медленно охлаждать совершенно спокойную воду, то можно понизить ея температуру до -15° или -20°, и она не замерзаетъ; но стоитъ только такую перестуженную воду слегка встряхнуть или бросить въ нее кусокъ льда, какъ она быстро замерзаетъ, при чемъ ея температура тотчасъ-же поднимается до 0°.

Явленіемъ перестуженія Жерне, Бекманъ и др. воспользовались для точнаго опредѣленія точки отвердѣванія жидкостей. Приборъ Бекмана состоитъ изъ стакана a (фиг. 230) съ охлаждающею смѣсью; въ него опущена пробирка b, въ которую вставлена болѣе узкая пробирка c съ испытуемою жидкостью; послѣдняя такимъ образомъ не прикасается къ охлаждающей смѣси, но отдѣлена отъ нея слоемъ воздуха и потому медленно охлаждается; проволокою k, нижній конецъ которой согнутъ кольцомъ, жидкость постоянно перемѣшивается; за ея температурою слѣдятъ по чувствительному термометру t. При медленномъ охлажденіи жидкость перестуживается, но вдругъ она начинаетъ замерзать: температура ея внезапно поднимается и остается нѣкоторое время постоянною; эта постоянная температура и есть точка замерзанія испытуемой жидкости.



Фиг. 230.

§ 7. Температура плавленія и отвердѣванія зависитъ прежде всего отъ свойствъ самого тѣла; но кромѣ того она зависитъ еще и отъ давленія, подъ которымъ находится данное тѣло:

Увеличеніе давленія понижаетъ точку плавленія тѣхъ тѣлъ, которыя, какъ вода, сжимаются при плавленіи; увеличеніе давленія повышаетъ точку плавленія тѣхъ тѣлъ, которыя расширяются при плавленіи.

Такимъ образомъ если увеличить давленіе на ледъ, находящійся при 0°, то онъ не можетъ оставаться въ твердомъ состояніи и переходитъ въ воду. Наоборотъ, если увеличить давленіе на какую-нибудь жидкость (исключая воду), находящуюся при температурѣ отвердѣванія, то она не можетъ оставаться въ жидкомъ состояніи и отвердѣваетъ.

Въ общихъ чертахъ эта зависимость понятна: увеличеніе давленія, стѣсняя расширеніе тѣлъ и способствуя ихъ сжатію, должно ускорять плавленіе или задерживать отвердѣваніе тѣлъ первой категоріи и ускорять отвердѣваніе или задерживать плавленіе тѣлъ второй категоріи.

Вліяніе давленія на точку отвердѣванія обнаруживается слѣдующими опытами.

Опытъ Муссона. Въ толстостѣнный чугунный сосудъ наливаютъ воду, которую замораживаютъ, и поверхъ льда кладутъ монету; затѣмъ сосудъ закрываютъ желѣзною винтовою пробкою, при помощи которой можно производить давленіе на ледъ. Муссонъ, поддерживая температуру льда очень низкою, именно -18°, сильно увеличивалъ на него давленіе (приблизительно до 13000 atm.), и тогда монета падала на дно сосуда; слѣдовательно, не смотря на низкую температуру, ледъ подъ такимъ давленіемъ не могъ сохранять своего твердаго состоянія и обращался въ жидкость.

Опытъ Амага. Подобный же опытъ, сдѣланный Амага съ хлористымъ углеродомъ, отвердѣвающимъ подъ атмосфернымъ давленіемъ при $-24^{\circ},7$ и при этомъ сжимающимся, далъ обратный результатъ. Въ началѣ монета производила шумъ при каждомъ перевертываніи сосуда; слѣдовательно хлористый углеродъ былъ жидкій, и монета двигалась въ немъ свободно; но когда винтъ запиравшій сосудъ, опускали глубже и давленіе на жидкость такимъ образомъ увеличивали, послѣдняя отвердѣвала: при перевертываніи сосуда не было слышно никакого шума; слѣдовательно монета не могла двигаться.

Опытъ Батомлея очень наглядно обнаруживаетъ пониженіе точки таянія льда съ увеличеніемъ на него давленія. Берутъ большой кусокъ льду и перекидываютъ чрезъ него тонкую металлическую проволоку, къ концамъ которой привязываютъ грузы; проволока врѣзывается въ ледъ, затѣмъ опускается все ниже и ниже, проходитъ чрезъ всю толщину льда, но не разрѣзаетъ его на двѣ части: по мѣрѣ опусканія проволоки, надъ нею вновь образуется ледъ. Дѣло въ томъ, что подъ нагруженною проволокою ледъ испытываетъ сильное давленіе и, не смотря на свою низкую температуру, обращается въ воду; проволока опускается, а вода, перемѣщенная надъ проволоку, не испытывая здѣсь большого давленія и будучи низкой температуры, вновь замерзаетъ.

Такимъ образомъ подъ проволокою ледъ постепенно таетъ, а получаемая при этомъ вода всплываетъ поверхъ проволоки и здѣсь замерзаетъ.

И такъ ледъ можетъ таять отъ одного увеличенія давленія (тающій ледъ заимствуетъ при этомъ теплоту изъ окружающихъ тѣлъ); этимъ объясняются многія явленія. Такъ катаніе на konькахъ обусловливается именно тѣмъ, что ледъ подъ коньками, испытывая большое давленіе, таетъ; образующійся при этомъ слой воды между коньками и льдомъ уменьшаетъ треніе скользящихъ по льду коньковъ (IX, § 10) и даетъ возможность конькобѣжцу легко передвигаться; по поверхности стекла даже болѣе ровной, чѣмъ поверхность льда, кататься на конькахъ нельзя, ибо треніе здѣсь велико и ничѣмъ не уменьшается.

Извѣстно, что два куска льда, прижатые одинъ къ другому, сростаются или, какъ говорятъ, *смерзаются;* это слѣдуетъ объяснять не силами сцѣпленія, а тѣмъ, что соприкасающіяся части кусковъ льда, испытывая давленіе, немного таятъ; получающаяся при этомъ вода, стекая въ сторону и освободившись отъ увеличеннаго давленія, замерзаетъ и соединяетъ оба куска льда въ одинъ.

Таяніемъ льда подъ увеличеннымъ давленіемъ и его замерзаніемъ при уменьшеніи давленія объясняютъ движеніе ледниковъ; извѣстно, что горные ледники подъ напоромъ своей массы сползаютъ внизъ; не смотря на твердость и большую хрупкость, ледникъ, подобно водѣ, льется по своему ложу; дѣло въ томъ, что при движеніи глетчера ледъ постоянно ломается, а въ точкахъ прикосновенія отдѣльныя глыбы льда обтаиваютъ и потомъ смерзаются.

Изъ предыдущаго ясно, что постоянство точки плавленія имѣетъ мѣсто только при постоянномъ давленіи. Температуры плавленія, которыя даются въ таблицахъ, относятся къ нормальному давленію одной атмосферы. Впрочемъ, измѣненіе давленія имѣетъ незначительное вліяніе на точку плавленія; такъ напр. для воды точка замерзанія понижается на 0,075° съ увеличеніемъ давленія на каждую атмосферу; такъ какъ давленіе нашей атмосферы колеблется въ небольшихъ предѣлахъ, около 5 cm. [1]), то температура тающаго льда на открытомъ воздухѣ

---

[1]) За пятилѣтній періодъ (1886—1891) въ Варшавѣ наибольшее давленіе было 77,169 (въ февр. 1887), а наименьшее 72,476 (въ февр. 1889).

колеблется въ предѣлахъ 0,005°; слѣдовательно эту температуру можно безъ большой погрѣшности считать постоянною; поэтому ее и принимаютъ за одну изъ постоянныхъ точекъ термометра.

§ 8. Твердое тѣло можно перевести въ жидкое состояніе не только плавленіемъ, но еще и *раствореніемъ*. Твердое тѣло, погруженное въ соотвѣтствующую жидкость, мало-по-малу исчезаетъ, растворяется, и въ результатѣ получается однородная жидкость — растворъ; такъ поваренная соль, сахаръ и др. растворяются въ водѣ. Масса твердаго тѣла, растворенная въ единицѣ объема жидкости, называется *концентраціею* раствора. Въ данномъ объемѣ жидкости аморфное тѣло (какъ коллоидъ, резина, смолы, бѣлокъ) можетъ растворяться въ неограниченномъ количествѣ; что же касается кристаллическяхъ тѣлъ, то въ данномъ объемѣ жидкости ихъ нельзя растворить болѣе опредѣленнаго количества, т. е. концентрація такого раствора имѣетъ предѣлъ, послѣ чего получается *насыщенный* растворъ, въ которомъ данное твердое тѣло уже болѣе не растворяется (хотя другое тѣло вообще можетъ растворяться). Количество даннаго тѣла, которое насыщаетъ жидкость, зависитъ еще отъ температуры; чѣмъ выше температура, тѣмъ большее количество твердаго тѣла нужно растворить въ жидкости для ея насыщенія. Если же насыщенный растворъ охлаждается, то онъ выдѣляетъ нѣкоторое количество растворённаго вещества.

Впрочемъ при медленномъ охлажденіи насыщеннаго раствора, растворенное тѣло иногда и не выдѣляется изъ него; получается такъ называемый *пересыщенный растворъ*. Если въ пересыщенный растворъ бросить кусочекъ кристалла того вещества, которое растворено, то изъ него вдругъ выкристаллизовывается избытокъ растворённаго вещества; при этомъ всегда выдѣляется теплота. Пересыщенные растворы представляютъ такимъ образомъ аналогію съ перестуженными жидкостями.

Опытъ показалъ, что *точка замерзанія данной жидкости понижается, если въ ней растворить какое-нибудь тѣло*. Отсюда вытекаетъ практическое правило: изъ двухъ образцовъ жидкости, чище тотъ, точка замерзанія котораго выше. Далѣе опытъ показалъ, что *точка замерзанія жидкости понижается пропорціонально массѣ растворённаго вещества*. При замерзаніи раствора въ твердомъ видѣ выдѣляется чистый растворитель; такъ, при замерзаніи воднаго раствора, образуется чистый ледъ. На этомъ обстоятельствѣ основанъ употребляемый химиками пріемъ очищенія жидкостей кристаллизованіемъ ихъ. Понятно, что растворъ не можетъ имѣть опредѣленной температуры замерзанія, ибо по мѣрѣ замерзанія, т. е. по мѣрѣ выдѣленія растворителя въ твердомъ видѣ, концентрація остающагося раствора увеличивается, и температура его замерзанія понижается. Такимъ образомъ постоянство температуры отвердѣванія есть признакъ химически чистой жидкости; во время замерзанія раствора температура его постепенно понижается.

Раствореніе подобно плавленію сопровождается поглощеніемъ тепла; такъ если въ водѣ растворять поваренную соль, то температура раствора будетъ понижаться, что легко обнаружить чувствительнымъ термометромъ.

Теперь является вопросъ, нельзя ли плавящеюся или растворяющеюся смѣсью воспользоваться для пониженія температуры окружающихъ тѣлъ, нельзя ли ими воспользоваться какъ *источниками холода?* Нетрудно видѣть, что для этой цѣли пригодны только растворяющіяся смѣси. Дѣйствительно, такъ какъ плавленіе происходитъ всегда при опредѣленной температурѣ, то плавленіе не можетъ происходить на счетъ теплоты самой плавящейся смѣси; иначе температура смѣси понизилась бы, и плавленіе прекратилось бы. Поэтому для того, чтобы плавленіе происходило непрерывно, плавящуюся смѣсь надо окружить тѣлами, температура которыхъ была бы всегда выше соотвѣтствующей постоянной точки плавленія. Напротивъ того раствореніе можетъ происходить при всякой температурѣ и потому можетъ совершаться даже на счетъ теплоты самой смѣси; отъ этого раствореніе не останавливается, но температура смѣси понижается до тѣхъ поръ, пока растворъ не станетъ насыщенъ; тѣла, соприкасающіяся съ растворяющеюся смѣсью, сами постепенно охлаждаются, а потому растворяющуюся смѣсь называютъ *охлаждающею смѣсью* и ею пользуются, какъ источникомъ холода.

Поваренная соль, смѣшанная со снѣгомъ, представляетъ часто употребляемую охлаждающую смѣсь, температура которой доходитъ до —20° Ц.; здѣсь охлажденіе происходитъ не только отъ растворенія соли, но еще и отъ таянія снѣга. Другая болѣе сильная охлаждающая смѣсь получается отъ растворенія твердой угольной кислоты въ эфирѣ; такая смѣсь даетъ температуру около—100° Ц.

ГЛАВА XVII.

Испареніе и осажденіе.

§ 1. Жидкость можно нагрѣвать только до извѣстной температуры, при которой она *кипитъ* и испаряется, т. е. измѣняетъ свое состояніе, переходя въ газообразное тѣло, называемое паромъ. Правда, жидкость испаряется при всякой температурѣ (и тѣмъ быстрѣе, чѣмъ послѣдняя выше), но тогда исключительно съ свободной поверхности; такъ напр. если налить жидкость въ сосудъ и оставить его открытымъ, то съ теченіемъ времени замѣчается нѣкоторая убыль жидкости, которая испаряется, и тѣмъ бóльшая, чѣмъ больше свободная поверхность; этимъ послѣднимъ обстоятельствомъ пользуются при вытираніи замоченныхъ предметовъ: часть жидкости при этомъ впитывается въ тряпку, но часть растиряется по большой поверхности, съ которой очень скоро и испаряется. *При кипѣніи же жидкость испаряется по всей своей массѣ.*

Наоборотъ при потерѣ тепла, паръ сперва охлаждается, а потомъ начинаетъ переходить въ жидкое состояніе или, какъ говорятъ, *осѣдать. Жидкость переходитъ въ паръ кипѣніемъ и паръ осѣдаетъ при одной температурѣ, которая называется точкою кипѣнія данной жидкости.* Точкою кипѣнія слѣдовательно называютъ температуру, выше которой нельзя нагрѣть жидкость и ниже которой нельзя охладить паръ. Смѣсь, состоящая изъ кипящей жидкости и пара, находится всегда при температурѣ кипѣнія.

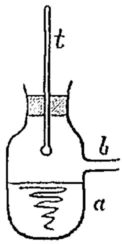
Въ виду послѣдняго обстоятельства тѣло, температуру котораго хотятъ поддержать постоянною, погружаютъ въ смѣсь кипящей жидкости и ея пара; такъ напр. если окружить тѣло смѣсью кипящей воды и ея пара, температура этого тѣла будетъ постоянно 100°.

§ 2. На температуру кипѣнія жидкости вліяетъ давленіе, подъ которымъ она находится:

Съ увеличеніемъ давленія на жидкость, ея температура кипѣнія повышается, а съ уменьшеніемъ давленія—понижается.

Такъ вода, находящаяся подъ нормальнымъ давленіемъ 1 atm., кипитъ при 100° Ц., при давленіи 73,3 cm. она кипитъ при 99°, а при давленіи 78,8 cm. кипитъ при 101°.

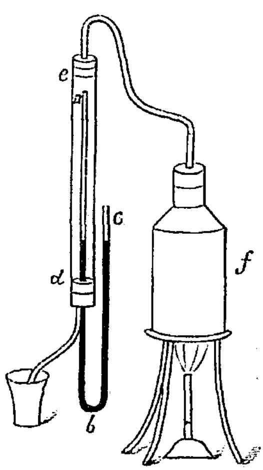
Сосудъ a (фиг. 231) съ водою, сообщающійся трубкою b съ наружнымъ воздухомъ, закроемъ пробкою съ проходящимъ чрезъ нее термометромъ t; по мѣрѣ нагрѣванія воды температура ея повышается; но когда вода закипитъ и все время, пока она будетъ кипѣть, температура ея остается безъ измѣненія, термометръ показываетъ около 100°. Теперь вода кипѣла въ нашемъ приборѣ при атмосферномъ давленіи; но если закрыть боковую трубку b, то развивающіеся въ сосудѣ пары скопляются и увеличиваютъ давленіе на воду; вмѣстѣ съ тѣмъ и температура кипѣнія повышается; напротивъ того, если мы уменьшимъ давленіе въ сосудѣ a, выкачивая изъ него воздухъ и паръ, то температура кипѣнія воды понижается.



Фиг. 231.

Послѣдній опытъ мы сдѣлаемъ еще такъ: горячую, но не кипящую воду, нальемъ въ колбу и закроемъ ее пробкою съ проходящею чрезъ нее трубочкою, которую соединимъ съ воздушнымъ насосомъ; если при помощи послѣдняго разрѣдить атмосферу надъ горячею водою, то она закипаетъ.

Зависимость точки кипѣнія жидкостей отъ давленія, подъ которымъ она находится, опредѣляется слѣдующимъ правиломъ: *жидкость кипитъ при той температурѣ, при коей ея пары имѣютъ упругость равную давленію, подъ которымъ она находится.* Такимъ образомъ, если нагрѣвать жидкость на открытомъ воздухѣ, то она закипаетъ при той температурѣ, при которой ея пары имѣютъ упругость равную атмосферному давленію.



Фиг. 232.

Справедливость указаннаго закона можно обнаружить на приборѣ, состоящемъ изъ согнутой трубки abc (фиг. 232), длинное колѣно которой запаяно и наполнено сверху водою, а затѣмъ ртутью, которая отчасти входитъ и въ короткое открытое колѣно. Длинное колѣно a трубки помѣщаютъ въ болѣе широкую трубку ed, соединенную съ котломъ f, наполненнымъ водою, которую кипятятъ; пары изъ котла входятъ въ трубку ed и нагрѣваютъ воду надъ ртутью въ трубкѣ a до кипѣнія, при чемъ ртуть въ колѣнѣ *ab* понижается, а въ *bc* поднимается и уровни ея сравниваются, такъ что упругость паровъ кипящей воды равна давленію внѣшней атмосферы.

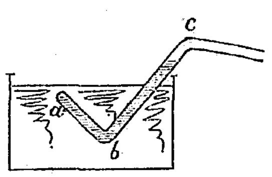
При изготовленіи термометровъ (XIII, § 4) и въ другихъ случаяхъ, когда изъ сосуда съ жидкостью надо удалить находящійся надъ нею воздухъ, жидкость продолжительно кипятятъ, а затѣмъ сосудъ запаиваютъ. Цѣлесообразность такого пріема явствуетъ изъ предыдущаго: когда жидкость въ открытомъ сосудѣ кипитъ, надъ нею развиваются пары (упругости равной давленію внѣшняго воздуха) и вытѣсняютъ изъ сосуда весь воздухъ; дѣйствительно, еслибы въ нашемъ сосудѣ оставалась часть воздуха, то его упругость прибавлялась бы къ упругости находящихся тамъ паровъ, и такимъ образомъ въ открытомъ сосудѣ получилось бы давленіе большее, чѣмъ во внѣшнемъ пространствѣ, что невозможно.

Такъ какъ атмосферное давленіе колеблется приблизительно въ предѣлахъ 5 cm. (XVI, § 7), то температура воды, кипящей на открытомъ воздухѣ, колеблется въ предѣлахъ двухъ градусовъ (XVIII). Но, находясь подъ опредѣленнымъ давленіемъ, вода кипитъ при вполнѣ опредѣленной температурѣ; потому-то температуру кипящей воды, находящейся подъ давленіемъ 1 atm., принимаютъ за вторую постоянную точку термометра.

При атмосферномъ давленіи различныя жидкости кипятъ при слѣдующихъ температурахъ:

Эфиръ . . .	35^0	Вода . . .	100
Бромъ . . .	63	Ртуть . . .	357,2
Алкоголь . . .	78,3	Сѣра . . .	448,4.

§ 3. Выше было сказано, что каждой жидкости при извѣстномъ давленіи соотвѣтствуетъ вполнѣ опредѣленная точка кипѣнія. Но жидкость можно *перегрѣть*, т. е. нагрѣть выше соотвѣтственной точки кипѣнія безъ того, чтобы она закипѣла.



Фиг. 233.

Первые опыты надъ перегрѣваніемъ жидкостей были сдѣланы Донни: стеклянная трубка *abc*, изогнутая какъ показано на фиг. 233, закрытая съ конца *a* и открытая съ другого, наполнялась водою, предварительнымъ кипѣніемъ освобожденною отъ воздуха, который обыкновенно бываетъ поглощенъ жидкостями. Затѣмъ конецъ a этой трубки погружался въ кипящій растворъ хлористой извести (130°). *Вода въ трубкѣ abc, находясь подъ атмосфернымъ давленіемъ, нагрѣвалась до 130°, но не закипала.*

Дюфуръ помѣщалъ небольшія капли прокипяченной воды въ масло той же плотности (смѣсь льняного и миндальнаго масла съ гвоздичною эссенціею); такія капли воды могли нагрѣваться до 178°, не закипая.

Жерне показалъ, что кипѣніе задерживается исключительно отсутствіемъ въ жидкости воздуха или другого газа и невозможностью вслѣдствіе того образованія паровъ внутри жидкости. Малѣйшій пузырекъ воздуха, внесенный въ перегрѣтую жидкость, тотчасъ вызываетъ ея кипѣніе. Жерне думаетъ, что пузырекъ воздуха, помѣщающійся внутри кипящей жидкости, представляетъ собою какъ бы очагъ пузырьковъ пара, отдѣляющихся изъ этой жидкости при кипѣніи. Въ одномъ изъ своихъ опытовъ Жерне высчиталъ, что въ теченіе сутокъ отъ пузырька воздуха въ кубическій миллиметръ отдѣлилось пятьсотъ тысячъ пузырьковъ пара въ 5 mm. діаметра каждый, т. е. отдѣлился паръ, объемъ котораго былъ въ тридцать милліоновъ разъ больше объема того воздушнаго пузырька, изъ котораго онъ выходилъ.

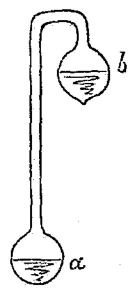
Послѣ всего сказаннаго процессъ кипѣнія легко объяснить какъ частный случай испаренія. Въ жидкости всегда имѣются газы, которые при нагрѣваніи первой выдѣляются; нѣкоторая часть ихъ собирается въ видѣ малыхъ пузырьковъ, прилипающихъ къ стѣнкамъ сосуда; при дальнѣйшемъ нагрѣваніи поверхность каждаго такого пузырька (подобно свободной поверхности) служитъ мѣстомъ испаренія, и пузырекъ быстро наполняется паромъ; пузырекъ раздувается и гидростатическимъ давленіемъ поднимается вверхъ; кипѣніе начинается. Но, поднимаясь, пузырекъ пара уноситъ съ собою только небольшую часть воздуха, другая его часть остается прилипшею къ стѣнкѣ; здѣсь происходитъ новое парообразованіе и т. д. Понятно, почему при кипѣніи пузырьки пара выходятъ изъ нѣкоторыхъ только мѣстъ: они отдѣляются оттуда, гдѣ находятся (иногда незамѣтные для глаза по своей малости) воздушные пузырьки; (совершенно также слѣдуетъ объяснить выдѣленіе пузырьковъ углекислоты изъ опредѣленныхъ точекъ стѣнокъ стакана, въ который налито шипучее вино: съ нагрѣваніемъ такое вино выдѣляетъ углекислоту въ прилипшіе къ стѣнкамъ сосуда пузырьки воздуха, которые раздуваются, отрываются и всплываютъ наверхъ). Съ теченіемъ времени воздушные пузырьки, способствующіе парообразованію внутри жидкости, истощаются, и кипѣніе становится все затруднительнѣе.

Въ виду всего сказаннаго Донни пришелъ къ заключенію, что *кипѣніе не есть неотъемлемая способность жидкостей;* онѣ пріобрѣтаютъ эту способность только тогда, когда содержатъ въ себѣ растворенные газы; иначе говоря, *жидкости кипятъ только, когда нечисты.* Правда, при обыкновенныхъ условіяхъ жидкость всегда содержитъ въ себѣ растворенные газы и потому можетъ кипѣть, но по мѣрѣ очищенія жидкости отъ газообразныхъ примѣсей кипѣніе ея дѣлается все труднѣе и труднѣе; можно думать, что, *совершенно очистивъ жидкость отъ газообразныхъ примѣсей, мы вовсе лишимъ ее способности кипѣть.*

Изъ приведеннаго видно, что жидкость подъ однимъ и тѣмъ же давленіемъ можетъ кипѣть при различныхъ температурахъ; чѣмъ меньше въ жидкости растворенпаго газа, тѣмъ при болѣе высокой температурѣ она закипаетъ. Что же послѣ этого мы назовемъ точкою кипѣнія данной жидкости? Точкою кипѣнія данной жидкости мы назовемъ низшую изъ температуръ, при которыхъ она можетъ кипѣть, находясь подъ даннымъ давленіемъ.

§ 4. Переходъ жидкости въ паръ — кипѣніемъ или испареніемъ — всегда сопровождается поглощеніемъ тепла; такъ если на руку налить тонкій слой легко испаряющейся жидкости, напр. спирта или эфира, то ощущается холодъ.

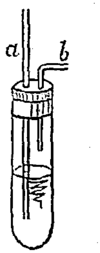
Охлажденіемъ испаряющейся жидкости объясняется дѣйствіе *кріофора.* Такъ называется изогнутая стеклянная трубка съ двумя шарами a и b (фиг. 234) на концахъ; въ трубкѣ помѣщается нѣсколько прокипяченной воды, и весь воздухъ удаленъ; опытъ начинаютъ съ того, что всю воду переливаютъ въ шаръ a; тогда остальная часть снаряда занята водяными парами, которые своею упругостью мѣшаютъ водѣ испаряться; но если теперь шаръ b опустить въ охлаждающую смѣсь, то пары въ этомъ шарѣ будутъ осѣдать, давленіе на воду въ шарѣ a будетъ уменьшаться, и вода здѣсь будетъ усиленно испаряться и вмѣстѣ съ тѣмъ охлаж-



Фиг. 234.

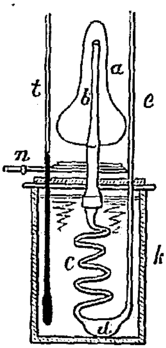
даться; это охлажденіе легко довести ниже 0° и такимъ образомъ заморозить воду.

При испареніи жидкости слой воздуха надъ нею наполняется парами, и дальнѣйшее отдѣленіе паровъ затрудняется; если же сухой воздухъ надъ жидкостью постоянно возобновляется, то испареніе жидкости происходитъ непрерывно; поэтому-то на вѣтрѣ мокрые предметы высыхаютъ быстрѣе, чѣмъ въ спокойномъ воздухѣ. Для ускоренія испаренія чрезъ жидкость пропускаютъ струю сухого воздуха; тогда испареніе происходитъ не только по свободной поверхности, но и внутри жидкости. Возьмемъ пробирку съ легко испаряющеюся жидкостью, напр. эфиромъ, и закроемъ пробкою, чрезъ которую проходятъ двѣ открытыя съ концовъ стеклянныя трубочки: a (фиг. 235), погружающаяся въ жидкость, и b, не доходящая до жидкости; если чрезъ трубочку a вдувать мѣхомъ воздухъ, то онъ будетъ проходить по жидкости пузырьками; жидкость вслѣдствіе этого быстро испаряется и охлаждается; это охлажденіе пробирки вызываетъ на ея поверхности росу и даже иней, которые образуются осаждающимся изъ окружающаго воздуха водянымъ паромъ.



Фиг. 235.

§ 5. Опытъ показалъ, что каждый граммъ жидкости, испаряясь, поглощаетъ опредѣленное количество тепла, которое называется ея *теплотою испаренія*. Если назовемъ λ теплоту испаренія данной жидкости, то при испареніи m gr. ея поглощается $m\lambda$ gr.-cal. Столько же теплоты выдѣляетъ m gr. пара при своемъ осажденіи въ жидкость.



Фиг. 236.

Для опредѣленія теплоты испаренія служитъ приборъ Бертло, состоящій изъ грушевидной стклянки a (фиг. 236), въ дно которой впаяна трубка b, открытая съ обоихъ концовъ; въ эту стклянку наливаютъ нѣсколько испытуемой жидкости; затѣмъ нижній конецъ трубки b плотно надѣваютъ на трубку cde, состоящую изъ спирали c, расширенія d и прямой вертикальной открытой трубки e. Спираль c и расширеніе d погружаютъ въ водяной калориметръ k; кольцеобразною горѣлкою n стклянку a нагрѣваютъ до кипѣнія жидкости; отдѣляющіеся пары проходятъ чрезъ трубку b по спирали c и здѣсь, соприкасаясь съ холодными стѣнками, осаждаются въ жидкость, которая и собирается въ расширеніи d.

Въ описанномъ приборѣ паръ температуры кипѣнія превращается въ жидкость низшей температуры; какъ совершается этотъ переходъ? можно себѣ представить, что нашъ паръ, не измѣняя температуры, осаждается въ жидкость, и только жидкость охлаждается до температуры окружающаго пространства; можно себѣ представить и иначе, что паръ охлаждается отъ температуры кипѣнія до температуры калориметра и затѣмъ осаждается безъ измѣненія температуры. Но легко видѣть, что въ нашемъ снарядѣ возможенъ только первый способъ перехода пара въ жидкость; дѣло въ томъ, что насыщенный паръ (т. е. соприкасающійся со своею жидкостью), находящійся подъ опредѣленнымъ давленіемъ (именно подъ атмосфернымъ, ибо трубочка e открыта въ свободный воздухъ) и обладающій поэтому опредѣленною упругостью, можемъ имѣть только одну температуру, именно температуру кипѣнія жидкости. Поэтому въ калориметрѣ Бертло паръ, не измѣняя своей температуры, переходитъ въ жидкость, которая затѣмъ уже охлаждается и принимаетъ общую съ калориметромъ температуру.

Какъ изъ описаннаго опыта опредѣляется теплота испаренія? m граммовъ пара переходятъ въ жидкость при температурѣ кипѣнія (t) и отдаетъ калориметру $m\lambda$ единицъ тепла; затѣмъ жидкость, удѣльную теплоту которой обозначимъ c, охлаждается отъ t до θ и еще отдаетъ $mc(t - \theta)$ единицъ тепла; если теплоемкость калориметра назовемъ M и его первоначальную температуру t', то количество тепла, полученное калориметромъ, будетъ $M(\theta - t')$; слѣдовательно мы можемъ написать

$$m\lambda + mc(t - \theta) = M(\theta - t'),$$

откуда опредѣляемъ λ, если всѣ остальныя величины извѣстны.

Вотъ теплоты испаренія нѣкоторыхъ жидкостей, при нормальныхъ температурахъ кипѣнія:

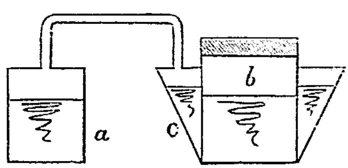
Вода.	537	Терпентинъ.	69
Этилов. алког. . . .	209	Ртуть.	62
Эфиръ.	91	Хлороформъ.	58

Опыты показали, что теплота испаренія зависитъ отъ температуры; такъ для воды

$$\lambda = 606{,}5 - 0{,}69 \, . \, t;$$

съ повышеніемъ температуры теплота испаренія всѣхъ жидкостей уменьшается.

§ 6. Между кипѣніемъ и испареніемъ наблюдается такая же разница, какъ между плавленіемъ и раствореніемъ: кипѣніе и плавленіе происходятъ только при опредѣленной температурѣ и потому совершаются всегда на счетъ извнѣ получаемой теплоты, поддерживающей постоянною температуру кипящей жидкости или плавящагося тѣла; испареніе же, подобно раствореніи, можетъ происходить при всякой температурѣ и потому можетъ совершаться на счетъ теплоты самой испаряющейся жидкости, которая при этомъ охлаждается. Охлажденіемъ испаряющейся жидкости, какъ и охлажденіемъ растворяющагося тѣла, можно воспользоваться въ качествѣ источника холода. Охлажденіемъ при испареніи пользуются въ приборахъ для искусственнаго приготовленія льда. Простѣйшій изъ нихъ приборъ Карре состоитъ изъ двухъ металлическихъ сосудовъ a и bc (фиг. 237), послѣдній съ двойными стѣнками;



Фиг. 237.

пространство между стѣнками сосуда bc соединяется трубкою съ верхнею частью перваго сосуда; въ сосудъ a наливаютъ насыщенный водный растворъ амміака; въ сосуды b и c — воду; если сосудъ a нагрѣвать, а bc охлаждать, погрузивъ его въ холодную воду, то амміакъ съ небольшимъ количествомъ воды выдѣляется изъ сосуда a и, осаждаясь въ охлажденномъ пространствѣ между стѣнками b и c, смѣшивается съ находящеюся здѣсь водою; если же теперь охладить сосудъ a, то пары въ немъ осядутъ, а жидкій амміакъ въ c будетъ усиленно испаряться, вода же, налитая въ сосудъ, b будетъ охлаждаться и замерзать.

Испареніе сжиженныхъ газовъ служитъ источникомъ особенно сильнаго холода. Такъ при испареніи жидкости Пикте (смѣсь безводной сѣрнистой кислоты съ жидкою угольною кислотою) достигается температура —110°; быстро испаряющаяся закись азота даетъ температуру —168°, сжиженный кислородъ при испареніи на открытомъ воздухѣ даетъ температуру —181°, а окись углерода —190°; еще болѣе низкія температуры получаются, если эти сжиженные газы испарять усиленно въ разрѣженномъ пространствѣ; такъ окись углерода, испаряясь подъ давленіемъ 10 cm., даетъ —199°, а азотъ, испаряющійся при давленіи 4 cm., охлаждается до —206°.

§ 7. Если на сильно нагрѣтую металлическую пластинку налить каплю воды, то эта капля приходитъ въ такъ называемое *сфероидальное состояніе*: она принимаетъ форму сфероида и испаряется очень медленно, притомъ только съ поверхности; но когда пластинка немного охладится, капля закипаетъ и быстро испаряется.

Капля жидкости, пришедшая въ сфероидальное состояніе, не смачиваетъ разогрѣтой пластинки и не касается ея; если смотрѣть въ плоскости пластинки, то легко замѣтить просвѣтъ между разогрѣтою пластинкою и каплею жидкости; слѣдовательно наша капля предоставлена внутреннимъ силамъ сцѣпленія и силѣ тяжести и, подобно ртутной каплѣ на стеклѣ, принимаетъ сфероидальную форму.

Явленіе сфероидальнаго состоянія было изслѣдовано въ пятидесятыхъ годахъ французскимъ ученымъ Бутиньи; онъ нашелъ, что жидкость принимаетъ сфероидальное состояніе, когда металлическая пластинка нагрѣта гораздо выше температуры кипѣнія жидкости; для воды эта температура 140°, для алкоголя 130°, для эфира 61°. Онъ нашелъ также, что температура самой жидкости, находящейся въ сфероидальномъ состояніи, ниже соотвѣтствующей точки кипѣнія, какъ бы ни была высока температура пластинки; это объясняется тѣмъ, что капля жидкости не прикасается къ сильно нагрѣтой поверхности и нагрѣвается лишь отъ близости послѣдней.

Сфероидальнымъ состояніемъ объясняются многія явленія. Если въ раскаленный тигель налить сжиженный сѣрнистый газъ, то онъ приходитъ въ сфероидальное состояніе и сохраняетъ температуру ниже своей точки кипѣнія (—10°); если въ такую жидкость опустить пробирку съ водою, то послѣдняя замерзаетъ. Руку, смоченную какою-нибудь жидкостью, можно безнаказанно опустить не надолго въ расплавленный свинецъ, ибо при этомъ слой жидкости, покрывающій руку, приходитъ въ сфероидальное состояніе и не допускаетъ расплавленный металлъ до непосредственнаго соприкосновенія съ рукою. Взрывы паровыхъ котловъ обусловливаются иногда сфероидальнымъ состояніемъ; котелъ наполняютъ обыкновенно неочищенною водою, которая оставляетъ на стѣнкахъ котла твердую накипь; эта накипь плохо проводитъ тепло, вслѣдствіе чего стѣнки котла могутъ нагрѣться выше точки кипѣнія воды; если накипь трескается, то вода, пройдя чрезъ трещины, принимаетъ вблизи сильно нагрѣтыхъ стѣнокъ котла сфероидальное состояніе и не касается ихъ; когда же стѣнки котла охладятся до извѣстной температуры, вода приходитъ въ соприкосновеніе съ ними, быстро вскипаетъ, а образующійся вдругъ въ огромномъ количествѣ паръ разрываетъ котелъ.

ГЛАВА XVIII.

Пары.

§ 1. *Ознакомимся теперь со свойствами паровъ.*

Возьмемъ ртутный барометръ и чрезъ нижній конецъ трубки введемъ въ него нѣсколько капель жидкости, напр. воды; эти капли жидкости всплываютъ въ ртути и, достигши барометрической камеры, тотчасъ исчезаютъ; въ то же время ртуть въ барометрѣ понижается. Въ описанномъ опытѣ капли жидкости, исчезая, переходятъ въ невидимый паръ; пониженіе ртути указываетъ на то, что паръ обладаетъ упругостью и что онъ, подобно газу, давитъ на стѣнки сосуда, въ которомъ заключенъ.

Жидкость испаряется не только въ пустое пространство, какъ сейчасъ было описано, но и въ такое, которое наполнено газомъ; только тогда испареніе происходитъ медленнѣе, чѣмъ въ пустотѣ. Примѣръ испаренія жидкости въ воздухъ можно видѣть въ слѣдующемъ опытѣ: въ колбу наливаютъ нѣсколько эфира и быстро закрываютъ пробкою съ проходящимъ чрезъ нее открытымъ манометромъ; столбъ жидкости въ послѣднемъ нѣкоторое время перемѣщается, обнаруживая увеличеніе давленія внутри колбы; это указываетъ на то, что эфиръ постепенно переходитъ въ паръ, который, прибавляясь къ воздуху колбы, увеличиваетъ — по закону Дальтона (XII, § 18) — давленіе на манометръ.

Если кипятить жидкость въ открытомъ сосудѣ, то въ нѣкоторомъ разстояніи отъ кипящей жидкости видно слегка прозрачное сѣрое облачко, которое въ общежитіи и называютъ паромъ; но это не паръ, а собраніе мелкихъ капель жидкости, въ которыя осѣдаетъ паръ вслѣдствіе охлажденія отъ соприкосновенія съ окружающимъ холоднымъ воздухомъ.

Въ большинствѣ случаевъ пары безцвѣтны и прозрачны, а потому невидимы; какъ на исключеніе изъ этого правила можно указать на пары брома, іода и др., которые сильно окрашены.

Если паръ достаточно сжать или охладить, то онъ переходитъ въ жидкое состояніе или, какъ говорятъ, *осѣдаетъ*. Если барометрическую трубку съ паромъ надъ ртутью опускать въ глубокій стаканъ, то паръ сжимается и наконецъ осѣдаетъ: на поверхности ртути въ трубкѣ появляется столбикъ жидкости. Если кипятить воду въ колбѣ и развивающіеся пары трубкою отводить въ глубокій стаканъ съ холодною водою, то въ началѣ изъ трубки поднимаются пузыри воздуха, которые проходятъ чрезъ всю воду стакана; но воздухъ изъ колбы скоро весь удаляется, послѣ чего въ стаканѣ не видно больше поднимающихся пузырей: паръ, развивающійся изъ кипящей воды въ колбѣ, по выходѣ изъ трубки прикасается къ холодной водѣ и осѣдаетъ.

Если въ теплую комнату, воздухъ которой всегда пропитанъ водянымъ паромъ, помѣстить холодное тѣло, то оно покрывается росою: водяные пары воздуха, соприкасающіеся съ поверхностью холоднаго тѣла, осѣдаютъ и отдѣляются на ней въ видѣ капель воды.

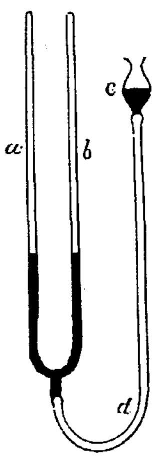
Ниже мы увидимъ, что при остальныхъ равныхъ условіяхъ плотность пара гораздо меньше плотности своей жидкости; иначе говоря, жидкость, переходя въ паръ, сильно расширяется; такъ напр. вода, переходя въ паръ при атмосферномъ давленіи и 100°, расширяется въ 1700 разъ.

§ 2. Вернемся къ барометру съ паромъ; погружая такой барометръ въ глубокій стаканъ со ртутью, будемъ сжимать паръ и отмѣчать: во 1-хъ, занимаемый имъ объемъ и, во 2-хъ, его упругость. Сопоставляя результаты подобныхъ наблюденій, сдѣланныхъ при различныхъ температурахъ, нетрудно убѣдиться, что съ повышеніемъ температуры паръ, сохраняя постоянный объемъ, увеличиваетъ свою упругость, а при постоянномъ давленіи расширяется совершенно подобно газу.

Въ виду всего этого приходимъ къ заключенію, что пары, подобно газамъ, слѣдуютъ закону Бойля и Гэ Люссака. Такимъ образомъ если обозначимъ m массу пара, v—его объемъ, p—его упругость, t—температуру и α—термическій коэффиціентъ объема, то произведеніе объема каждаго грамма пара на давленіе, раздѣленное на биномъ расширенія, есть величина постоянная (XIV, § 10):

$$\frac{pv}{m(1+\alpha t)} = c.$$

Сходство паровъ и газовъ легко демонстрировать опытомъ. Для этого возьмемъ двѣ закрытыя сверху стеклянныя цилиндрическія трубки a и b (фиг. 238), сообщающіяся между собою внизу и соединенныя гутаперчевою трубкою d съ резервуаромъ ртути c; трубки наполнены отчасти ртутью, надъ которою въ a—воздухъ, въ b—паръ; пусть при извѣстномъ положеніи резервуара ртуть въ обѣихъ трубкахъ стоитъ на одномъ уровнѣ; тогда при опусканіи резервуара c, ртуть будетъ стоять на одномъ уровнѣ въ обѣихъ трубкахъ. Слѣдовательно, паръ расширяется подобно воздуху.



Фиг. 238.

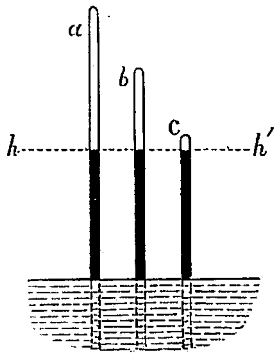
§ 3. Сходство между паромъ и газомъ не всегда имѣетъ мѣсто. Если паръ, находящійся въ барометрѣ, сжимать, его упругость, какъ мы видѣли, возрастаетъ; но она возрастаетъ только до тѣхъ поръ, пока паръ не начнетъ осѣдать, и надъ ртутью въ барометрѣ не появится столбикъ жидкости; послѣ этого, сколько бы мы ни сжимали нашъ паръ, его упругость не увеличивается, но все новое и новое количество его осѣдаетъ. Наоборотъ, если расширять такой паръ, упругость его не уменьшается, но жидкость постепенно испаряется. Такой паръ называется *насыщеннымъ;* а паръ, разсмотрѣнный нами въ предыдущемъ §, называется *ненасыщеннымъ* или *перегрѣтымъ*.

Видимый признакъ насыщеннаго пара заключается въ томъ, что онъ находится въ соприкосновеніи со своею жидкостью; при неизмѣнной температурѣ онъ обладаетъ постоянною упругостью.

Если барометрическую трубку съ насыщеннымъ паромъ постепенно погружать въ глубокій стаканъ со ртутью, приводя ее въ положеніе

a, b или c (фиг. 239), то ртуть въ трубкѣ всегда остается на одномъ уровнѣ hh'.

Разницу между насыщенными и ненасыщенными парами можно показать при помощи прежняго прибора (фиг. 238), въ одной трубкѣ котораго, a, находится насыщенный, а въ другой, b, ненасыщенный паръ; если поднимать резервуаръ c, то ртуть въ трубкѣ b будетъ стоять выше, чѣмъ въ a; по мѣрѣ сжатія паровъ въ нашихъ трубкахъ вертикальное разстояніе уровней ртути въ нихъ уменьшается и наконецъ исчезаетъ, когда надъ ртутью трубки b появится столбикъ жидкости.



Фиг. 239.

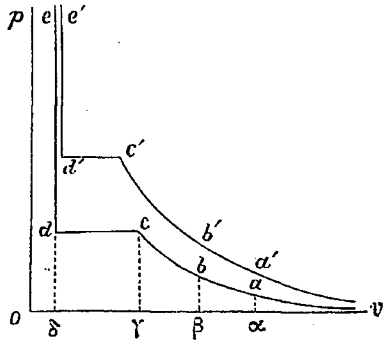
Паръ ненасыщенный при сжатіи увеличиваетъ свою упругость, а при расширеніи уменьшаетъ ее. Стало-быть, если сжимать ненасыщенный паръ, его упругость возрастаетъ до тѣхъ поръ, пока онъ не станетъ насыщеннымъ, послѣ чего его упругость не измѣняется болѣе. Слѣдовательно, *упругость насыщеннаго пара есть наибольшая, которую ненасыщенный паръ можетъ имѣть при данной температурѣ.*

Упругость насыщеннаго пара можетъ быть измѣнена лишь съ температурою: *упругость насыщеннаго пара увеличивается съ повышеніемъ температуры и уменьшается съ ея пониженіемъ.*

Вліяніе температуры на упругость насыщеннаго пара можно показать при помощи слѣдующаго простого опыта: верхнюю часть барометра съ насыщеннымъ паромъ окружимъ болѣе широкою трубкою, которую наполнимъ горячею водою; тогда ртуть въ барометрѣ опустится, что и указываетъ на то, что съ повышеніемъ температуры насыщеннаго пара его упругость увеличивается.

Указанныя выше свойства пара можно представить графически при помощи изотермъ. Для этого возьмемъ оси координатъ Ov и Op (фиг. 240); абсциссами будемъ представлять объемы, занимаемые паромъ, а ординатами—соотвѣтственныя его упругости; линія, проходящая чрезъ верхніе концы ординатъ, представитъ свойства пара. Какова же эта линія? Положимъ, что ненасыщенный паръ занимаетъ объемъ Oa

и обладаетъ упругостью αa; если, сохраняя температуру неизмѣнною, паръ сжимается, то его упругость увеличивается по закону Бойля; слѣдовательно, наша кривая поднимается справа на лѣво, при чемъ $O\alpha \,.\, \alpha a = O\beta \,.\, \beta b = \cdots = \textit{пост.}$; и такъ, сначала наша кривая есть равносторонняя гипербола. Положимъ, что при объемѣ $O\gamma$ паръ становится насыщеннымъ, такъ что при дальнѣйшемъ сжатіи не увеличиваетъ своей упругости; поэтому здѣсь наша линія обращается въ прямую cd параллельную оси Ov. И такъ, линія $abcd$ опредѣляетъ упругость пара при различныхъ объемахъ и при опредѣленной температурѣ. Положимъ, что при объемѣ $O\delta$ вся смѣсь переходитъ въ жидкость; а такъ какъ жидкость не сжимается (или сжимается такъ мало, что этого нельзя отмѣтить на чертежѣ нашего масштаба), то далѣе наша линія принимаетъ форму прямой de параллельной оси давленій. И такъ, наша изотерма имѣетъ такой видъ: когда вещество находится въ состояніи пара, изотерма имѣетъ форму равносторонней гиперболы; когда вещество переходитъ въ состояніе смѣси, изотерма обращается въ горизонтальную прямую; наконецъ, когда все вещество обращается въ жидкость, изотерма переходитъ въ вертикальную прямую.



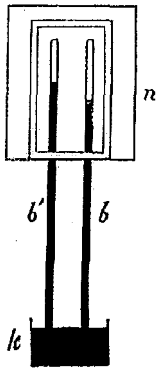
Фиг. 240.

Подобнымъ же образомъ можно построить изотермы для другихъ температуръ; такъ напр. $a'b'c'd'e'$ представляетъ изотерму болѣе высокой температуры; она лежитъ вся выше, чѣмъ $abcde$, и нигдѣ съ нею не пересѣкается; гиперболическая вѣтвь $a'c'$ тянется дальше, чѣмъ ac (точка c' ближе къ оси давленій, чѣмъ c), ибо паръ тѣмъ дольше не начинаетъ осаждаться, чѣмъ выше его температура; горизонтальная вѣтвь $c'd'$ превращается въ вертикальную $d'e'$ раньше, чѣмъ cd переходитъ въ de (точка d' дальше отъ оси давленій, чѣмъ d), ибо объемъ жидкости тѣмъ больше, чѣмъ она выше нагрѣта.

Понятно, что изъ опыта надо найти лишь упругости насыщенныхъ паровъ при различныхъ температурахъ. Зная ихъ, можно вычертить полныя кривыя упругостей пара для соотвѣтственныхъ температуръ. Дѣйствительно, если знаемъ координаты точки c, т. е. ея ординату γc и абсциссу $O\gamma$, то лѣвѣе этой точки изотерма имѣетъ форму прямой параллельной оси абсциссъ, а правѣе — форму равносторонней гиперболы, произведеніе абсциссы и ординаты каждой точки которой равняется произведенію $O\gamma \, . \, \gamma c$.

§ 4. Первыя надежныя измѣренія упругости насыщеннаго водяного пара были сдѣланы Реньо; опыты его производились различно, смотря потому относились ли они къ низкимъ, среднимъ или высокимъ температурамъ.

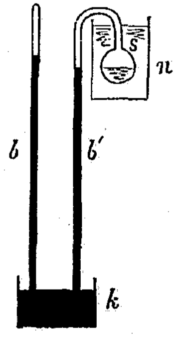
Для измѣреній упругости пара при среднихъ температурахъ употреблялся снарядъ, состоящій изъ двухъ барометровъ b и b' (фиг. 241), опущенныхъ въ одну чашку со ртутью k; въ трубкѣ b надъ ртутью имѣлся насыщенный паръ; верхніе концы барометровъ были окружены сосудомъ n съ водою, которую можно было поддерживать при той или другой температурѣ; въ сосудѣ имѣлось отверстіе, закрытое стекломъ, чрезъ которое были видны уровни ртути въ барометрахъ; вертикальное разстояніе между этими уровнями измѣряло искомую упругость пара при температурѣ окружающаго сосуда.



Фиг. 241.

Этимъ приборомъ нельзя пользоваться при низкихъ температурахъ, ибо окно въ сосудѣ n потѣетъ, и барометрическія трубки не видны; имъ нельзя пользоваться и при высокихъ температурахъ, ибо тогда ртуть въ барометрѣ b слишкомъ низко опускается (при 100°— до уровня въ чашкѣ k).

§ 5. Приборъ для опредѣленія упругости водяныхъ паровъ при низкихъ температурахъ состоялъ также изъ двухъ барометровъ b и b' (фиг. 242), опущенныхъ въ одну чашку k со ртутью; трубка b' была загнута наверху и оканчивалась резервуаромъ s, въ которомъ находилось нѣсколько воды. Этотъ резервуаръ погружался въ сосудъ n съ водою низкой температуры или съ охлаждающею смѣсью. Хотя верхняя часть трубки b' имѣла болѣе высокую температуру, чѣмъ резервуаръ s, но въ приборѣ насыщенные пары имѣли—по закону холодныхъ стѣнокъ—упругость, соотвѣтствующую низ-

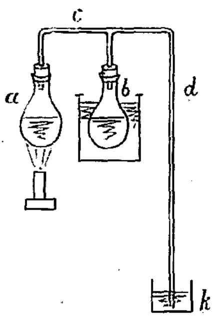


Фиг. 242.

шей температурѣ, т. е. температурѣ резервуара s или сосуда n. По вертикальному разстоянію между уровнями ртути въ барометрахъ b и b' опредѣлялась искомая упругость при соотвѣтственной температурѣ.

Опыты съ описаннымъ приборомъ показали, что не только вода при всѣхъ температурахъ, но даже ледъ, охлажденный до низкой температуры, даетъ пары замѣтной упругости.

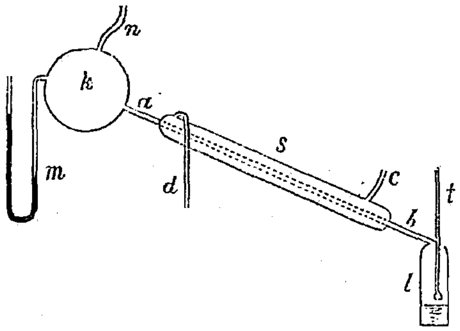
Упомянутый выше *законъ холодныхъ стѣнокъ* состоитъ въ томъ, что если насыщенный паръ находится въ закрытомъ сосудѣ, различныя мѣста стѣнокъ котораго различно нагрѣты, то упругость этого пара соотвѣтствуетъ самой низкой изъ температуръ стѣнокъ. Въ справедливости этого закона можно убѣдиться изъ слѣдующаго опыта. Двѣ колбы съ водою, a и b (фиг. 243), соединяются трубочкою c, продолженіе которой, d, отогнуто внизъ. Опытъ начинается съ того, что обѣ колбы нагрѣваютъ до кипѣнія въ нихъ воды; когда воздухъ изъ колбъ будетъ выгнанъ и останется только паръ, нижній конецъ трубки d опускаютъ въ стаканъ k со ртутью и одну изъ колбъ, напр. a, погружаютъ въ холодную воду, а другую продолжаютъ нагрѣвать: ртуть тотчасъ же начинаетъ подниматься по трубкѣ d; слѣдовательно, если одну изъ колбъ охладить, упругость пара какъ въ этой колбѣ, такъ и въ той, которую продолжаютъ нагрѣвать, уменьшается.



Фиг. 243.

§ 6. Третій способъ Реньо примѣнялся къ опредѣленію упругости водяныхъ паровъ при высокихъ температурахъ (до 230° Ц.) и основывался на томъ извѣстномъ намъ фактѣ, что жидкость кипитъ при той температурѣ, при коей ея пары имѣютъ упругость равную давленію, подъ которымъ она находится (XVII, § 2).

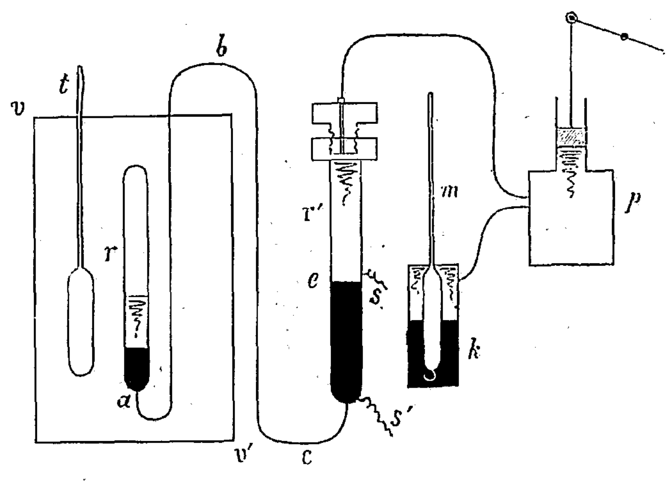
Приборъ состоялъ изъ металлической трубки $a\,b$ (фиг. 244), одинъ конецъ которой соединялся съ котломъ l, наполненнымъ водою, другой же—съ резервуаромъ воздуха k; этотъ резервуаръ сообщался съ манометромъ m и—при посредствѣ трубочки n—съ насосомъ, которымъ можно было или сгущать или разрѣжать въ немъ воздухъ. Трубка ab окружалась другою болѣе широкою s, по которой постоянно протекала холодная вода, приводимая по трубкѣ c и выливающаяся по d. Прикасаясь къ холоднымъ стѣнкамъ трубки ab, нѣкоторое количество пара постоянно осѣдало, и получающаяся жидкость стекала въ котелъ l; такимъ образомъ въ приборѣ всегда находился паръ въ соприкосновеніи съ водою, т. е. насыщенный паръ. При этомъ во всемъ приборѣ устанавливалось одно давленіе, обусловливаемое въ резервуарѣ k однимъ воз-



Фиг. 244.

духомъ, въ котлѣ l — однимъ паромъ, въ трубкѣ же ab—смѣсью воздуха и пара, при чемъ упругость послѣдняго была незначительна, соотвѣтственно низкой температурѣ окружающихъ стѣнокъ. Чтобы произвести опытъ, сгущали или разрѣжали воздухъ въ резервуарѣ k и, подогрѣвая котелъ l, замѣчали температуру паровъ при помощи термометра t. Соотвѣтственная упругость паровъ въ котлѣ равнялась давленію воздуха въ резервуарѣ k; это давленіе опредѣляли манометромъ m.

Изслѣдованіе Реньо было продолжено и доведено до конца Кальете и Колардо. Приборъ ихъ состоялъ изъ стального сосуда r (фиг.



Фиг. 245.

245) съ водою; этотъ сосудъ погружался въ другой сосудъ vv' со сплавомъ, который нагрѣвался и становился жидкимъ, начиная съ 220°; снизу сосудъ r соединялся тонкою и гибкою стальною трубочкою abc со стальнымъ сосудомъ r', а этотъ послѣдній съ піэзометромъ m и съ насосомъ p, при помощи котораго можно было накачивать воду въ r'; вся соединительная трубочка abc, а также нижнія части сосудовъ r, r' и k были наполнены ртутью; сосуды r' и k доливались водою, которою наполнялись и трубочки, соединявшія эти сосуды съ насосомъ p. Въ сосудѣ r надъ водою развивался паръ, давленіе котораго передавалось въ піэзометръ m по водѣ и ртути снаряда.

Опытъ состоялъ въ томъ, что сосудъ vv' нагрѣвали и поддерживали при постоянной температурѣ, опредѣляемой термометромъ t, и, доведя ртуть въ сосудѣ r' до опредѣленнаго уровня e, измѣряли піэзометромъ m соотвѣтствующую упругость пара. Опыты эти дѣлались, начиная съ 224°; до 365° результаты ихъ были совершенно независимы отъ количества воды, налитой въ сосудъ r; но, начиная съ этой температуры, упругость оказывалась тѣмъ больше, чѣмъ большее количество воды было налито въ сосудъ r. Это можно объяснить тѣмъ, что 365° есть критическая температура воды (XX), начиная съ которой вода ни подъ какимъ давленіемъ не остается въ жидкомъ состояніи; такъ что до 365° въ сосудѣ r была смѣсь воды и насыщеннаго пара, а выше 365° — одинъ перегрѣтый паръ.

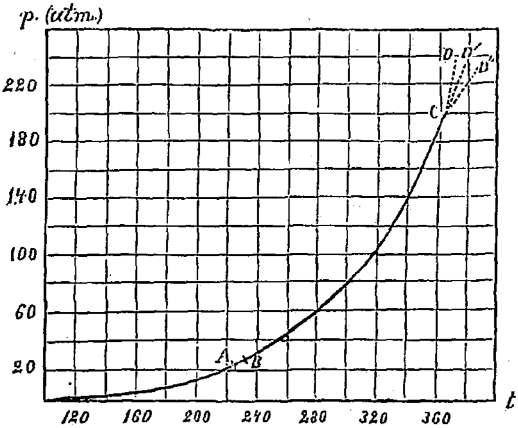
Въ прилагаемыхъ табличкахъ показаны упругости водяного пара, опредѣленныя Реньо и Калльете; упругости отъ — 30° до 120° выражены въ миллиметрахъ ртутнаго столба:

t	f	t	f	t	f	t	f
	mm						
— 30°	0,3805	10	9,1398	50	91,978	90	525,47
— 20	0,9441	20	17,363	60	148,88	100	760
— 10	2,1514	30	31,510	70	233,31	110	1075,4
0	4,5687	40	54,865	80	354,87	120	1491,3

Упругости отъ 100° до 365° выражены въ атмосферахъ:

t	f	t	f	t	f	t	f
	atm.						
100°	1,0	175	8,8	250	39,2	325	121,6
125	2,2	200	15,3	275	59,4	350	167,5
150	4,7	225	25,1	300	86,2	365	200,5

На прилагаемомъ чертежѣ (фиг. 246) зависимость упругости водяного пара отъ температуры представлена графически; отъ начала до точки B кривая представляетъ результаты опытовъ Реньо, отъ A до C — опытовъ Кальете; вѣтви CD, CD', ... соотвѣтствуютъ ненасыщенному пару, нагрѣтому выше критической температуры.



Фиг. 246.

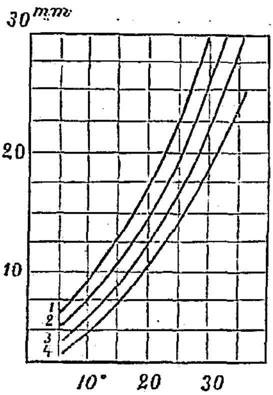
§ 7. При одной и той же температурѣ насыщенные пары различныхъ жидкостей имѣютъ различныя упругости. Возьмемъ нѣсколько барометрическихъ трубокъ и погрузимъ ихъ одну рядомъ съ другой въ сосудъ со ртутью; первую трубку оставимъ въ качествѣ барометра, а въ остальныя впустимъ жидкости: въ одну нѣсколько капель воды, въ другую — спирта, а въ третью — эфира, такъ чтобы надъ ртутью въ этихъ трубкахъ образовались насыщенные пары; уровни ртути понижаются, но различно: всего больше въ трубкѣ съ эфиромъ, всего меньше въ трубкѣ съ водою; изъ этого заключаемъ, что при одной и той же температурѣ упругость паровъ эфира больше упругости паровъ спирта, а упругость послѣднихъ больше упругости водяныхъ паровъ.

Приведемъ еще табличку упругостей (f) ртутныхъ паровъ при различныхъ температурахъ (t):

$t = 20^{\circ}$,	$f = 0{,}0001$ cm
40	0,0006
60	0,0026
80	0,0093
100	0,0285

Мы предполагали, что въ барометрѣ надъ ртутью совершенная пустота; если бы тамъ были пары, то они своею упругостью понизили бы столбъ ртути. Въ барометрической камерѣ всегда имѣются ртутные пары; впрочемъ упругость ихъ при обыкновенной температурѣ (около 20°) столь мала, что онѣ производятъ лишь незамѣтное пониженіе ртутнаго столба, которымъ можно пренебречь.

На фиг. 247 представлены: кривая упругости водяного пара (1) и кривыя упругостей паровъ растворовъ сѣрной кислоты различныхъ концентрацій: (2) раствора изъ 17 частей воды и 1 части кислоты, (3) изъ 11 частей воды и 1 части кислоты и (4) изъ 9 частей воды и 1 части кислоты; при одной и той же температурѣ упругость пара тѣмъ меньше, чѣмъ больше въ водѣ растворено сѣрной кислоты. Это правило совершенно общее: упругость пара всякой жидкости уменьшается, если въ ней растворено какое-нибудь вещество; но кипѣть жидкость можетъ только тогда, когда ея пары достигаютъ упругости равной внѣшнему давленію (XVII, § 2); пары растворовъ достигаютъ опредѣленной упругости тѣмъ позже, чѣмъ сильнѣе ихъ концентрація; слѣдовательно, *раствореніе какого-нибудь вещества задерживаетъ кипѣніе жидкости и тѣмъ больше, чѣмъ больше растворено вещества.* Отсюда практическое правило: изъ двухъ образцовъ одной жидкости чище тотъ, который раньше закипаетъ.



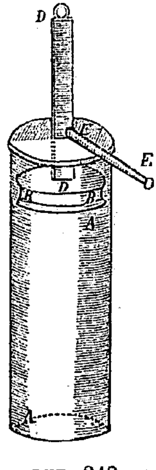
Фиг. 247.

Замѣтимъ еще, что *при кипѣніи растворовъ изъ нихъ выдѣляются пары чистаго растворителя;* такъ напр. при кипѣніи воднаго раствора какой-нибудь соли выдѣляются пары чистой воды. На этомъ обстоятельствѣ основаны *выпариваніе солей* и *дистиллированіе жидкостей.* Для того, чтобы собрать соль изъ раствора, стоитъ только продолжительно кипятить растворъ, пока весь растворитель не испарится, послѣ чего останется вся соль въ твердомъ видѣ.

Иногда требуется выдѣлить изъ раствора чистый растворитель; для этого нагрѣваютъ растворъ до кипѣнія и выдѣляющіеся пары осаждаютъ и собираютъ; такимъ образомъ получается чистая жидкость безъ примѣси растворенныхъ въ ней веществъ; въ этомъ и состоитъ дистиллированіе жидкости. Дистиллированіе воды производится въ грандіозныхъ размѣрахъ въ самой природѣ: воды рѣкъ, озеръ и морей всегда содержатъ въ себѣ много растворенныхъ солей (получающихся изъ почвы); изъ этихъ водъ при ихъ нагрѣваніи выдѣляются чистые пары, которые напитываютъ нашу атмосферу. Пары эти при извѣстныхъ условіяхъ осѣдаютъ въ капли воды, которыя и падаютъ на поверхность земли въ видѣ дождя.

§ 8. Значительною упругостью водяного пара при высокихъ температурахъ пользуются для устройства *паровыхъ машинъ*.

Въ концѣ 17-го столѣтія Денисъ Папенъ занялся вопросомъ: нельзя ли воспользоваться только-что изобрѣтеннымъ передъ тѣмъ воздушнымъ насосомъ, какъ рабочею машиною? Сначала Папену казалось возможнымъ разрѣшить вопросъ такимъ способомъ: поднять какою-нибудь силою поршень насоса такъ, чтобы подъ нимъ въ цилиндрѣ образовалась пустота; внѣшній воздухъ своимъ давленіемъ опустилъ бы потомъ поршень внизъ; этимъ послѣднимъ движеніемъ Папенъ и думалъ воспользоваться для совершенія работы, напр. для подъема груза и т. п. Въ первыхъ своихъ попыткахъ Папенъ клалъ подъ поршень порохъ, и поджигалъ его; поршень при этомъ дѣйствительно бросался вверхъ, но не опускался затѣмъ внизъ; Папенъ не зналъ, что на мѣсто сгораемаго пороха появляются газы, которые своею упругостью и мѣшали поршню опускаться. Нѣсколько лучшіе результаты Папенъ получилъ, замѣнивъ порохъ водою, которую испарялъ. На фиг. 248 изображенъ его снарядъ (1688 г.). Въ цилиндръ AA подъ поршень BB наливалось небольшое количество воды, которая нагрѣвалась и превращалась въ паръ; развивающійся паръ своею упругостью поднималъ поршень; при помощи стержня EE поршень удерживался въ поднятомъ положеніи; веревка, перекинутая чрезъ блокъ, привязывалась однимъ концомъ къ стержню D, другимъ къ грузу; затѣмъ цилиндръ мало-по-малу охлаждался, а паръ подъ поршнемъ постепенно осаждался; когда цилиндръ охлаждался до температуры окружающаго пространства, въ цилиндрѣ подъ поршнемъ оставался паръ очень незначительной упругости, такъ что, когда стержень EE вынимали, внѣшній воздухъ своимъ давленіемъ опускалъ поршень и поднималъ привязанный къ нему грузъ.

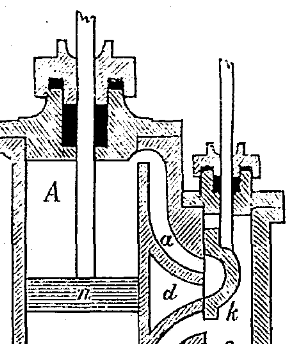


Фиг. 248.

Въ этомъ приборѣ Папенъ сознательно пользуется свойствами пара; „вода, говоритъ онъ, превращенная огнемъ въ паръ, пріобрѣтаетъ упругость подобно воздуху, а холодомъ опять такъ хорошо сгущается, что не остается даже слѣда этой упругости". Папенъ думалъ о практическихъ примѣненіяхъ своего изобрѣтенія, какъ напр. къ подъему воды въ Фульдо Димельскій каналъ; цилиндръ этой машины, отлитый въ 1700 году, сохраняется и донынѣ въ Кассельскомъ музеѣ. Затѣмъ Папенъ устроилъ лодку съ колесами, которыя приводились въ движеніе паромъ; въ 1707 г. опыты съ этимъ первымъ пароходомъ на р. Фульдѣ вполнѣ удались.

Изобрѣтеніе Папена, постепенно совершенствуясь, мало-по-малу стало находить примѣненіе въ Англіи, преимущественно для откачиванія воды изъ угольныхъ копей.

§ 9. Въ 1756 г. модель тогдашней паровой машины, принадлежавшая Глазговскому университету, была сдана механику Уатту для починки. Это было поводомъ для Уатта сдѣлать такія изобрѣтенія, которыя и до сихъ поръ сохраняютъ цѣнность; въ рукахъ Уатта паровая машина получила свою окончательную форму; она могла не только выкачивать воду, какъ это дѣлали до того паровыя машины, но и примѣняться ко всякаго рода работамъ; вслѣдствіе этого она быстро вошла во всеобщее употребленіе.



Фиг. 249.

Важнѣйшее изобрѣтеніе Уатта касалось распредѣленія пара. Въ его машинѣ, состоящей изъ цилиндра съ поршнемъ, паръ развивается не въ самомъ цилиндрѣ, а въ особомъ паровикѣ, изъ котораго онъ проводится въ *распредѣлительную коробку* c (фиг. 249), отсюда паръ поступаетъ по трубкамъ a и b то въ верхнюю, то въ нижнюю часть цилиндра AB; когда паръ приводится подъ поршень n, то верхняя часть цилиндра соединяется чрезъ трубку d съ такъ называемымъ *холодильникомъ*, т. е. съ пространствомъ низкой температуры; наоборотъ, когда паръ впускается въ верхнюю часть цилиндра, нижняя соединяется съ холодильникомъ. Паръ, поступая изъ котла напр. въ верхнюю часть цилиндра, давитъ на поршень сверху внизъ; а паръ, находящійся подъ поршнемъ и сообщенный съ холодильникомъ, тотчасъ же принимаетъ упругость, соотвѣтствующую температурѣ послѣдняго (§ 5), и потому производитъ лишь незначительное давленіе; вслѣдствіе всего этого поршень быстро опускается внизъ.

Такое распредѣленіе пара достигается качательными передвиженіями *золотника* k, т. е. коробки, имѣющей форму половины цилиндра; когда золотникъ поднятъ, трубка a сообщается съ трубкою d, идущею къ холодильнику, а трубка b сообщается съ паровикомъ; когда же золотникъ опущенъ, трубка b сообщается съ холодильникомъ (d), а трубка a съ паровикомъ. Такимъ образомъ паръ заставляетъ поршень n качаться вдоль цилиндра, то поднимая его вверхъ, то опуская внизъ.

Поршень, такимъ образомъ, приводится паромъ въ прямолинейное качательное движеніе; но подобное движеніе пригодно развѣ только для качанія водяного насоса; для совершенія другихъ работъ надо качанія поршня преобразовать въ непрерывное вращеніе вала; Уаттъ достигъ и этого. Кромѣ того онъ изобрѣлъ простой механизмъ, который, соединяя золотникъ съ валомъ, вращаемымъ паровою машиною, заставляетъ качаться этотъ механизмъ и распредѣлять паръ.

ГЛАВА XIX.

Плотность газовъ и паровъ.

§ 1. Плотностью газа или пара при опредѣленной температурѣ и давленіи называется *отношеніе массы даннаго газа или пара къ массѣ сухого воздуха въ томъ же объемѣ и при тѣхъ же температурѣ и давленіи.*

Плотность воздуха согласно этому опредѣленію равна единицѣ.

Прежде, чѣмъ описывать опытные пріемы измѣренія плотности газовъ и паровъ, рѣшимъ такую задачу: найти массу m газа или пара, занимающаго объемъ v, находящагося подъ давленіемъ H и при температурѣ t и обладающаго плотностью d.

Если извѣстна масса воздуха m' при тѣхъ же условіяхъ, то плотность газа, согласно условію,

(1) $$d = \frac{m}{m'};$$

или называя чрезъ δ массу воздуха въ единицѣ объема при данныхъ условіяхъ (такъ что $m' = v\delta$), получаемъ

(2) $$m = \delta v d.$$

Если теперь чрезъ v_0 назовемъ объемъ нашего воздуха при 0^0 и нормальномъ давленіи 76 cm., а чрезъ δ_0 массу его въ одномъ куб. сант. при тѣхъ же условіяхъ, то

$$v\delta = v_0\delta_0.$$

Но по закону Бойля и Гэ Люссака между объемами v и v_0 существуетъ связь (XIV, § 10):

$$\frac{vH}{1+\alpha t} = v_0 76.$$

Изъ этихъ двухъ уравненій, находимъ

$$\delta = \frac{v_0}{v}\delta_0 = \delta_0 \frac{H}{76}\frac{1}{1+\alpha t}.$$

Подставляя это значеніе δ въ уравненіе (2) получаемъ искомое выраженіе:

(3) $$m = vd\delta_0 \frac{H}{76}\frac{1}{1+\alpha t}.$$

Масса воздуха, находящагося въ тѣхъ же условіяхъ, выражается тою же формулою, только въ ней нужно положить $d = 1$:

(4) $$m = v\delta_0 \frac{H}{76}\frac{1}{1+\alpha t}.$$

§ 2. Для измѣренія плотности какого-нибудь газа берутъ стеклянный баллонъ емкостью въ нѣсколько литровъ и наполняютъ его воздухомъ; пусть масса этого воздуха

$$m = v\delta_0 \frac{H}{76} \frac{1}{1+\alpha t};$$

затѣмъ воздухъ въ баллонѣ разрѣжаютъ до упругости h, послѣ чего въ немъ остается масса воздуха

$$m' = v\delta_0 \frac{h}{76} \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Разность между m и m' опредѣляетъ массу удаленнаго изъ баллона воздуха:

$$m - m' = v\delta_0 \frac{H-h}{76} \frac{1}{1+\alpha t}; \tag{5}$$

она измѣряется двумя взвѣшиваніями баллона съ этими массами воздуха. Сдѣлаемъ еще два взвѣшиванія баллона съ массами m_1 и m_1' даннаго газа, при упругостяхъ H' и h'; разность этихъ массъ можно представить такъ:

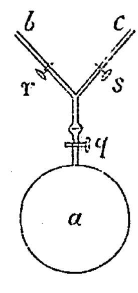
$$m_1 - m_1' = vd\delta_0 \frac{H'-h'}{76} \frac{1}{1+\alpha t}. \tag{5'}$$

Раздѣляя эти уравненія, находимъ

$$d = \frac{m_1 - m_1'}{m - m'} \frac{H'-h'}{H-h}.$$

Слѣдовательно плотность газа опредѣляется по четыремъ взвѣшиваніямъ.

Самое наполненіе баллона газами производится такъ: отъ стеклянпаго баллона a (фиг. 250), температуру котораго поддерживаютъ постоянною, идетъ тонкая трубочка съ краномъ q; къ ней привинчивается другая трубочка, раздѣляющаяся на двѣ вѣтви, изъ коихъ одна b съ краномъ r идетъ къ воздушному насосу, а другая c съ краномъ s — къ резервуару съ даннымъ газомъ. Краны q и r отворяютъ, кранъ s запираютъ и воздухъ изъ баллона выкачиваютъ; затѣмъ кранъ r затворяютъ, а кранъ s отворяютъ, и въ пустой баллонъ устремляется газъ изъ резервуара; такъ какъ сразу нельзя выкачать весь воздухъ,



Фиг. 250.

наполняющій баллонъ, то операцію повторяютъ: изъ баллона выкачиваютъ смѣсь воздуха и даннаго газа и затѣмъ впускаютъ послѣдній. Замѣтимъ, что два взвѣшиванія баллона—до и послѣ наполненія его газомъ—опредѣляютъ массу содержащагося въ немъ газа только въ томъ случаѣ, когда оба взвѣшиванія производятся при одинакихъ давленіяхъ и температурахъ внѣшней атмосферы, въ противномъ случаѣ не получимъ вѣрнаго результата, ибо въ теченіе опыта происходитъ измѣненіе въ вѣсѣ баллона (вѣрнѣе сказать въ потерѣ его вѣса); принять во вниманіе это измѣненіе весьма трудно, и потому Реньо исключилъ вліяніе измѣненія вѣса баллона, подвѣшивая на чашки вѣсовъ два баллона: на одну чашку баллонъ съ даннымъ газомъ или воздухомъ, а на другую чашку баллонъ такого же объема, который при всякихъ условіяхъ температуры и давленія уравновѣшивалъ первый.

Изъ своихъ опытовъ Реньо нашелъ, что плотности газовъ имѣютъ слѣдующія значенія:

Водородъ.	0,0693	Кислородъ	1,1056
Азотъ	0,9713	Угольн. кислота. .	1,5290.

§ 3. Для вычисленія массы газа или пара по формулѣ (3) надо еще знать δ_0 — массу воздуха въ кубическомъ сантиметрѣ при 0° и 76 cm. Для опредѣленія этой величины стеклянный баллонъ, о которомъ говорили выше, окружаютъ тающимъ льдомъ и наполняютъ сухимъ воздухомъ выше изложеннымъ способомъ. Если баллонъ наполнить воздухомъ сперва до упругости H, а потомъ до упругости h, то разность его вѣсовъ, $m - m'$, выражается формулою (5), въ которой надо положить $t = 0$:

$$m - m' = v\delta_0 \frac{H - h}{76}.$$

Въ этой формулѣ извѣстно: $m - m'$ и $H - h$ (изъ показаній манометра); остается только опредѣлить v; для этого взвѣшиваютъ баллонъ сперва наполненный воздухомъ (что даетъ приблизительно массу стекла), а потомъ — наполненный водою; разность этихъ двухъ взвѣшиваній даетъ массу воды въ объемѣ баллона; если эта масса выражена въ граммахъ, то такимъ же числомъ кубическихъ сантиметровъ выражается емкость баллона, т. е. искомое v. Послѣ этого нетрудно вычислить и δ_0 — массу сухого воздуха въ одномъ кубическомъ сантиметрѣ при 0° и 76 cm. Такимъ образомъ было найдено, что

$$\delta_0 = 0{,}001293 \text{ gr.};$$

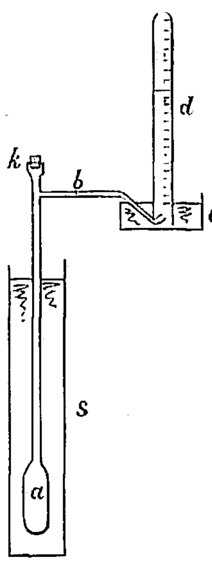
слѣдовательно воздухъ въ $1/0{,}001293 = 773$ раза легче воды.

Формулу (3) теперь можно написать такъ:

$$m = 0{,}001293\, vd\, \frac{H}{76}\, \frac{1}{1+\alpha t}\,. \tag{3'}$$

§ 4. Плотность паровъ всего проще опредѣляется при помощи прибора Майера; при опытѣ съ этимъ приборомъ опредѣляются всѣ величины, входящія въ формулу (3), за исключеніемъ плотности пара, d.

Приборъ Майера состоитъ изъ стекляннаго сосуда a (фиг. 251), сверху оканчивающагося трубкою; сбоку къ ней припаяна изогнутая трубка b, открытый конецъ которой погруженъ въ сосудъ c съ холодною водою; сосудъ a, закрытый сверху пробкою k, погружается въ желѣзный сосудъ s съ жидкостью, которую нагрѣваютъ до кипѣнія, вслѣдствіе чего воздухъ въ сосудѣ a нагрѣвается до той же температуры; по мѣрѣ нагрѣванія воздухъ въ a расширяется и выходитъ пузырями чрезъ воду сосуда c; когда выдѣленіе этихъ пузырей прекратится, воздухъ въ a нагрѣлся до температуры окружающей жидкости въ s; тогда на открытый конецъ трубки b надвигаютъ опрокинутую пробирку d, наполненную водою; вынимаютъ пробку k и въ сосудъ a вливаютъ извѣстную массу m жидкости (опредѣляемую двумя взвѣшиваніями маленькой сткляночки сперва съ данною жидкостью, а потомъ пустой, послѣ того какъ жидкость выльютъ въ сосудъ a) и тотчасъ опять запираютъ сосудъ a пробкою. Эта жидкость въ сосудѣ a обращается въ паръ массы m, который занимаетъ объемъ v и который вытѣсняетъ оттуда такой же объемъ воздуха; этотъ воздухъ собирается въ пробиркѣ d; если пробирка раздѣлена предварительно на части равной емкости, то числомъ ея дѣленій, занятыхъ воздухомъ, измѣряютъ и объемъ нашего пара.



Фиг. 251.

Такъ какъ паръ въ нашемъ приборѣ находится подъ давленіемъ внѣшняго воздуха, а температура пара опредѣляется термометромъ, опущеннымъ въ сосудъ s, то всѣ величины, входящія въ предыдущую формулу, можно опредѣлить.

Приведемъ плотности нѣкоторыхъ паровъ:

Сѣры (при 500°). .	6,62	Абсол. алкоголя .	1,613
Воды	0,623	Эфира	2,586
Ртути	6,976	Терпент. масла .	4,764

§ 5. Знаніе плотности паровъ при различныхъ температурахъ и давленіяхъ дастъ возможность судить о нѣкоторыхъ свойствахъ этихъ тѣлъ. Выше мы приняли, что всѣ газы и ненасыщенные пары слѣдуютъ законамъ Бойля и Гэ-Люссака; теперь мы можемъ найти признакъ, по которому можно судить напередъ, слѣдуетъ ли паръ этимъ законамъ или нѣтъ.

Если нѣкоторая масса пара при давленіи H и при температурахъ 0° и t° занимаетъ объемы v_0 и v_t, то, называя соотвѣтственныя плотности чрезъ d_0 и d_t, можемъ написать

$$v_t d_t \delta_0 \frac{H}{76} \frac{1}{1+\alpha t} = v_0 d_0 \delta_0 \frac{H}{79};$$

если термическій коэффиціентъ объема пара назовемъ чрезъ β, то

$$v_t = v_0(1+\beta t).$$

Исключая v_t изъ этихъ двухъ уравненій, имѣемъ

$$\frac{1+\beta t}{1+\alpha t} d_t = d_0;$$

слѣдовательно $\beta = \alpha$, если $d_t = d_0$. И такъ *если плотность пара не измѣняется съ температурою,* то паръ расширяется какъ воздухъ, т. е. слѣдуетъ закону Гэ-Люссака.

Положимъ теперь, что d и d' суть плотности пара при одной температурѣ и различныхъ давленіяхъ H и H'; пусть v и v' объемы пара при этихъ условіяхъ; тогда

$$v' d' \delta_0 \frac{H'}{76} \frac{1}{1+\alpha t} = v d \delta_0 \frac{H}{76} \frac{1}{1+\alpha t}$$

или

$$d'v'H' = dvH;$$

если $d = d'$, то

$$v'H' = vH,$$

т. е. *если плотность пара не измѣняется съ давленіемъ*, то произведеніе его объема на давленіе есть величина постоянная, иначе говоря, тогда паръ слѣдуетъ закону Бойля.

Въ дѣйствительности плотность паровъ не остается постоянною, и потому пары лишь приблизительно слѣдуютъ указаннымъ законамъ. Приводимъ данныя относительно паровъ муравьиной кислоты; H означаетъ давленіе, подъ которымъ находились пары, d — ихъ плотность.

15°		20°		30°	
H	d	H	d	H	d
mm					
2,6	2,87	2,7	2,80	3,1	2,61
7,6	2,93	8,0	2,85	8,8	2,70
15,8	3,06	16,7	2,94	18,3	2,76
		24,2	3,15	27,8	2,81

§ 6. Рѣшимъ задачу: найти массу m сырого воздуха, т. е. смѣси сухого воздуха и водяного пара, занимающаго объемъ v и находящагося подъ давленіемъ H и при температурѣ t.

По закону Дальтона (XII, § 18) газы, помѣщающіеся одновременно въ одномъ пространствѣ и имѣющіе упругости p', p'' ..., обусловливаютъ давленіе равное суммѣ ихъ упругостей, т. е. $p = p' + p'' + \cdots$ Положимъ теперь, что мы имѣемъ сырой воздухъ, упругости p; если упругости сухого воздуха и водяного пара въ отдѣльности назовемъ x и f, то $p = f + x$, откуда $x = p - f$. Послѣ этого массу сухого воздуха нашей смѣси можно представить такъ:

$$m' = v\delta_0 \frac{p - f}{76} \frac{1}{1 + \alpha t},$$

а массу водяного пара

$$m'' = v\delta_0 d \frac{f}{76} \frac{1}{1+\alpha t};$$

слѣдовательно масса сырого воздуха

$$m = m' + m'' = \frac{v\delta_0}{76(1+\alpha t)}(p - f + fd)$$

или, такъ какъ приблизительно $d = 5/8$,

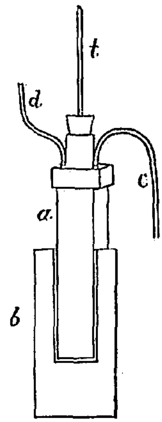
$$(5) \qquad m = \frac{v\delta_0(p - 3f/8)}{76(1+\alpha t)}.$$

§ 7. Теперь возникаетъ вопросъ, какъ опредѣлить упругость водяного пара, находящагося въ сыромъ воздухѣ, т. е. величину f, входящую въ предыдущую формулу. Для этого замѣтимъ предварительно, что если въ большой массѣ сырого воздуха, напр. въ свободной атмосферѣ, мы охладимъ небольшую его часть, то равновѣсіе воздуха отъ этого не нарушится; слѣдовательно не только полная упругость охлажденной части сырого воздуха остается прежнею, но и въ отдѣльности упругость сухого воздуха и упругость паровъ въ охлажденной части останутся безъ измѣненія.

Представимъ себѣ теперь, что въ изслѣдуемый сырой воздухъ внесено твердое тѣло, которое медленно охлаждается; окружающій это тѣло слой воздуха тоже постепенно охлаждается, а содержащіеся въ этомъ слоѣ водяные пары, не измѣняя своей упругости и охлаждаясь, приближаются къ состоянію насыщенія. Въ моментъ когда пары воздушнаго слоя придутъ въ состояніе насыщенія, они осаждаются въ видѣ росы на поверхность холоднаго тѣла. Если въ этотъ моментъ замѣтимъ температуру холоднаго тѣла, а слѣдовательно температуру насыщеннаго водяного пара, то по таблицамъ Реньо (XVIII, § 6), дающимъ для каждаго градуса упругость насыщенныхъ водяныхъ паровъ, найдемъ его упругость, а слѣдовательно и упругость пара въ нашемъ влажномъ воздухѣ.

Приборы, служащіе для опредѣленія упругости паровъ во влажномъ воздухѣ, называются *гигрометрами*. Гигрометры, основанные на изложенномъ выше принципѣ—опредѣленія точки росы, называются *сгустительными*. Первый сгустительный гигрометръ былъ устроенъ

Ле-Руа въ 1771 году: въ стаканъ съ водою бросаютъ маленькіе куски льда; стаканъ вслѣдствіе этого постепенно охлаждается и на его внѣшней поверхности появляется роса; температуру стакана въ моментъ появленія на немъ росы опредѣляютъ опущеннымъ въ него термометромъ. Этотъ примитивный гигрометръ послѣдовательно улучшался Даніелемъ, Реньо, Аллюаромъ и Крова. Опишемъ здѣсь гигрометръ Аллюара. Онъ состоитъ изъ призматическаго латуннаго сосуда a (фиг. 252), въ который наливаютъ эфиръ; послѣдній постепенно охлаждаютъ пропусканіемъ струи воздуха, вдуваемаго мѣхомъ чрезъ трубку c (XVII, § 4); по трубкѣ d этотъ воздухъ вмѣстѣ съ парами эфира выходитъ наружу; одна сторона сосуда a снаружи отполирована и позолочена; она окружена такою же пластинкою b, которая не охлаждается и потому всегда остается блестящею; сосудъ же a, достаточно охладившись, покрывается росою, при чемъ золоченая его сторона теряетъ блескъ; въ моментъ появленія росы опредѣляютъ температуру эфира по термометру t.



Фиг. 252.

ГЛАВА XX.

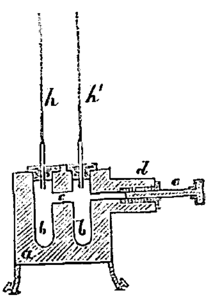
Сжиженіе газовъ.

§ 1. Пары, какъ давно уже было извѣстно, во многихъ отношеніяхъ сходны съ газами. Но одно свойство, именно способность осѣданія паровъ, т. е. способность паровъ переходить при извѣстныхъ условіяхъ въ жидкость, повидимому, отличало ихъ отъ газовъ. Въ двадцатыхъ годахъ Фарадей сдѣлалъ предположеніе, что, сжимая и охлаждая газъ, его можно, подобно пару, перевести въ жидкость. Опытъ вполнѣ подтвердилъ это предположеніе.

Первые свои опыты Фарадей сдѣлалъ съ хлоромъ. Въ изогнутую по серединѣ стеклянную трубку помѣщался гидратъ хлора, и затѣмъ трубка запаивалась. Конецъ a (фиг. 253) трубки, въ которомъ собирался гидратъ хлора, нагрѣвался, а другой конецъ, b, погружался въ охлаждающую смѣсь. Нагрѣтый гидратъ хлора распадался на хлоръ и водяной паръ: въ концѣ b трубки паръ и хлоръ охлаждались и подвергались все большему и большему давленію, ибо по мѣрѣ продолженія опыта въ трубкѣ развивалось все больше газа и пара; чрезъ нѣкоторое время въ правомъ концѣ трубки появлялась желтая жидкость — сжиженный хлоръ, — покрытая слоемъ воды; когда трубка была разрѣзана, произошелъ взрывъ, и отъ желтой жидкости не осталось слѣда: жидкій хлоръ подъ малымъ давленіемъ атмосферы мгновенно испарился.

Фиг. 253.

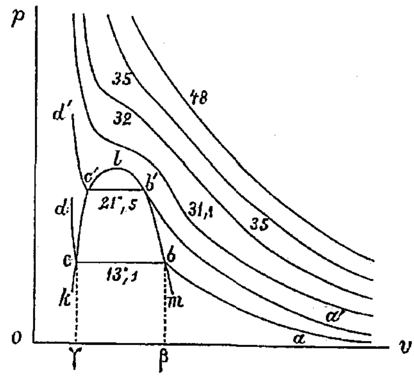
§ 2. Въ 1869 г. появилось изслѣдованіе Андріуса надъ сжатіемъ угольной кислоты, очень легко обращающейся въ жидкость. Приборъ Андріуса состоялъ изъ желѣзнаго сосуда a (фиг. 254) съ двумя цилиндрическими углубленіями b, b, соединенными между собою каналомъ c; въ эти углубленія вмазывались два закрытыхъ манометра h и h'; желѣзный сосудъ и отчасти манометры наполнялись ртутью, надъ которою въ манометрѣ h была угольная кислота, а въ h' — воздухъ; при помощи винта e, который входитъ сбоку въ желѣзный сосудъ a, можно было или вгонять ртуть въ манометры h и h', или выпускать ее оттуда, и такимъ образомъ сжимать или расширять газы въ манометрахъ; въ обоихъ манометрахъ газы всегда испытывали одинакія давленія. Трубки h и h' были раздѣлены на части равныхъ емкостей; во время опыта замѣчали дѣленія трубокъ, противъ которыхъ останавливалась ртуть въ той и другой изъ нихъ; такой отсчетъ на манометрѣ h давалъ объемъ угольной кислоты, а отсчетъ на манометрѣ h' давалъ объемъ воздуха; по этому послѣднему объему—на основаніи закона Бойля—опредѣлялась упругость воздуха, а слѣдовательно и упругость угольной кислоты. Манометры h и h' окружались водяною ванною постоянной температуры, которую принимали и газы въ этихъ манометрахъ.



Фиг. 254.

Опыты Андріуса обнаружили существованіе такой температуры, при которой (и выше которой) угольную кислоту *невозможно осадить*. Эту температуру Андріусъ назвалъ *критическою температурою* угольной кислоты; она около 31° Ц. Еще при 30°,9 извѣстное давленie (76 atm.) заставляетъ угольную кислоту частью осаждаться, и въ трубкѣ замѣчается жидкiй слой подъ парами; но при 31°,1 — даже подъ давленiемъ 400 atm. — незамѣтно, чтобы вещество дѣлилось на паръ и жидкость: оно остается совершенно однороднымъ.

Результаты наблюденiй Андрiуса надъ упругостью и объемомъ угольной кислоты при различныхъ температурахъ можно представить графически при помощи изотермъ (фиг. 255), построенныхъ извѣстнымъ уже намъ способомъ (XII, § 12). По своей формѣ эти изотермы распадаются на двѣ категорiи. Для температуръ ниже критической онѣ имѣютъ форму изотермъ пара (XVIII, § 3), характеризуемыхъ прямолинейною горизонтальною вѣтвью (bc, $b'c'$), а для температуръ выше критической онѣ имѣютъ форму изотермъ газа (XIV, § 11), характеризуемыхъ отсутствiемъ такой вѣтви.



Фиг. 255.

Крайнiя точки горизонтальныхъ вѣтвей, b и c, b' и c', ... сближаются между собою по мѣрѣ возвышенiя температуры и наконецъ совпадаютъ для критической температуры. Эти точки b, b', ... c, c' ... лежатъ на такъ называемой *предѣльной кривой* klm, вершина которой, l, и есть та точка, лежащая на изотермѣ критической температуры, въ которой сливаются концы ея прямолинейной вѣтви. Эта точка l опредѣляетъ такъ называемое критическое состоянiе вещества; соотвѣтствующiе этой точкѣ объемъ, упругость и температура вещества называются его критическими объемомъ, упругостью и температурою.

Вообще жидкость отличается отъ своего насыщеннаго пара той же температуры; такъ напр. при 13°,1 жидкая угольная кислота имѣетъ наибольшiй объемъ $o\gamma$, а ея насыщенный паръ — объемъ $o\beta$; и по другимъ свойствамъ (плотности, преломляемости и т. д.) жидкость отличается отъ своего насыщеннаго пара. Съ повышенiемъ температуры разница въ свойствахъ вещества уменьшается и при критическомъ состоянiи вовсе исчезаетъ: жидкость и ея насыщенный паръ имѣютъ одинакiе объемы, плотности, преломляемости и т. д.; *при критическомъ* *состояніи жидкость отождествляется со своимъ насыщеннымъ паромъ.*

Различнымъ нашимъ категоріямъ изотермъ соотвѣтствуютъ и различные способы перехода вещества изъ одного состоянія въ другое. Такъ какъ при температурахъ ниже критической на изотермахъ имѣются прямолинейныя горизонтальныя вѣтви, соотвѣтствующія состоянію смѣси, то переходъ изъ пара въ жидкость совершается *прерывно*, чрезъ разнородную смѣсь жидкости и насыщеннаго пара, отличающихся своими свойствами; благодря различію ихъ плотностей и преломляемости, жидкость и паръ рѣзко разграничены; процессъ такого перехода пара въ рѣзко отъ него отличающуюся жидкость называется *сжиженіемъ*. При температурахъ выше критической изотермы не имѣютъ горизонтальныхъ вѣтвей; слѣдовательно при температурахъ выше критической вещество измѣняется *непрерывно*, оставаясь всегда во всей своей массѣ однороднымъ и нигдѣ не представляя тѣхъ характерныхъ признаковъ, которыми сопровождается сжиженіе.

Изъ всего сказаннаго ясно, что *газы могутъ быть сжижены только тогда, когда они охлаждены ниже своей критической температуры;* нагрѣтые же выше критической температуры они ни при какихъ давленіяхъ не сжижаются. Поэтому разница между газами и парами состоитъ въ томъ, что *газообразное тѣло, охлажденное ниже критической температуры, есть паръ, а нагрѣтое выше этой температуры — газъ;* такъ угольная кислота ниже 31° есть паръ, а выше—газъ.

Каждое вещество имѣетъ свою критическую температуру; вотъ значенія ея для нѣкоторыхъ тѣлъ:

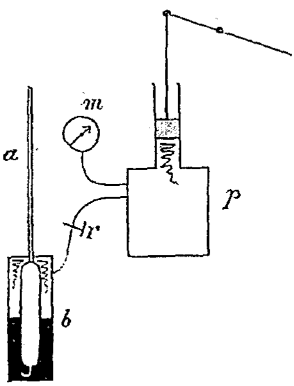
Вода. . . .	365°	Этиленъ . . .	— 10
Алкоголь. .	234	Кислородъ . .	—118
Эфиръ . . .	190	Воздухъ . . .	—141
Угольная к.	31	Азотъ	—146

Понятно, что для каждой температуры имѣется свое особое число газовъ: это тѣ вещества, критическая температура коихъ лежитъ ниже. Чѣмъ выше данная температура, тѣмъ это число больше. Послѣ этого ясно, что вопросъ о томъ, состоитъ ли солнце изъ газообразной массы, или частью изъ жидкой, приводится къ другому вопросу, а именно: выше ли температура солнца, чѣмъ критическія температуры всѣхъ солнечныхъ веществъ, или нѣтъ.

§ 3. Различные способы перехода жидкости въ газообразное состояніе *можно легко наблюдать*. *Пусть жидкость помѣщается* въ запаянную съ обоихъ концовъ стеклянную трубку, изъ которой выгнанъ воздухъ; если такую трубку нагрѣвать, то (въ зависимости отъ количества жидкости, налитой въ трубку) можетъ случиться одно изъ трехъ: или жидкость, постепенно увеличиваясь въ объемѣ, наполнитъ всю трубку, или напротивъ, постепенно уменьшаясь въ объемѣ, вся испарится, или, наконецъ, мало измѣняясь въ объемѣ, будетъ приближаться къ состоянію находящихся надъ нею паровъ, пока не соединится съ ними въ одну однообразную массу. Первые два случая могутъ имѣть мѣсто при всякой температурѣ, послѣдній же только при критической; остановимся на этомъ случаѣ. Сперва жидкость отдѣляется отъ паровъ рѣзкою поверхностью; по мѣрѣ приближенія къ критической температурѣ эта граница постепенно размывается; потомъ на ней появляется муть или туманъ, который скоро пропадаетъ, и вся трубка наполняется однородною массою. Если теперь медленно охлаждать эту однородную— и потому прозрачную — массу, то въ извѣстный моментъ вся трубка наполняется мутью—признакъ оптически замѣтной неоднородности—, которая затѣмъ сосредоточивается въ опредѣленномъ мѣстѣ трубки, гдѣ вскорѣ обозначается раздѣлъ жидкости отъ пара, и наконецъ сразу значительная часть трубки наполняется прозрачною жидкостью.

§ 4. Вопросъ о сжиженіи газовъ даже послѣ опытовъ Фарадея и Андріуса все-таки былъ далеко не разрѣшенъ на практикѣ; нѣкоторые газы, какъ водородъ, кислородъ, азотъ и др., не поддавались никакимъ усиліямъ; ихъ поэтому назвали *постоянными* газами, какъ будто они остаются постоянно газами, не смотря ни на какія условія. Но изслѣдованія Андріуса проливали свѣтъ на вопросъ; стало ясно, что для сжиженія газа прежде всего надо его охладить ниже соотвѣтствующей критической температуры; неудачу прежнихъ попытокъ сжижить постоянные газы слѣдовало теперь объяснять тѣмъ, что эти газы не были охлаждаемы ниже ихъ критическихъ температуръ, которыя очень низки и потому трудно достижимы. Въ концѣ 1877 году вопросомъ о сжиженіи постоянныхъ газовъ занялись одновременно — хотя и независимо другъ отъ друга — Калльете въ Парижѣ и Пикте въ Женевѣ; оба они, имѣя въ виду изслѣдованія Андріуса, озаботились прежде всего о достаточномъ охлажденіи газовъ; оба изслѣдователя достигли блестящихъ результатовъ.

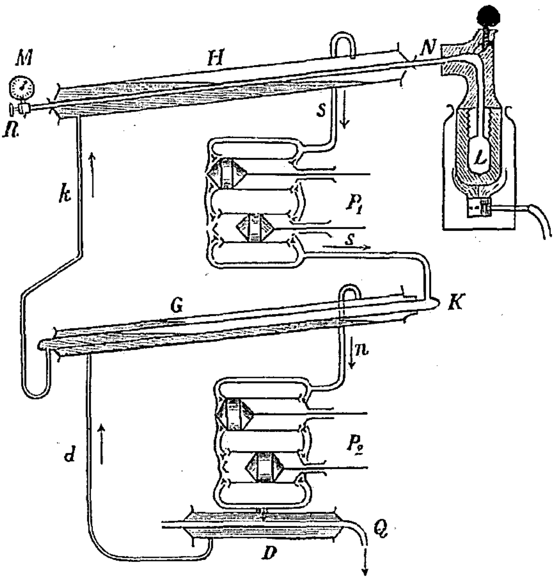
Приборъ Калльете состоялъ изъ его піэзометра (XII, § 14) съ испытуемымъ газомъ; піэзометръ этотъ *a* (фиг. 256) былъ вмастиченъ въ чугунный сосудъ *b*, наполненный на половину ртутью, на половину водою; нижній конецъ піэзометра погружался въ ртуть; сосудъ *b* соединялся съ насосомъ *p*, при помощи котораго можно было накачивать въ него воду и вгонять такимъ образомъ ртуть въ піэзометръ, при чемъ испытуемый газъ сжимался въ капиллярной трубкѣ. Сжавши газъ до значительной упругости (150—200 atm.), которая опредѣлялась металлическимъ манометромъ *m*, открывали кранъ *r* и быстро выпускали воду изъ сосуда *b*. Сжатый газъ быстро расширялся и вмѣстѣ съ тѣмъ такъ сильно охлаждался, что при оставшемся давленіи сжижался: въ капиллярной трубкѣ въ это время можно было замѣтить туманъ.



Фиг. 256.

Въ снарядѣ Калльете газъ сжижается лишь на короткое время своего быстраго расширенія; чтобы получить газъ сжиженный на какое угодно долгое время, Врублевскій и Ольшевскій видоизмѣнили вышеописанный приборъ: верхній конецъ капиллярной трубки піэзометра былъ загнутъ и опущенъ въ сосудъ, въ которомъ испарялся жидкій этиленъ. Кислородъ въ піэзометрѣ, охлажденный такимъ образомъ до —136° и сжатый до давленія 20 atm., оставался во все время опыта въ жидкомъ состояніи.

Приборъ Пикте въ принципѣ походилъ на Фарадеевскій, но отличался отъ него своими громадными размѣрами: онъ занималъ цѣлое фабричное зданіе и приводился въ дѣйствіе 15-ти сильною паровою машиною. Схематическое изображеніе прибора представлено на фиг. 257. Въ ретортѣ *L* помѣщалось вещество, изъ котораго нагрѣваніемъ добывался испытуемый газъ; въ скоромъ времени въ ретортѣ и трубкѣ N скоплялось столько газу, что упругость его доходила до 600 atm. Для охлажденія даннаго газа, трубка N была окружена сосудомъ H съ испаряющеюся жидкою угольною кислотою; газообразная угольная кислота удалялась изъ сосуда H и переводилась по трубкѣ s въ K при помощи насоса P_1; здѣсь, охлаждаясь (испареніемъ сжиженнаго сѣрнистаго газа въ окружающемъ сосудѣ G), она сжижалась и по трубкѣ k переводилась опять въ сосудъ H. При помощи насоса P_2 сѣрнистый газъ удалялся изъ сосуда G и по трубкѣ n переводился въ сосудъ D; здѣсь онъ охлаждался (холодною водою, протекающею по трубкѣ Q) и сжижался, а затѣмъ по трубкѣ d переводился въ сосудъ G. Испытуемый газъ въ трубкѣ H, постепенно сжимаемый и охлаждаемый внезапно уменьшалъ свою упругость, что обнаруживалось металлическимъ манометромъ M, соединеннымъ съ H; это указывало на то, что часть газа вдругъ сжижалась, а остальная расширившись, уменьшала свою упругость.



Фиг. 257.

§ 4. Результаты опытовъ съ описанными приборами изложимъ словами самихъ авторовъ.

Опыты Калльете. Кислородъ, охлажденный до -29° и сжатый до 300 atm., быстро расширялся (что должно было понизить его температуру на 200°); при этомъ въ піэзометрѣ можно было замѣтить появленіе тумана, обусловливаемаго сжиженіемъ, а можетъ быть и замерзаніемъ кислорода. Азотъ, сжатый до 200 atm. при 13° и внезапно расширенный, сгущался и образовывалъ массу жидкости, распыленной въ капли замѣтнаго объема; затѣмъ жидкость мало-по-малу исчезала отъ стѣнокъ къ серединѣ трубки, образуя подъ конецъ вертикальную колонну вдоль оси трубки. Водородъ, сжатый до 300 atm. и затѣмъ расширенный, давалъ тонкій туманъ по всей трубкѣ, который мгновенно исчезалъ.

Опыты Пикте. Снарядъ наполненъ кислородомъ, который сжатъ до 470 atm. и охлажденъ до —130°; открываютъ кранъ R; изъ отверстія вылетаетъ со страшною силою струя жидкости въ видѣ ослѣпительно-бѣлой кисти; синеватое сіяніе окружаетъ струю особенно въ нижней ея части; длина этой кисти 10—12 cm., діаметръ 1,5—2 cm.; существуетъ 3 и 4 секунды. Слегка тлѣвшій уголь, помѣщенный на пути этой струи, загорался съ невиданною силою, разбрасывая искры во всѣ стороны. Въ одномъ изъ опытовъ струю вытекающаго жидкаго кислорода освѣщали электрическимъ свѣтомъ; при этомъ легко было различить двѣ части въ жидкой струѣ: центральную довольно прозрачную въ 2—3 mm. діаметра и наружную ослѣпительно-бѣлую, какъ бы состоящую изъ снѣжной пыли. Можно думать, что жидкій кислородъ по выходѣ изъ трубки расширяется съ такою силою, что жидкія частицы превращаются въ маленькіе твердые кристаллы, образующіе пыль замерзшаго кислорода. Водородъ былъ сжатъ до 652 atm.; когда отворялся кранъ, изъ отверстія вытекала струя, которую освѣщали электрическою лампою; близъ отверстія струя была непрозрачна сине-стальнаго цвѣта; ниже струя была бѣловатая, не такъ сильно окрашена; истеченіе струи сопровождалось пронзительнымъ, рѣзкимъ шумомъ, подобнымъ тому, который производитъ раскаленное желѣзо, когда его опускаютъ въ воду; вмѣстѣ съ тѣмъ слышанъ былъ стукъ, какъ будто на полъ падала дробь. Такимъ образомъ часть жидкаго водорода несомнѣннымъ образомъ замерзала.

Опыты Врублевскаго и Ольшевскаго. При температурѣ —136° и давленіи 20 atm. въ нижней части загнутаго конца піэзометра кислородъ совершенно сжижался; жидкость была прозрачная, безцвѣтная и очень подвижная; она ограничивалась рѣзкимъ менискомъ (который гораздо площе, чѣмъ въ случаѣ угольной кислоты); съ уменьшеніемъ давленія жидкій кислородъ кипитъ во всей массѣ. Какъ среднее изъ многихъ наблюденій было найдено, что подъ различными давленіями (p) кислородъ сжижается при слѣдующихъ температурахъ (t):

$$p = 27{,}0 \text{ atm.} \quad 25{,}8 \quad 24{,}0 \quad 23{,}2 \quad 22{,}2$$
$$t = -129^\circ{,}6 \quad -131{,}6 \quad -133{,}4 \quad -134{,}8 \quad -135{,}8$$

§ 5. Въ настоящее время жидкая угольная кислота находится въ продажѣ; ее сохраняютъ въ крѣпкомъ чугунномъ цилиндрѣ съ отверстіемъ, запираемымъ краномъ. Если цилиндръ наклонить отверстіемъ внизъ и открыть кранъ, то вытекаетъ струя жидкой угольной кислоты. Въ цилиндрѣ жидкая угольная кислота находится подъ сильнымъ давленіемъ газообразной угольной кислоты; когда же жидкую угольную кислоту выпускаютъ въ воздухъ, то она быстро испаряется и при этомъ такъ сильно охлаждается, что часть ея замерзаетъ. Если хлопья замерзшей угольной кислоты собрать (для чего жидкую струю выпускаютъ въ фланелевый мѣшокъ) и сбить вмѣстѣ, то получается кусокъ твердой угольной кислоты, которая только медленно улетучивается на воздухѣ.

Съ твердою угольною кислотою можно сдѣлать цѣлый рядъ опытовъ, изъ которыхъ опишемъ здѣсь нѣкоторые.

1) Если кусокъ твердой угольной кислоты бросить въ колбу съ водою, которую затѣмъ закрыть пробкою съ проходящею чрезъ нее трубочкою, нижній конецъ которой доходитъ до дна колбы, то развивающаяся газообразная угольная кислота своимъ давленіемъ вытѣсняетъ воду и заставляетъ ее бить фонтаномъ, если трубка прямая, или переливаться въ поставленный выше сосудъ, если трубка изогнута.

2) Изъ твердой угольной кислоты можно приготовить охлаждающую смѣсь (XVI, § 8); стоитъ ее только размѣшать съ эфиромъ въ густое тѣсто; температура такой смѣси около -100° Ц. Если въ эту охлаждающую смѣсь опустить пробирку со ртутью, то послѣдняя быстро замерзаетъ и обращается въ твердый ковкій металлъ. Если въ такую охлаждающую смѣсь погрузить пробирку, въ которую вводятъ газообразный хлоръ, то онъ сжижается даже подъ атмосфернымъ давленіемъ. Если въ пробирку съ соляною кислотою, охлажденною предварительно нашею смѣсью, опустить кусокъ мрамора, то никакой реакціи не происходитъ; только если пробирку вынуть изъ охлаждающей смѣси и нагрѣть, начнется бурное отдѣленіе газовъ — признакъ начавшагося дѣйствія соляной кислоты на мраморъ.

ГЛАВА XXI.

Распространеніе тепла.

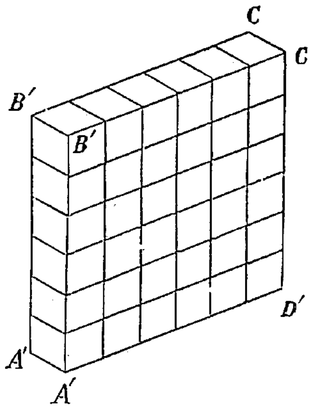
§ 1. Если металлическую полосу нагрѣвать съ одного конца, то температура, какъ показываетъ опытъ, постепенно повышается по всей ея длинѣ. Это явленіе мы будемъ объяснять тѣмъ, что теплота отъ частицы къ частицѣ передается изъ болѣе нагрѣтаго мѣста полосы въ менѣе нагрѣтыя мѣста. Такой способъ распространенія тепла называется *теплопроводностью*.

Отыщемъ законы, по которымъ проводится теплота. Для этого представимъ себѣ кубъ съ ребрами въ одинъ сантиметръ, сдѣланный изъ какого-нибудь вещества; пусть двѣ противоположныя стороны этого куба, напр. лѣвая и правая, поддерживаются при температурахъ, отличающихся на 1° (для чего одной сторонѣ надо непрерывно сообщать теплоту, а отъ другой столько же отнимать ее); остальныя же стороны куба (верхняя и нижняя, передняя и задняя) пусть не получаютъ и не теряютъ тепла; тогда теплота перемѣщается по кубу съ болѣе нагрѣтой стороны на менѣе нагрѣтую. Нѣкоторое время спустя, внутри куба устанавливается неизмѣнное или такъ называемое стаціонарное распредѣленіе температуры, при чемъ она понижается отъ нагрѣваемой стороны къ охлаждаемой и въ каждой плоскости параллельной нагрѣваемой или охлаждаемой сторонѣ температура всюду одинакова; теплота проходитъ по кубу, нигдѣ не задерживаясь, и потому чрезъ одно поперечное сѣченіе теплоты проходитъ въ одну секунду столько же, сколько и чрезъ всякое другое за то же время.

Количество тепла, передаваемое при этомъ кубомъ въ одну секунду, зависитъ отъ свойствъ того вещества, изъ котораго онъ сдѣланъ; мы будемъ называть это количество тепла *коэффиціентомъ теплопроводности* даннаго вещества и обозначать чрезъ $\varkappa$.

Для дальнѣйшихъ выводовъ сдѣлаемъ одно допущеніе. Пусть противоположныя стороны нашего куба поддерживаются при температурахъ, отличающихся не на одинъ, а на нѣсколько градусовъ; примемъ, что тогда количество тепла, проходящее въ одну секунду чрезъ кубъ, пропорціонально числу градусовъ, на которое одна сторона его нагрѣта выше противоположной; такъ если одна сторона куба нагрѣта до t^0, а противоположная — до $t_1{}^0$, то искомое количество тепла будетъ $\varkappa(t_1 - t)$. Слѣдствія изъ этого предположенія вполнѣ оправдываются опытомъ.

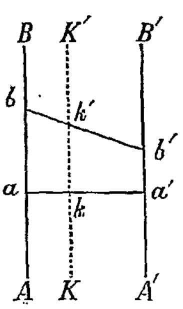
Представимъ себѣ слой $ABCDA'B'C'D'$ (фиг. 258), состоящій изъ s кубовъ, подобныхъ предыдущему и сложенныхъ рядомъ; одна сторона этого слоя, напр. $ABCD$, пусть поддерживается при температурѣ t_1, а другая, $A'B'C'D'$, при t; такъ какъ каждый кубъ проводитъ въ одну секунду $\varkappa(t_1 - t)$ тепла, то всѣ s кубовъ или нашъ слой проводитъ за то же время $s\varkappa(t_1 - t)$ тепла. Наконецъ вообразимъ себѣ l подобныхъ слоевъ, расположенныхъ одинъ вслѣдъ за другимъ и образующихъ такъ называемую *стѣну*; одна сторона стѣны пусть поддерживается при температурѣ t_1, а другая—при t. Сколько тепла проводится стѣною въ секунду? для этого достаточно найти, сколько проводитъ одинъ слой, ибо когда распредѣленіе температуръ внутри стѣны стаціонарное, то теплота нигдѣ не задерживается, и сколько ея проводитъ одинъ слой, столько проводитъ каждый другой, столько проводитъ ея за то же время и вся стѣна. Чтобы вычислить количество тепла, проводимое однимъ какимъ нибудь слоемъ, найдемъ разность температуръ на сторонахъ одного слоя въ 1 cm. толщины или, какъ говорятъ, *паденіе температуры* стѣны; если на сторонахъ стѣны (т. е. на толщинѣ l слоевъ въ 1 cm. толщины каждый) разность температуръ $t_1 - t$, то на сторонахъ одного слоя (въ 1 cm. толщины) эта разность будетъ $(t_1 - t)/l$; слѣдовательно чрезъ стѣну проходитъ въ одну секунду количество тепла



Фиг. 258.

$$q = \varkappa s \frac{t_1 - t}{l}. \tag{1}$$

Предположеніе, что теплота проходитъ стѣну, нигдѣ не скопляясь, содержитъ въ себѣ законъ стаціонарнаго распредѣленія температуръ по ея толщинѣ. Дѣйствительно, пусть лѣвая сторона AB (фиг. 259) стѣны поддерживается при $t_1{}^0$, а правая $A'B'$ — при t^0; возьмемъ поперечное сѣченіе KK' стѣны въ разстояніи x отъ лѣвой стороны и $l - x$ отъ правой; назовемъ θ температуру въ точкахъ этого сѣченія; по предыдущему чрезъ лѣвую половину стѣны проходитъ теплота $\varkappa s(t_1 - \theta)/x$, а въ то же время чрезъ правую половину проходитъ теплота $\varkappa s(\theta - t)/(l - x)$; эти количества тепла должны быть равны:



фиг. 259.

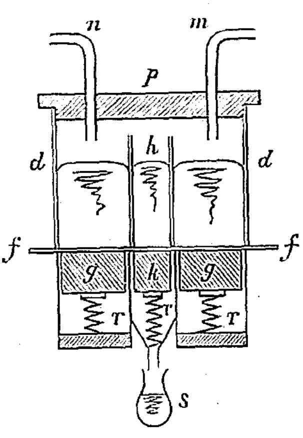
$$\varkappa s\,\frac{t_1 - \theta}{x} = \varkappa s\,\frac{\theta - t}{l - x}; \tag{2}$$

откуда

$$\theta = t_1 - \frac{t_1 - t}{l}\,x,$$

т. е. внутри стѣны температура падаетъ равномѣрно съ удаленіемъ отъ нагрѣтой стороны. Если отрѣзками перпендикуляровъ къ поперечной прямой aa' будетъ изображать температуры въ соотвѣтственныхъ мѣстахъ стѣны, такъ что ab, kk' и $a'b'$ представятъ намъ температуры t_1, θ и t, то концы этихъ перпендикуляровъ будутъ лежать на наклонной прямой bb'.

§ 2. Мы предполагали, что наша стѣна получаетъ теплоту только съ одной стороны и теряетъ ее только съ противоположной; съ остальныхъ же ничего не получаетъ и не теряетъ. Очевидно, что эти условія приблизительно удовлетворяются для центральной части стѣны.



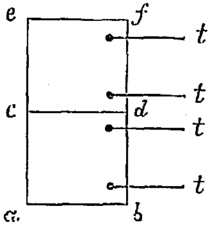
фиг. 260.

Опишемъ здѣсь опыты Берже для опредѣленія коэффиціента теплопроводности. Приборъ состоитъ изъ горизонтальной желѣзной пластинки ff (фиг. 260), которая служитъ дномъ для двухъ наполненныхъ ртутью цилиндрическихъ сосудовъ: широкаго dd и вставленнаго въ него узкаго h; стаканъ dd закрытъ деревянною крышкою p, чрезъ которую по трубкѣ m приводится, а по трубкѣ n отводится паръ кипящей воды. Подъ желѣзною пластинкою ff, прижимаемые къ ней пружинами r, помѣщаются два куска льда: k—цилиндрическій, составляющій продолженіе центральнаго столба ртути h, и другой gg—кольцеобразный, составляющій продолженіе окружающаго цилиндра ртути dd. Понятно, что ртуть, какъ въ томъ, такъ и въ другомъ сосудѣ нагрѣвается сверху до температуры кипящей воды (100°), а внизу поддерживается при температурѣ тающаго льда (0°), такъ что въ точкахъ какой-нибудь горизонтальной плоскости (за исключеніемъ очень близкихъ къ наружнымъ стѣнкамъ сосуда dd) температура въ обоихъ цилиндрахъ одинакова, и внутренній столбъ ртути h не теряетъ и не пріобрѣтаетъ теплоты съ боковой поверхности, а только проводитъ ее сверху внизъ. Окружающій цилиндръ ртути dd предохраняетъ внутренній отъ потери тепла, и потому его называютъ охраннымъ цилиндромъ. Столбъ ртути h пріобрѣтаетъ теплоту только чрезъ верхнее свое основаніе (отъ водяного пара) и теряетъ только чрезъ нижнее основаніе, отдавая ее куску льда k, который при этомъ таетъ. Вслѣдствіе этого чрезъ нѣкоторое время въ центральномъ столбѣ ртути температура распредѣляется неизмѣнно, убывая равномѣрно отъ верхняго основанія къ нижнему.

Въ виду всего сказаннаго ясно, что къ данному случаю формула (1) примѣнима: здѣсь $t_1 - t = 100$; высота ртутнаго столба и его площадь поперечнаго сѣченія были опредѣлены предварительно: въ одномъ изъ опытовъ Берже $l = 10{,}1$ и $s = 27{,}23$; если бы знать еще q, то можно было бы вычислить и $\varkappa$ — коэффиціентъ теплопроводности ртути; теплота, которая въ теченіе опыта сообщается ртутному столбу h, передается льду k; поэтому если собрать воду, получаемую отъ таянія этого льда, то можно вычислить соотвѣтствующую теплоту; въ описанномъ опытѣ растаяло 41 gr. льду въ теченіе 10^m; слѣдовательно нижнее сѣченіе ртутнаго столба потеряло $41 . 80 = 3280$ gr.-cal. въ теченіе всего опыта или $3280/600$ въ одну секунду; подставляя эти числовыя данныя въ (1), находимъ для коэффиціента теплопроводности ртути слѣдующее значеніе:

$$\varkappa = \frac{3280 . 10{,}1}{27{,}23 . 100 . 600} = 0{,}02.$$

Зная коэффиціентъ теплопроводности какого-нибудь тѣла нетрудно уже по сравненію съ нимъ найти подобные коэффиціенты другихъ тѣлъ. Представимъ себѣ два цилиндра $abcd$ и $cdef$ (фиг. 261), сдѣланныхъ изъ веществъ, коэффиціенты теплопроводности коихъ хотятъ сравнить; пусть они поставлены одинъ на другой и окружены (не показанными на чертежѣ) охранными цилиндрами изъ соотвѣтственныхъ матеріаловъ; верхнее основаніе ef будемъ поддерживать при одной температурѣ, нижнее ab — при другой; помощью четырехъ термометровъ t, вставленныхъ въ углубленія цилиндровъ, можно опредѣлить паденія температуры въ верхнемъ и въ нижнемъ цилиндрахъ, τ_1 и τ_2; если коэффиціенты теплопроводности верхняго цилиндра назвать $\varkappa_1$, а нижняго $\varkappa_2$, то теплоты, проходящія въ одну секунду чрезъ поперечныя сѣченія цилиндровъ, будутъ $\varkappa_1 s \tau_1$ и $\varkappa_2 s \tau_2$; при стаціонарномъ распредѣленіи температуры эти теплоты должны быть одинаковы (ср. формулу 2); слѣдовательно мы можемъ написать:



Фиг. 261.

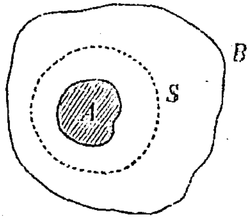
$$\varkappa_1 \tau_1 = \varkappa_2 \tau_2.$$

Если верхній цилиндръ образованъ изъ ртути, то $\varkappa_1$ извѣстно; слѣдовательно и $\varkappa_2$ опредѣляется по предыдущей формулѣ. Подобнымъ образомъ были найдены коэффиціенты теплопроводности слѣдующихъ тѣлъ:

Красной мѣди .	1,0405
Желѣза . . .	0,1587
Латуни . . .	0,2625

Другіе опыты показали, что коэффиціенты теплопроводности воды около 0,001203, а воздуха около 0,00005.

§ 3. Представимъ себѣ, что тѣло A (фиг. 262), нагрѣтое до t_1^0, окружено другимъ тѣломъ B, которое непосредственно къ нему прикасается, и границы котораго охлаждены ниже t_1^0; въ этомъ тѣлѣ B вообразимъ мысленно поверхность S, заключающую данное тѣло A и въ точкахъ которой температура одинакова, напр. t ($< t_1$). Количество тепла, которое въ каждую секунду теряетъ данное тѣло и отдаетъ окружающему, можетъ быть опредѣлено по формулѣ (1), какъ теплота, проводимая сло-



Фиг. 262.

а

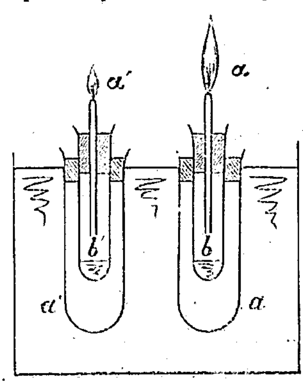
емъ окружающаго тѣло, лежащимъ между тѣломъ A и поверхностью S; при остальныхъ равныхъ условіяхъ, это количество тепла пропорціонально коэффиціенту теплопроводности окружающаго тѣла.

Пользуясь этимъ послѣднимъ выводомъ, объяснимъ нѣкоторыя явленія.

1) Чтобы предохранить тѣло отъ охлажденія вслѣдствіе теплопроводности соприкасающихся тѣлъ, надо его окружить плохимъ проводникомъ тепла, т. е. тѣломъ съ малымъ коэффиціентомъ теплопроводности; худшіе проводники тепла суть газы; но если окружить нагрѣтое тѣло газомъ, то прилегающій слой, нагрѣвшись, станетъ легче, поднимется кверху и замѣнится новымъ; отсюда ясно, что для возможно дольшаго сохраненія тепла въ тѣлѣ, его слѣдуетъ окружить не смѣняющимся слоемъ воздуха, для чего надо въ немъ устроить перегородки, которыя бы мѣшали его движенію. Такъ для сохраненія тепла въ нашемъ тѣлѣ мы одѣваемся въ сукно, мѣхъ и т. п.; во всѣхъ этихъ случаяхъ важенъ слой воздуха, нитки же ткани или волосъ мѣха играютъ роль перегородокъ, мѣшающихъ движенію этого воздуха.

2) При остальныхъ равныхъ условіяхъ нагрѣтое тѣло охлаждается быстрѣе въ водородѣ, нежели въ воздухѣ; отсюда заключаемъ, что водородъ лучше проводитъ теплоту, чѣмъ воздухъ.

Подобнымъ же образомъ объясняется и слѣдующій опытъ Кундта. Въ пробирки a и a' (фиг. 263) вставляются чрезъ пробки болѣе узкія пробирки b и b' съ эфиромъ; послѣднія пробирки закрываются пробками, чрезъ которыя проходятъ открытыя съ обоихъ концовъ стеклянныя трубочки; если пробирки погрузить въ горячую воду, то теплота изъ послѣдней проводится къ эфиру слоемъ воздуха, раздѣляющимъ внутреннія пробирки отъ внѣшнихъ; эфиръ скоро начинаетъ кипѣть и отдѣлять пары, которые при выходѣ изъ трубочекъ можно зажечь; такимъ образомъ мы получаемъ два огонька a и a'; понятно,



Фиг. 263.

что длина этихъ огоньковъ зависитъ отъ скорости испаренія эфира, что въ свою очередь зависитъ отъ количества тепла, приводимаго къ эфиру въ одну секунду слоемъ газа, помѣщающимся между пробирками; если между a и b ввести свѣтильный газъ, а между a' и b' оставить воздухъ, то пламя a сдѣлается длиннѣе, чѣмъ a', что и доказываетъ, что коэффиціентъ теплопроводности свѣтильнаго газа больше, чѣмъ воздуха.

Наполняя жидкостями промежутки между большими и малыми пробирками, можно обнаружить, что ртуть проводитъ тепло лучше, чѣмъ вода, а послѣдняя лучше, чѣмъ нефть или глицеринъ и т. д.

3) Рука наша всегда нагрѣта выше комнатной температуры; слѣд., касаясь рукою до комнатныхъ предметовъ, мы теряемъ теплоту и притомъ тѣмъ бо́льшую, чѣмъ коэффиціентъ теплопроводности этихъ предметовъ больше; но потеря тепла нашимъ тѣломъ вызываетъ ощущеніе холода; такимъ образомъ хотя всѣ комнатные предметы имѣютъ одну и ту же температуру, но металлическіе предметы кажутся намъ холоднѣе деревянныхъ, потому что металлы лучше проводятъ тепло, чѣмъ дерево.

Возьмемъ деревянную доску, врѣжемъ въ нее металлическій листъ и затѣмъ наклеимъ на нее бумагу; если доску держать надъ горѣлкою и нагрѣвать натянутую на ней бумагу, то она обугливается въ тѣхъ мѣстахъ, которыя прикасаются къ дереву, и остается бѣлою тамъ, гдѣ прикасается къ металлу; дѣло въ томъ, что теплота, сообщенная первымъ мѣстамъ бумаги, остается въ нихъ и сильно ихъ нагрѣваетъ, а теплота, получаемая вторыми мѣстами бумаги, отнимается отъ нихъ хорошо проводящимъ тепло металломъ.

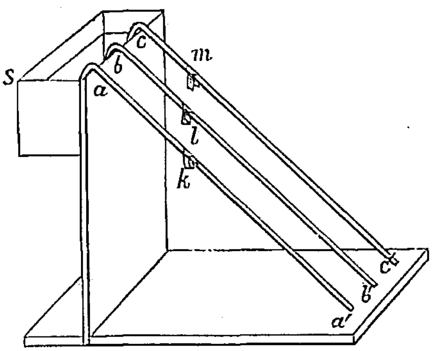
4) Если надъ Бунзеновскою горѣлкою помѣстить частую металлическую сѣтку, то газъ можно зажечь надъ сѣткою и пламя (по крайней мѣрѣ въ первое время) не проникаетъ внизъ; дѣло объясняется тѣмъ, что теплота отъ пламени сообщается сѣткѣ, которая, будучи хорошимъ проводникомъ тепла, быстро распространяетъ ее по своей поверхности, не нагрѣвая газа, находящагося подъ нею.

§ 4. Для демонстрированія неодинаковой теплопроводности различныхъ металловъ употребляютъ приборъ Ингенгуса; прежде, чѣмъ описывать этотъ приборъ, замѣтимъ слѣдующее.

Если правые концы длинныхъ стержней сильно нагрѣвать, то они проводятъ теплоту справа влѣво и теряютъ ее съ поверхности; явленіе это довольно сложное, и мы не будемъ его подробно разсматривать, а приведемъ лишь одинъ результатъ теоріи: когда распредѣленіе температуры въ стержняхъ сдѣлается стаціонарнымъ, то мѣста, нагрѣтыя до одинакихъ температуръ, отстоятъ отъ горячихъ концовъ на разстоянія $l_1, l_2, l_3, \ldots$, которыя зависятъ отъ соотвѣтственныхъ коэффиціентовъ теплопроводности $\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3, \ldots$ слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{l_1^2}{\varkappa_1} = \frac{l_2^2}{\varkappa_2} = \frac{l_3^2}{\varkappa_3} = \cdots \tag{3}$$

Приборъ Ингенгуса (измѣненный г. Гезехусомъ) состоитъ изъ нѣсколькихъ металлическихъ стержней aa', bb', cc' (фиг. 264), поставленныхъ наклонно; верхніе отогнутые внизъ концы этихъ стержней погружаются въ сосудъ s съ кипящей водою; къ стержнямъ прилѣплено по кусочку парафина; если мѣсто стержня, гдѣ помѣщенъ кусочекъ парафина, нагрѣется до температуры его плавленія (40°), то онъ оплавляется и сползаетъ нѣсколько внизъ; такимъ образомъ эти кусочки парафина k, l, m постоянно спускаются до тѣхъ мѣстъ нашихъ стержней, которыя нагрѣты до 40°. Опытъ показалъ, что въ приборѣ изъ трехъ стержней—мѣднаго, латуннаго и желѣзнаго— парафинъ спускается всего ниже на мѣдномъ и остается всего выше на желѣзномъ стержнѣ. Въ виду формулы (3) приходимъ къ заключенію, что мѣдь проводитъ теплоту лучше, а желѣзо хуже, чѣмъ латунь.



Фиг. 264.

§ 5. Вода, какъ мы знаемъ, имѣетъ очень малый коэффиціентъ теплопроводности. Слѣдующимъ простымъ опытомъ можно обнаружить плохую теплопроводность воды: въ пробирку съ водою кладутъ нѣсколько кусковъ льда и кружкомъ латунной сѣтки прижимаютъ ихъ ко дну; затѣмъ верхній конецъ водяного столба нагрѣваютъ и заставляютъ кипѣть, но ледъ при этомъ не таетъ. Итакъ жидкости трудно нагрѣваются теплопроводностью; какъ же ихъ нагрѣть? для этого пользуются вторымъ способомъ распространенія тепла—*переносомъ тепла*.

Механизмъ этого процесса легко понять изъ слѣдующаго опыта: возьмемъ стаканъ съ водою, нижній слой которой окрашенъ; если ко дну стакана приблизить пламя свѣчи, по водѣ поднимаются струйки окрашенной воды; дѣло въ томъ, что нижній слой жидкости нагрѣвается, расширяется и всплываетъ наверхъ, перенося съ собою полученную теплоту; на мѣсто поднявшейся теплой воды спускается болѣе холодная, которая въ свою очередь нагрѣвается, поднимается вверхъ и т. д.

И такъ, чтобы нагрѣть столбъ жидкости, надо источникъ тепла привести въ прикосновеніе не съ верхнимъ ея слоемъ (ибо тогда жидкость нагрѣвалась бы теплопроводностью), а съ нижнимъ; сообщаемая при этомъ жидкости теплота распространяется переносомъ.

Такъ какъ газы еще худшіе проводники тепла, чѣмъ жидкости, то и ихъ нагрѣваютъ только разсмотрѣннымъ способомъ.

§ 6. Третій способъ распространенія тепла—при помощи *лучей*—существенно отличается отъ двухъ предыдущихъ, такъ что сама теплота въ то время, когда распространяется лучами, носитъ особое названіе *лучистой теплоты*. Во первыхъ, тогда какъ проводимость и переносъ тепла имѣютъ мѣсто только внутри матеріальныхъ тѣлъ, лучами теплота можетъ распространяться не только по матеріальнымъ тѣламъ, но и въ пустотѣ; лучшимъ доказательствомъ тому служитъ то, что солнечная теплота при помощи лучей проходитъ пустое междупланетное пространство. Во-вторыхъ, тогда какъ проводимостью и переносомъ теплота распространяется сравнительно медленно, лучами она распространяется очень быстро; теплота солнца распространяется одновременно со свѣтомъ; но скорость свѣта, какъ мы увидимъ ниже, равна 300000 klm/sec.

Обратимся теперь къ изученію тѣхъ законовъ, которымъ подчиняется лучистая теплота.

1) Тогда какъ проводимостью и переносомъ теплота можетъ распространяться по всевозможнымъ направленіямъ, *лучистая теплота распространяется по прямымъ линіямъ*, которыя и называются лучами.

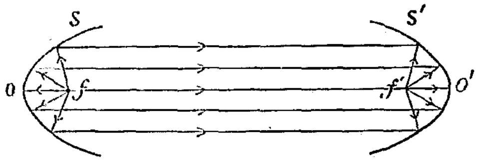
Если тепловые лучи выходятъ изъ очень малаго источника (напр. изъ изображенія солнца, полученнаго зажигательнымъ стекломъ), то, ставя передъ нимъ непропускающую лучи перегородку, мы образуемъ тѣнь, которую можно обнаружить при помощи чувствительнаго термометра: внутри тѣни термометръ будетъ показывать низшую температуру, чѣмъ внѣ ея; оказывается, что тѣнь всегда ограничена прямыми, идущими изъ источника къ краямъ перегородки.

2) Пусть тепловые лучи выходятъ изъ одной точки; тогда *сила* или *напряженіе тепловыхъ лучей*, т. е. *количество лучистой теплоты, падающей нормально въ теченіе одной секунды на площадку въ* □ *cm., обратно пропорціонально квадрату ея разстоянія отъ источника.*

Около источника, какъ около центра, построимъ двѣ концентрическія сферы, радіусы которыхъ назовемъ r_1 и r_2. Количество тепла q, излучаемое источникомъ въ одну секунду, проходитъ сперва чрезъ нашу первую, а потомъ чрезъ вторую поверхность; количество тепла, проходящее въ теченіе секунды чрезъ каждый □ cm. первой поверхности, есть $q/4\pi r_1^2$, а чрезъ каждый □ cm. второй $q/4\pi r_2^2$.

3) Тепловые лучи, встрѣчая зеркало, *отражаются* по тѣмъ же законамъ, какъ и свѣтовые лучи.

Возьмемъ два вогнутыхъ параболическихъ зеркала s и s' (фиг. 265); прямая, проходящая чрезъ фокусъ f (или f') и вершину o (или o') такого зеркала, называется его осью. Поставимъ оба зеркала одно противъ другого такъ, чтобы оси ихъ совпадали, и въ фокусъ одного изъ нихъ, напр. въ f, помѣстимъ горящіе угли; тепловые лучи углей, встрѣчая зеркало s, отражаются отъ него и затѣмъ идутъ параллельно оси, встрѣчаютъ зеркало s', отражаются отъ него и идутъ чрезъ фокусъ f'; если здѣсь помѣстимъ легко воспламеняющееся вещество (пироксилинъ), то оно загорается.



Фиг. 265.

5) Тепловые лучи могутъ переходить изъ одного тѣла въ другое, но на границѣ двухъ тѣлъ измѣняютъ свое направленіе или, какъ говорятъ, *преломляются;* законы преломленія тепловыхъ лучей тождественны съ подобными же законами для свѣтовыхъ лучей. Объ этихъ законахъ мы будемъ говорить ниже.

Примѣръ преломленія тепловыхъ лучей мы видимъ въ дѣйствіи зажигательнаго стекла; проходя чрезъ такое стекло, параллельные между собою солнечные лучи измѣняютъ свое направленіе и сходятся въ одной точкѣ; помѣщенное здѣсь тѣло сильно нагрѣвается или можетъ даже воспламениться.

§ 7. Изъ лучистой теплоты, падающей на поверхность какого-нибудь тѣла, часть отражается, часть проходитъ безпрепятственно чрезъ тѣло, наконецъ третья часть, проникнувъ внутрь тѣла, имъ задерживается или, какъ говорятъ, *поглощается*. *Лучистая теплота, поглощаемая тѣломъ, нагрѣваетъ его*. О количествѣ лучистой теплоты, поглощенной тѣломъ въ томъ или другомъ случаѣ, мы можемъ судить по повышенію его температуры.

Возьмемъ воздушный термоскопъ, резервуаръ коего сдѣланъ изъ плоской латунной коробки, соединенной гутаперчевою трубочкою съ однимъ концомъ горизонтальной стеклянной трубки; внутри послѣдней помѣщается капля подкрашенной жидкости. Если вблизи резервуара такого термоскопа поставить источникъ лучистой теплоты, напр. газовую горѣлку, то столбикъ жидкости перемѣщается: тепловые лучи, падая на поверхность резервуара, отчасти поглощаются и нагрѣваютъ его стѣнки, а слѣдовательно и заключающійся внутри его воздухъ.

Пусть одна сторона коробки нашего термоскопа полирована, другая закопчена; если газовую горѣлку подносить въ одномъ и томъ же разстояніи то къ одной, то къ другой сторонѣ коробки, то замѣтимъ слѣдующее: когда теплые лучи падаютъ на полированную сторону коробки, капля жидкости едва перемѣщается; когда же они падаютъ на закопченную сторону — капля перемѣщается гораздо больше. Если опытъ дѣлать одинаково долго въ обоихъ случаяхъ, то на коробку всегда падаетъ одно и то же количество лучистой теплоты; но изъ этой падающей теплоты въ первомъ случаѣ поглощается коробкою меньшая часть, чѣмъ во второмъ. И такъ, изъ падающей лучистой теплоты тѣло поглощаетъ бо́льшую или меньшую часть, смотря по состоянію своей поверхности. Если изъ ста калорій лучистой теплоты, падающей на данную поверхность, послѣдняя поглощаетъ a калорій, то это число a называется *лучепоглощательною способностью* данной поверхности. Такимъ образомъ лучепоглощательная способность тѣла равна 100, если оно поглощаетъ всю падающую на него лучистую теплоту.

Опыты показали, что сажа ничего не отражаетъ и ничего не пропускаетъ изъ падающей на нее лучистой теплоты; отсюда мы должны заключить, что сажа поглощаетъ всю падающую на нее лучистую теплоту, или, что ея лучепоглощательная способность равна 100. Опредѣляя затѣмъ нагрѣваніе лучистою теплотою термометра, резервуаръ котораго покрытъ сажею, тонкимъ слоемъ металла и т. д., можно найти лучепоглащательную способность различныхъ веществъ.

Приведемъ значенія лучепоглощательной способности нѣкоторыхъ тѣлъ:

сажа	100	кварцъ	28
бумага	98	полир. желѣзо . .	15
стекло	90	„ олово . .	12
ледъ	85	„ серебро. .	12

§ 8. Когда тѣло излучаетъ теплоту въ окружающее пространство, оно охлаждается. Количество тепла, излучаемое тѣломъ съ каждаго квадратнаго сантиметра поверхности въ теченіе одной секунды, называется его *лучеиспускательною способностью.*

Опыты показываютъ, что лучеиспускательная способность тѣла зависитъ отъ состоянія его поверхности. Возьмемъ три одинакія пробирки, изъ коихъ одну покроемъ сажею, другую обтянемъ фланелью, третью оставимъ ничѣмъ непокрытою; нальемъ во всѣ три пробирки горячую воду, опустимъ въ нихъ термометры и поставимъ ихъ въ одной комнатѣ на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга. Въ началѣ опыта всѣ три термометра показываютъ одну и ту же температуру; затѣмъ лучеиспусканіемъ пробирки будутъ охлаждаться, но не одинаково быстро: всего быстрѣе будетъ охлаждаться пробирка, покрытая сажею, нѣсколько медленнѣе — обтянутая фланелью и еще медленнѣе ничѣмъ непокрытая пробирка. Изъ этого опыта мы должны заключить, что лучеиспускательная способность сажи больше, а стекла меньше, чѣмъ фланели.

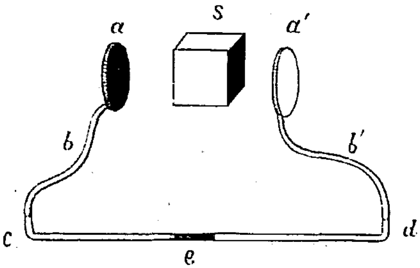
Охлажденіе тѣла лучеиспусканіемъ зависитъ не только отъ той теплоты, которую оно излучаетъ, но еще и отъ теплоты, которую посылаютъ въ него окружающія тѣла. Представимъ себѣ, что данное тѣло окружено оболочкою иной температуры; тогда имѣетъ мѣсто Ньютоновъ законъ охлажденія, состоящій въ томъ, что *охлажденіе тѣла лучеиспусканіемъ пропорціонально разности между его температурою и температурою окружающей оболочки.*

Такимъ образомъ данное тѣло не охлаждается и не нагрѣвается, если окружено оболочкою той же температуры; оно охлаждается, если температура оболочки ниже температуры самого тѣла, и наконецъ нагрѣвается, если температура оболочки выше температуры тѣла.

Охлажденіе тѣла лучеиспусканіемъ пропорціонально еще его поверхности и продолжительности опыта.

§ 9. Между лучеиспукательною и лучепоглощательною способностями тѣла существуетъ связь, которую можно формулировать такъ: *отношеніе лучеиспускательной къ лучепоглащательной способности для всѣхъ тѣлъ одинаково.*

Справедливость этого положенія можно обнаружить при помощи слѣдующаго опыта. Возьмемъ дифференціальный термометръ, состоящій изъ горизонтальной стеклянной трубки cd (фиг. 266), соединенной каучуковыми трубками b и b' съ плоскими латунными коробками a и a' одинаковой величины; въ трубкѣ cd имѣется капля жидкости e. Если коробки нагрѣваются одинаково, то жидкій столбикъ e остается неподвижнымъ; если же одна коробка нагрѣвается сильнѣе другой, то упругость воздуха въ болѣе нагрѣтой коробкѣ становится больше, чѣмъ въ другой, и столбикъ жидкости перемѣщается въ сторону менѣе нагрѣтой коробки.



Фиг. 266.

Представимъ себѣ теперь, что одна изъ коробокъ, напр. a, покрыта сажею, а другая оставлена блестящею; пусть онѣ помѣщены одна противъ другой; между ними и въ равныхъ разстояніяхъ отъ нихъ поставимъ латунный кубическій сосудъ s съ горячею водою; одна изъ боковыхъ сторонъ этого куба блестящая, противоположная—покрыта сажею. Если сосудъ s поставимъ такъ, чтобы его закопченная сторона была обращена къ закопченной коробкѣ a, то жидкій столбикъ e перемѣщается отъ c къ d, что указываетъ на то, что коробка a нагрѣвается сильнѣе коробки a'. Если же сосудъ s поставить закопченною стороною къ блестящей коробкѣ и наоборотъ, то жидкій столбикъ e остается неподвижнымъ; это показываетъ, что обѣ коробки нагрѣваются одинаково и слѣдовательно одновременно получаютъ равныя количества тепла. Назовемъ e и e' лучеиспускательныя способности закопченной и блестящей латунной поверхностей; a и a' — ихъ лучепоглощательныя способности. Количество лучистой теплоты, падающее въ извѣстное время изъ закопченной поверхности куба на блестящую коробку, пусть будетъ ce, гдѣ c постоянное, зависящее отъ размѣра куба и его разстоянія отъ коробки; изъ этой теплоты часть $cea' = q$ поглощается блестящею коробкою; за то же время изъ блестящей стороны куба падаетъ на закопченную коробку теплота ce', а послѣднею поглощается $ce'a = q'$. Опытъ, какъ мы сказали, показываетъ, что $q = q'$; слѣдовательно

$$\frac{e}{a} = \frac{e'}{a'},$$

что и выражаетъ вышеприведенное положеніе.

Мы видѣли, что сажа имѣетъ бо́льшую, а блестящая металлическая поверхность меньшую лучепоглощательную способность; по сейчасъ доказанному слѣдуетъ, что сажа имѣетъ бо́льшую, а блестящая металлическая поверхность меньшую лучеиспускательную способность.

Можно привести рядъ опытныхъ подтвержденій нашего положенія. Газы обладаютъ меньшимъ лучепоглощеніемъ, чѣмъ твердыя тѣла; и лучеиспусканіе газовъ — при равныхъ температурахъ — меньше, чѣмъ твердыхъ тѣлъ; это легко обнаружить слѣдующимъ опытомъ: передъ описаннымъ выше воздушнымъ термоскопомъ, помѣстимъ газовую горѣлку, пламя которой нагрѣваетъ своими лучами резервуаръ термоскопа; столбикъ жидкости въ послѣднемъ перемѣщается и затѣмъ останавливается (резервуаръ тогда перестаетъ нагрѣваться, излучая въ окружающее пространство столько тепла, сколько получаетъ отъ пламени горѣлки); если же въ это пламя внести металлическую проволоку, то жидкій столбикъ термоскопа перемѣщается дальше; резервуаръ термоскопа слѣдовательно нагрѣвается сильнѣе и источникъ увеличилъ свое лучеиспусканіе. Стекло меньше поглощаетъ лучистой теплоты, чѣмъ металлы; зато стекло и лучеиспускаетъ меньше теплоты, чѣмъ металлъ, нагрѣтый до той же температуры: если стеклянную палочку и такой же толщины металлическую проволоку внести въ пламя Бунзеновской горѣлки, то чрезъ нѣкоторое время и та и другая начинаютъ свѣтиться; но стекло свѣтится слабо, а проволока — ослѣпительно-бѣлымъ свѣтомъ; если ихъ вынести изъ пламени, то проволока перестаетъ свѣтиться раньше стекла; слѣдовательно проволока охлаждается лучеиспусканіемъ быстрѣе, чѣмъ стекло; но и проволока и стекло были въ пламени нагрѣты до одной температуры, и потому все зависитъ оттого, что лучеиспускательная способность проволоки больше, чѣмъ стекла.

Теперь легко объяснить тѣ мѣры предосторожности, которыя принимаются при опытахъ съ водянымъ калориметромъ; послѣдній, какъ мы уже знаемъ (XV, § 2), долженъ возможно меньше терять тепла и возможно меньше получать его извнѣ; первое достигается тѣмъ, что наружную сторону металлическаго калориметра дѣлаютъ блестящею, а для достиженія второго надо калориметръ окружить тѣломъ, которое при остальныхъ равныхъ условіяхъ всего менѣе бы испускало лучистой теплоты; для этого то калориметръ и вставляется въ металлическій стаканъ съ блестящею внутреннею поверхностью.

§ 10. Тепловые лучи могутъ различаться между собою, какъ свѣтовые лучи различаются цвѣтомъ. Если свѣтовые лучи пропустить чрезъ призму, то они разлагаются на простые цвѣтные лучи, которые, преломляясь каждый по своему, разсѣиваются и образуютъ спектръ, гдѣ въ каждомъ мѣстѣ имѣются лучи только одного цвѣта; такимъ образомъ протяженность спектра служитъ доказательствомъ того, что падающій пучекъ свѣта состоитъ изъ разнородныхъ лучей. Если тепловые лучи проходятъ чрезъ призму, то они образуютъ тоже спектръ, невидимый конечно глазу, но который можно обнаружить чувствительнымъ термометромъ. Протяженность теплового спектра доказываетъ, что падающій пучекъ состоитъ изъ тепловыхъ лучей различной преломляемости. При помощи чувствительнаго термометра можно даже измѣрять силу различныхъ тепловыхъ лучей спектра.

Пусть твердое тѣло испускаетъ тепловые лучи; пропустимъ ихъ чрезъ призму и образующійся сзади спектръ будемъ изслѣдовать чувствительнымъ термометромъ, опредѣляя преломляемость и силу различныхъ лучей. При низкихъ температурахъ тѣло даетъ лучи лишь малой преломляемости; по мѣрѣ же возвышенія температуры тѣла, въ испускаемомъ имъ пучкѣ появляются новые лучи все большей и большей преломляемости, а сила прежнихъ увеличивается. При температурѣ 525° къ невидимымъ мало преломляемымъ лучамъ присоединяются видимые, красные лучи; при дальнѣйшемъ возвышеніи температуры появляются все новые и новые лучи большей преломляемости, а сила прежнихъ все возростаетъ. При 1500° тѣло раскаляется добѣла и испускаетъ лучи всѣхъ цвѣтовъ.

Если тѣло пропускаетъ всѣ падающіе на него лучи свѣта, то такое тѣло называется *прозрачнымъ*; такъ напр. безцвѣтное стекло прозрачно: оно пропускаетъ одинаково лучи всѣхъ цвѣтовъ. Если тѣло пропускаетъ чрезъ себя только лучи извѣстной преломляемости или цвѣта, то такое тѣло называется *цвѣтнымъ*; окрашенное стекло есть цвѣтное тѣло. Тѣла, непропускающія вовсе свѣта, называются *непрозрачными.*

Точно такими же свойствами обладаютъ тѣла и по отношенію къ тепловымъ лучамъ; нѣкоторыя тѣла пропускаютъ всякіе тепловые лучи, нисколько не нагрѣваясь; такія тѣла называются *теплопрозрачными;* другія тѣла пропускаютъ лишь только тепловые лучи извѣстной преломляемости; ихъ называютъ *теплоцвѣтными;* тѣла, вовсе не пропускающія тепловыхъ лучей, называются *нетеплопрозрачными.*

Прозрачныя тѣла не всегда бываютъ теплопрозрачными и наоборотъ; такъ стекло — тѣло очень прозрачное — не пропускаетъ тепловыхъ лучей или пропускаетъ ихъ очень мало; твердый каучукъ тѣло совершенно непрозрачное для свѣта и въ то же время очень теплопрозрачное.

Теплопрозрачность нѣкоторыхъ тѣлъ была изслѣдована Меллони и Тиндалемъ. Тепловые лучи даннаго источника падали на чувствительный термометръ, измѣненіе показанія котораго $(t_1—t)$ опредѣляло силу этихъ лучей; затѣмъ между источникомъ тепла и термометромъ ставилось испытуемое тѣло; пониженіе показанія термометра $(t_1—t_2)$ служило мѣрою количества задержанной лучистой теплоты; отношеніе же задержанной теплоты къ падающей, $(t_1—t_2) / (t_1—t)$, опредѣляло теплопрозрачность тѣла. Если количество тепла, испускаемое источникомъ, принять за 100, то теплопрозрачность различныхъ тѣлъ представится такъ:

Тѣла:	Источники тепла: Сажа 100°	Сажа 400°	Раскал. платина
Каменная соль . . .	92	92	92
Сѣра	54	60	77
Стекло	0	6	24
Квасцы.	0	0	2
Ледъ	0	0	0,5

Наиболѣе теплопрозрачное тѣло — каменная соль; квасцы почти нетеплопрозрачны. Приведенныя числа подтверждают высказанное выше положеніе о существованіи тепловыхъ лучей различныхъ качествъ. Дѣйствительно, числа одного горизонтальнаго ряда, напр. числа, относящіяся къ стеклу, показываютъ, что лучи 1-го источника вовсе не проходятъ чрезъ стекло, а изъ лучей 2-го источника 6% проходитъ чрезъ стекло; понятно, что эти лучи такого качества, такого цвѣта, какихъ не давалъ 1-й источникъ; 3-й источникъ даетъ еще болѣе проходящихъ чрезъ стекло лучей, которыхъ не было въ пучкахъ 1-го и 2-го источника. И вообще, съ повышеніемъ температуры источника тепла, въ испускаемомъ имъ пучкѣ появляются все новые и новые лучи (новыхъ качествъ или новыхъ цвѣтовъ).

Стекло нетеплопрозрачно для лучей, испускаемыхъ тѣлами низкой температуры; но теплопрозрачность его увеличивается по мѣрѣ возвышенія температуры источника. Этимъ свойствомъ стекла часто пользуются, напр. при устройствѣ парниковъ, въ которыхъ молодыя растенія покрываются стеклянными рамами: тепловые лучи солнца, какъ тѣла очень высокой температуры, свободно проходятъ чрезъ стекла рамъ, падаютъ на почву и растенія и нагрѣваютъ ихъ; нагрѣтыя почва и растеніе сами испускаютъ тепловые лучи, но—какъ тѣла невысокой температуры—только такіе, которые не пропускаются стекломъ; вслѣдствіе этого почва и растенія, прикрытыя стеклянными рамами, нагрѣваются солнечною теплотою, но не охлаждаются или охлаждаются очень медленно своимъ собственнымъ лучеиспусканіемъ.

При изслѣдованіи жидкостей послѣднія заключались въ сосудѣ со стѣнками изъ каменной соли; вотъ теплопрозрачности слоя въ 1 mm. толщины различныхъ жидкостей:

двусѣрнистаго углерода	92
бензола.	44
эфира	24
алкоголя	21
воды	14.

Вода — прозрачная для свѣта — оказывается весьма мало теплопрозрачною. Иногда требуется изъ пучка свѣтовыхъ лучей устранить тепловые; тогда на пути этого пучка ставятъ стеклянный сосудъ съ водою или еще лучше съ воднымъ растворомъ квасцовъ.

При изслѣдованіи газовъ и паровъ ихъ помѣщали въ трубку, закрытую на концахъ пластинками каменной соли; источникомъ служила мѣдная пластинка, нагрѣтая до 270°; газы находились при давленіи 1 atm.; вотъ результаты подобныхъ опытовъ:

кислородъ . . .	100	уг. кислота. . .	1,1
азотъ.	100	этиленъ. . . .	0,1
водородъ. . . .	100	амміакъ. . . .	0,08

Тогда какъ первые три газа совершенно теплопрозрачны, послѣдніе почти вовсе не пропускаютъ тепловыхъ лучей. Воздухъ тоже совершенно теплопрозраченъ; но водяные пары, распространенные обыкновенно въ атмосферномъ воздухѣ, значительно уменьшаютъ его теплопрозрачность.

Для предохраненія тѣла отъ охлажданія лучеиспусканіемъ его должно заключить въ оболочку изъ нетеплопрозрачнаго вещества. Оказывается, что всѣ непроводники тепла теплопрозрачнѣе проводниковъ; непроводники, даже взятые толстымъ слоемъ, плохо предохраняютъ тѣла отъ лучеиспусканія; прекрасными предохранителями отъ потери тепла лучеиспусканіемъ служатъ, какъ мы уже знаемъ, металлы съ блестящею поверхностью; еще лучшую ширму представляютъ два листа жести (нелакированной) съ слоемъ войлока между ними.

ГЛАВА XXII.

Гипотеза о сущности теплоты.

§ 1. Ознакомившись съ тепловыми явленіями, обратимся теперь къ вопросу: что такое теплота? Было время, когда теплоту считали за особое вещество—теплородъ. Присутствіе теплорода въ тѣлѣ принимали за причину его теплового состоянія: съ увеличеніемъ теплорода въ тѣлѣ его температура повышается, съ уменьшеніемъ теплорода— температура понижается. Превращеніе твердаго тѣла въ жидкое разсматривалось какъ соединеніе твердаго тѣла съ теплородомъ, который при этомъ, какъ говорили, скрывался; при обратномъ переходѣ имѣло мѣсто разложеніе жидкости на твердое тѣло и теплородъ. По этой матеріальной теоріи теплородъ, какъ и всякая матерія, никогда не могъ создаваться или исчезать. Однако случаи, въ которыхъ теплородъ создается, извѣстны давно. Дикари добываютъ огонь треніемъ двухъ кусковъ дерева одинъ о другой; мы тремъ руки для ихъ согрѣванія, т. е. для развитія въ нихъ тепла; ударяя желѣзомъ о камень, получаемъ искры, т. е. нагрѣваемъ до каленія отрываемыя при этомъ частицы желѣза; ударами молотка о желѣзо послѣднее можно сильно нагрѣть.

Въ указанныхъ сейчасъ случаяхъ теплота создается движеніемъ; если бы теплота была матеріею, то пришлось бы принять, что *вещество создается движеніемъ*.

Въ концѣ прошлаго столѣтія гр. Румфордъ, присутствуя при сверленіи дула пушки, былъ пораженъ ея сильнымъ нагрѣваніемъ; бронзовыя опилки, отдѣляемыя при этомъ отъ пушки, такъ сильно нагрѣты, что производятъ обжогъ, попадая на руку; въ одномъ изъ своихъ опытовъ Румфордъ погрузилъ пушку въ ящикъ съ водою; при сверленіи пушки, вода нагрѣвалась и чрезъ нѣкоторое время начинала кипѣть. Описывая эти опыты, Румфордъ говоритъ: „было бы трудно изобразить удивленіе и изумленіе на лицахъ присутствующихъ при видѣ огромной массы воды, которая безъ малѣйшаго огня нагрѣвалась до кипѣнія“. Опытъ Румфорда можно повторить въ болѣе удобной формѣ: на оси центробѣжнаго станка укрѣпляютъ цилиндрическую трубку съ небольшимъ количествомъ эфира, закрытую плотно пробкою; трубку слегка сжимаютъ въ деревянные тиски и приводятъ въ быстрое вращеніе; эфиръ нагрѣвается, закипаетъ и упругостью своихъ паровъ выбрасываетъ пробку.

„Обсуждая результаты этихъ опытовъ, пишетъ далѣе Румфордъ, мы естественно приходимъ къ важному вопросу — предмету довольно частыхъ размышленій ученыхъ—именно, что такое теплота? существуетъ-ли огненная жидкость? существуетъ-ли вещество, которое можно было бы назвать теплородомъ? Мы видѣли, что очень большое количество тепла можетъ быть возбуждено треніемъ двухъ металлическихъ поверхностей. Разсуждая объ этомъ предметѣ, не должно забывать того замѣчательнаго обстоятельства, что источникъ теплоты, производимой треніемъ въ этихъ опытахъ, остается, очевидно, неистощимымъ. Необходимо также прибавить, что нельзя принимать за матеріальное вещество того, что можетъ постоянно и неограниченно производиться однимъ тѣломъ или даже цѣлою системою ихъ, и мнѣ кажется очень труднымъ, если не невозможнымъ, ясно представить себѣ то, что возбуждалось и сообщалось въ этихъ *опытахъ*, если это не будетъ движеніе".

Замѣчательныя мысли, высказанныя Румфордомъ сто лѣтъ тому назадъ, теперь общеприняты и составляютъ основу такъ называемой *механической теоріи тепла;* онѣ находятся въ тѣсной связи съ ученіемъ о сохраненіи энергіи.

§ 2. Представимъ себѣ, что какое-нибудь тяжелое тѣло падаетъ; въ моментъ своей встрѣчи съ поверхностью земли, тѣло обладаетъ наибольшею кинетическою энергіею (Гл. VIII, § 5); такъ какъ послѣ удара о землю движеніе тѣла, какъ цѣлаго, прекращается, то, по видимому, законъ сохраненія энергіи нарушается; но опытъ показываетъ, что тѣло, прекращающее, при ударѣ о землю, свое движеніе, нагрѣвается. Для примиренія закона сохраненія энергіи съ указаннымъ фактомъ стоитъ только принять, что теплота есть движеніе частицъ тѣла, и что видимое движеніе падающаго тѣла, прекращаясь, переходитъ въ невидимое для глазъ движеніе частицъ, которое обусловливаетъ развитіе въ немъ тепла; такимъ образомъ при столкновеніи двухъ неупругихъ тѣлъ запасъ тепла въ нихъ увеличивается, и ихъ температура повышается (IX, § 19).

§ 3. Если объясненіе наше вѣрно, то энергія прекратившагося видимаго движенія должна равняться энергіи появляющагося невидимаго движенія частицъ, т. е. количеству развивающагося тепла. Въ этомъ состоитъ такъ называемый первый законъ механической теоріи тепла.

Энергія исчезнувшаго движенія и появляющаяся на ея счетъ теплота могутъ быть численно равны между собою только при томъ условіи, что какъ та, такъ и другая измѣрены въ одинакихъ единицахъ, напр. въ эргахъ; между тѣмъ теплоту измѣряютъ обыкновенно въ граммо-калоріяхъ. Если энергію исчезнувшаго движенія измѣрять въ эргахъ, а развивающуюся при этомъ теплоту въ граммо-калоріяхъ, то численнаго равенства между этими двумя величинами не будетъ, будетъ лишь пропорціональность: если въ одномъ случаѣ уничтожается a эрговъ энергіи и появляется b граммо-калорій тепла, то въ другомъ случаѣ, при уничтоженіи na эрговъ энергіи, появится nb граммо-калорій тепла.

Отсюда ясно, что отношеніе измѣренной въ эргахъ энергіи къ появляющейся на ея счетъ теплотѣ, измѣренной въ граммо-калоріяхъ, есть величина постоянная, это отношеніе называютъ *механическимъ эквивалентомъ тепла.*

Мы говорили до сихъ поръ о преобразованіи механической энергіи въ теплоту; но и наоборотъ теплота можетъ исчезать, и тогда на ея мѣсто появляется механическая энергія видимаго движенія. Примѣръ подобнаго превращенія теплоты въ механическую энергію представляютъ паровыя машины: паръ, войдя въ цилиндръ, расширяется, приводитъ въ движеніе поршень и охлаждается; отработавшій паръ всегда холоднѣе поступающаго въ цилиндръ. Такимъ образомъ движеніе поршня совершается на счетъ той теплоты, которая теряется работающимъ паромъ.

§ 4. Опишемъ здѣсь простой способъ Бартолли для опредѣленія механическаго эквивалента тепла. Изъ сосуда, поставленнаго на нѣкоторую высоту h, выливается масса m ртути, которая падаетъ въ калориметръ Бунзена; останавливаясь здѣсь, она нагрѣвается. Количество развивающейся при этомъ теплоты q измѣряется показаніемъ ртутнаго столбика калориметра, а уничтожающаяся въ упавшей ртути кинетическая энергія измѣряется совершаемою при ея паденіи работою, mgh; такимъ образомъ

$$mgh = Jq,$$

гдѣ J есть механическій эквивалентъ тепла. По опытамъ Бартолли $J = 41{,}98 \,.\, 10^6$ Erg/gr.-cal. Было сдѣлано много другихъ опытовъ для опредѣленія механическаго эквивалента тепла, изъ коихъ наиболѣе извѣстные принадлежатъ англійскому ученому Джаулю; какъ среднее изъ всѣхъ этихъ опытовъ можно принять число $42 \,.\, 10^6$.

§ 5. Мы обладаемъ теперь рядомъ фактовъ, которые позволяютъ составить нѣкоторое представленіе о сущности теплового состоянія тѣлъ. Подобная гипотеза въ примѣненіи къ газамъ была впервые высказана Даніиломъ Бернулли въ 1738 г.; но она не обратила на себя должнаго вниманія и была совершенно забыта, когда въ 1856 г. Крёнигъ въ статьѣ „Основаніе теоріи газовъ“ вновь предложилъ подобную же гипотезу; эту гипотезу пополнилъ и развилъ Клаузіусъ въ своемъ мемуарѣ „О родѣ движенія, которое мы называемъ теплотою“.

Развитіе этой гипотезы составляетъ одно изъ самыхъ полныхъ и изящныхъ ученій физики, извѣстное подъ названіемъ *кинетической теоріи газовъ*.

Мы уже знаемъ, что всѣ тѣла состоятъ изъ отдѣльныхъ частицъ, раздѣленныхъ бо́льшими или меньшими промежутками.

Въ твердыхъ тѣлахъ частицы силами сцѣпленія соединены въ одно цѣлое и удерживаются на опредѣленныхъ мѣстахъ, около которыхъ, какъ мы теперь примемъ, онѣ быстро движутся (качаются или вращаются). Эти движенія частицъ невидны глазу; но когда мы прикасаемся къ тѣлу, то движеніе его частицъ ощущается какъ теплота. Съ постепеннымъ нагрѣваніемъ твердаго тѣла частицы его удаляются другъ отъ друга все болѣе и болѣе; при извѣстной температурѣ сцѣпленіе между частицами твердаго тѣла исчезаетъ: частицы оставляютъ свои опредѣленныя положенія равновѣсія и движутся съ различными скоростями поступательно, скользя одна мимо другой; но онѣ не могутъ еще разъединиться, такъ какъ нѣкоторое взаимодѣйствіе между ними сохраняется. Сцѣпленіе частицъ характеризуетъ твердое тѣло; поэтому съ уменьшеніемъ или исчезновеніемъ сцѣпленія состояніе тѣла должно измѣниться: изъ твердаго состоянія тѣло при этомъ переходитъ въ жидкое.

Въ пользу гипотезы о поступательномъ движеніи частицъ жидкости говоритъ знакомое намъ явленіе диффузіи (XI, § 13): если двѣ жидкости соприкасаются, то ихъ движущіяся частицы переходятъ изъ одной жидкости въ другую, и чрезъ нѣкоторое время жидкости смѣшиваются.

Частицы жидкости хотя и не связаны между собою неразлучно силами сцѣпленія, но онѣ настолько близки другъ къ другу, что между ними все таки дѣйствуютъ силы взаимнаго притяженія, которыя мѣшаютъ частицамъ разъединиться. Впрочемъ отдѣльныя частицы, обладающія особенно большими скоростями (и слѣдовательно большою кинетическою энергіею), могутъ преодолѣть силу притяженія сосѣднихъ частицъ и, пройдя чрезъ свободную поверхность жидкости, проникнуть въ пространство надъ нею; здѣсь частицы находятся въ такихъ разстояніяхъ другъ отъ друга, что не оказываютъ вовсе взаимодѣйствія; онѣ образуютъ паръ—тѣло газообразнаго состоянія; въ этомъ состоитъ *испареніе* жидкости.

Жидкость испаряется при всякой температурѣ, но тѣмъ быстрѣе, чѣмъ выше ея температура; отсюда заключаемъ, что съ повышеніемъ температуры скорость поступательнаго движенія частицъ жидкости увеличивается.

Такъ какъ при испареніи отъ жидкости отдѣляются частицы съ наибольшею скоростью, то средняя скорость ея частицъ уменьшается и температура понижается[1]); въ этомъ заключается причина, по которой *испаряющаяся жидкость охлаждается* (XVII, § 4).

Оставивши жидкость, частицы сохраняютъ свои значительныя скорости, съ которыми продолжаютъ двигаться прямолинейно и независимо другъ отъ друга; при столкновеніи съ другими частицами или при встрѣчѣ со стѣнкою сосуда направленіе ихъ движенія измѣняется; если же частицы пара ударяютъ о свободную поверхность жидкости, то онѣ не отражаются, а подъ вліяніемъ притяженія жидкости остаются въ ней; въ этотъ состоитъ *осѣданіе* пара. Понятно, что одновременно всегда происходитъ испареніе жидкости и осѣданіе пара; если надъ жидкостью паръ ненасыщенъ, и жидкость испаряется, то число частицъ, отдѣляющихся отъ жидкости, больше числа частицъ, попадающихъ въ жидкость; если пространство надъ жидкостью насыщено, и жидкость не испаряется, то число частицъ, отдѣляющихся отъ жидкости, равно числу частицъ, попадающихъ изъ пара въ жидкость; если наконецъ насыщенный паръ осѣдаетъ, то число послѣднихъ частицъ превышаетъ число первыхъ.

§ 6. Подобно парамъ газы состоятъ изъ частицъ, размѣры которыхъ ничтожны сравнительно съ раздѣляющими ихъ разстояніями и потому никакими силами между собою несвязанныхъ; частицы газа движутся прямолинейно по всевозможнымъ направленіямъ и съ различными постоянными скоростями; средняя скорость частицъ зависитъ, во-первыхъ отъ свойствъ газа, а во-вторыхъ отъ его температуры. Частица газа движется по прямой, пока не встрѣтитъ какого-нибудь препятствія или не столкнется съ другою частицею, послѣ чего отражается и, измѣнивъ какъ направленіе, такъ и скорость, продолжаетъ свое прямолинейное движеніе.

Для наглядности своихъ представленій о газѣ Крёнигъ предлагаетъ такую иллюстрацію. Вообразимъ себѣ закрытый ящикъ изъ совер-

---

[1]) Ниже мы увидимъ подтвержденіе тому, что скоростью частицъ характеризуется температура тѣла.

шенно упругаго вещества, въ которомъ лежитъ очень большое число мелкихъ упругихъ шариковъ; будучи въ покоѣ, эти шарики пусть занимаютъ лишь очень небольшую часть всей вмѣстимости ящика. Сильнымъ движеніемъ встряхнемъ ящикъ такъ, чтобы всѣ шарики внутри его пришли въ движеніе, разлетѣвшись по разнымъ направленіямъ и проникая во всѣ части ящика. Прекратимъ встряхиваніе и поставимъ ящикъ на мѣсто; движеніе, разъ сообщенное шарикамъ, не прекратится: при упругости шаровъ и стѣнокъ ящика, оно будетъ продолжаться безъ потери въ цѣломъ; хотя направленіе и скорость движенія каждаго отдѣльнаго шарика измѣняется при ударѣ о стѣнку или при встрѣчѣ съ другими шариками. Частицы газа въ сосудѣ находятся въ такомъ же состояніи, какъ эти шарики.

Принятая нами гипотеза о поступательномъ движеніи частицъ газа вполнѣ объясняетъ свойство газа быстро распространяться по пространству (XII, § 1); если въ пустое пространство впустить газъ, то частицы его, быстро двигаясь во всѣ стороны, очень скоро наполняютъ это пространство и распредѣляются въ немъ равномѣрно. Газъ диффундируетъ и въ пространство, занятое другимъ газомъ (XII, § 20); при этомъ его движущіяся частицы, размѣщаясь въ промежуткахъ между частицами другого газа, распредѣляются въ пространствѣ также равномѣрно, какъ если бы второго газа не было; только теперь распространеніе газа происходитъ не такъ быстро, какъ въ пустомъ пространствѣ: частицы газа при своемъ поступательномъ движеніи сталкиваются съ частицами другого газа, и это нѣсколько замедляетъ ихъ распространеніе.

§ 7. Представленіе наше о строеніи газа гораздо проще, чѣмъ представленіе о строеніи твердаго или жидкаго тѣла: тогда какъ частицы этихъ послѣднихъ находятся подъ дѣйствіемъ молекулярныхъ силъ, частицы газа не испытываютъ такихъ силъ и движутся совершенно свободно. Поэтому и неудивительно, что теорія газовъ можетъ пойти дальше въ своихъ заключеніяхъ, чѣмъ теорія твердаго или жидкаго тѣла. Попробуемъ на основаніи указанныхъ выше гипотезъ вывести нѣкоторыя заключенія о свойствахъ газа.

Если газъ помѣщенъ въ сосудъ, то частицы его при своихъ движеніяхъ ударяютъ въ стѣнки сосуда и слѣдовательно дѣйствуютъ на нихъ съ мгновенными силами; сумма импульсовъ этихъ быстро слѣдующихъ другъ за другомъ ударовъ, наносимыхъ стѣнкѣ въ теченіе одной секунды, представитъ намъ непрерывную силу (I, § 16), съ которою газъ давитъ на стѣнку; раздѣляя эту силу на площадь стѣнки, получимъ наконецъ *давленіе газа* на стѣнку сосуда.

Имѣя въ виду такое механическое объясненіе упругости газа, попробуемъ найти связь ея съ другими величинами, характеризующими состояніе газа. Для этого сдѣлаемъ нѣкоторыя допущенія, которыя бы, не измѣняя сущности дѣла, облегчили наши расужденія. Такъ какъ всѣ частицы газа одинаковы, то онѣ имѣютъ одинакія массы, которыя обозначимъ μ. Примемъ, что всѣ онѣ движутся съ одинаками скоростями u (равными средней изъ дѣйствительныхъ) и притомъ только по тремъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ, которыя можно выбирать совершенно произвольно. Послѣднее допущеніе, оправдываемое математическимъ анализомъ, значительно упрощаетъ наше представленіе о движеніи частицъ газа, позволяя вовсе не разсматривать ихъ взаимныхъ столкновеній. Дѣйствительно, если допустимъ, что частицы движутся только по тремъ опредѣленнымъ направленіямъ, то это равносильно допущенію, что двѣ частицы могутъ ударяться только прямо (IX, § 17); косые удары исключаются нашимъ допущеніемъ, ибо они порождали бы движенія по всевозможнымъ направленіямъ; но шары, сталкивающіеся прямо, обмѣниваются своими скоростями: если до встрѣчи одна частица, a, движется со скоростью u, другая же, b, со скоростью $-u'$, то послѣ встрѣчи первая частица a движется со скоростью $-u'$, а вторая со скоростью u; такимъ образомъ частица a продолжаетъ движеніе частицы b и наоборотъ; но такъ какъ всѣ частицы одинаковы, то индивидуальность ихъ не представляетъ для насъ интереса, и мы можемъ просто принять, что каждая частица движется безпрепятственно съ постоянною скоростью взадъ и впередъ, отъ одной стѣнки сосуда до другой.

Представимъ себѣ теперь, что газъ заключенъ въ сосудъ, имѣющій форму параллелепипеда, длина реберъ котораго x, y и z; примемъ, что частицы газа движутся со скоростью u по направленію трехъ реберъ сосуда. Опредѣлимъ давленіе газа на сторону yz ящика. Каждая частица, ударяя нормально стѣнку, наноситъ ей ударъ, импульсъ котораго $= 2\mu u$; такъ какъ между двумя послѣдовательными ударами о нашу стѣнку частица должна пройти (со скоростью u) два раза путь равный длинѣ ребра x, то время между двумя послѣдовательными ударами

$= 2x/u$, а число ударовъ, наносимыхъ одною частицею разсматриваемой стѣнкѣ ящика въ одну секунду, будетъ $u/2x$; слѣдовательно сумма импульсовъ тѣхъ ударовъ, которые одна частица наноситъ стѣнкѣ въ теченіе секунды, будетъ $\mu u^2/x$; если въ единицѣ объема заключается n частицъ, то во всемъ нашемъ ящикѣ ихъ будетъ $nxyz$; по направленію ребра x движется одна треть этого числа. Слѣдовательно сила, съ которою частицы давятъ на стѣнку yz, будетъ $n\mu u^2yz/3$; раздѣляя эту силу на площадь ея приложенія, т. е. на yz, получаемъ искомое давленіе:

$$p = \frac{n\mu u^2}{3}. \tag{1}$$

Первое слѣдствіе этой формулы заключается въ томъ, что *газъ давитъ одинаково на всѣ стѣнки сосуда.*

Понятно, что $n\mu$ есть масса газа въ единицѣ объема; если m вся масса газа и v занимаемый имъ объемъ, то $n\mu = m/v$; подставляя это въ (1), находимъ

$$pv = \frac{mu^2}{3}. \tag{2}$$

Такъ какъ вторая часть этого уравненія постоянна, то оно выражаетъ законъ Бойля (XII, § 12).

Теперь припомнимъ, что при постоянномъ объемѣ давленіе газа пропорціонально его абсолютной температурѣ (XIII, § 8), что можемъ выразить такъ:

$$p = kT; \tag{3}$$

сравнивая это уравненіе съ (1), приходимъ къ заключенію, что *абсолютная температура газа пропорціональна кинетической энергіи частицъ;* примемъ для простоты, что

$$T = \frac{\mu u^2}{2}, \tag{4}$$

тогда $k = 2n/3$ и уравненіе (3) обращается въ

$$p = \frac{2n}{3}\,T. \tag{3'}$$

Въ основаніе нашей теоріи мы положили гипотезу, что тепловое состояніе тѣла обусловливается движеніемъ его частицъ; теперь мы нашли, что температура тѣла—эта характеристика его теплового состоянія—измѣряется величиною, которая количественнымъ образомъ опредѣляетъ движеніе частицъ тѣла.

Изъ уравненія (4) выводится одно любопытное заключеніе: если $T = 0$, то и $u = 0$, т. е. *при температурѣ абсолютнаго нуля частицы газа неподвижны.*

Если обѣ части уравненія (1′) помножимъ на занимаемый газомъ объемъ v и замѣтимъ, что $nv = N$ есть число всѣхъ частицъ даннаго газа, то

$$pv = \frac{2}{3} NT.$$

Напишемъ это уравненіе для двухъ различныхъ газовъ:

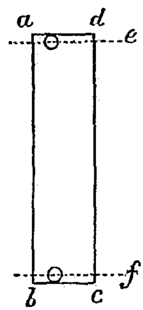
$$p_1 v_1 = \frac{2}{3} N_1 T_1 \quad \text{и} \quad p_2 v_2 = \frac{2}{3} N_2 T_2;$$

при $p_1 = p_2$, $v_1 = v_2$ и $T_1 = T_2$ находимъ, что $N_1 = N_2$, т. е. *два различныхъ газа, взятые при одинакихъ давленіяхъ и температурахъ, содержатъ равныя числа частицъ въ равныхъ объемахъ.* Въ этомъ состоитъ законъ Авогадро.

Въ пространствѣ, наполненномъ газомъ, частицы послѣдняго занимаютъ ничтожную часть и раздѣлены другъ отъ друга большими разстояніями; если въ такое пространство помѣстить другой газъ, не соединяющійся химически съ первымъ, то частицы его свободно размѣщаются между частицами перваго и движутся совершенно такъ, какъ если бы перваго газа не было; слѣдовательно онѣ наносятъ стѣнкамъ сосуда удары, обусловливаемые только ихъ собственнымъ движеніемъ, на которое присутствіе прежняго газа не имѣетъ вліянія; поэтому со введеніемъ новаго газа въ сосудъ давленіе на стѣнки возрастаетъ на величину равную тому давленію, которое бы производилъ этотъ новый газъ, если бы онъ одинъ помѣщался въ сосудѣ. Въ этомъ состоитъ законъ Дальтона о сложеніи парціальныхъ давленій (XII, § 18).

§ 8. Законъ Бойля выводится какъ слѣдствіе изъ нашихъ гипотезъ; но законъ Бойля есть ничто иное, какъ первое приближеніе къ истинному закону (XII, § 16) и всѣ газы болѣе или менѣе отъ него уклоняются; въ виду этого ясно, что и принятыя нами гипотезы должны быть лишь первымъ приближеніемъ къ истинѣ; нетрудно догадаться въ чемъ заключаются недостатки нашихъ гипотезъ. Въ нашихъ представленіяхъ о строеніи газа мы пренебрегали размѣрами частицъ и считали ихъ за матеріальныя точки; съ другой стороны мы принимали, что между частицами газа нѣтъ сцѣпленія. Между тѣмъ частицы газа имѣютъ нѣкоторые хотя и очень малые размѣры; опыты Джауля и Томсона показали, что между частицами газа существуетъ сцѣпленіе, хотя и очень незначительное. Указанные факты даютъ основаніе исправить наши гипотезы, что ведетъ въ свою очередь къ измѣненію закона Бойля.

Пусть газъ заключенъ въ цилиндрическій сосудъ *abcd* (фиг. 267); если будемъ считать частицы газа за матеріальныя точки, то между двумя послѣдовательными ударами въ основаніе *bc* онѣ проходятъ два раза всю высоту *ab* сосуда; если же примемъ, что это шарики діаметра δ, то они должны проходить при этомъ лишь разстояніе *ef*, которое на δ короче прежняго; вслѣдствіе этого частицы чаще ударяютъ въ стѣнки сосуда, производя на нихъ большее давленіе, а когда газъ сжимается напр. вдвое, то упругость его увеличивается болѣе, чѣмъ вдвое; такъ если высоту нашего цилиндра примемъ въ 100 cm., а діаметръ частицъ газа въ 0,0001, то давленіе p будетъ обратно пропорціонально $2(100-1/10000)$, а когда высота цилиндра уменьшится вдвое (и газъ во столько же разъ сожмется), то давленіе p_1 будетъ обратно пропорціонально $2(50-1/10000)$; понятно, что



Фиг. 267.

$$\frac{p}{p_1} = \frac{50 - 1/10000}{100 - 1/10000} < \frac{1}{2};$$

между тѣмъ отношеніе соотвѣтственныхъ объемовъ

$$\frac{v}{v_1} = 2,$$

такъ что

$$\frac{pv}{p_1 v_1} < 1,$$

что и имѣетъ мѣсто для водорода.

Теперь обратимся къ сцѣпленію въ газахъ. Оно, понятно, способствуетъ сжатію газа, такъ что его объемъ долженъ убывать быстрѣе, чѣмъ давленіе возростаетъ; иначе говоря, отношеніе pv/p_1v_1 должно быть >1. Такого рода уклоненія отъ закона Бойля представляютъ, по наблюденіямъ Реньо, всѣ газы за исключеніемъ водорода.

Вообще же обѣ указанныя причины, уклоняющія газъ отъ закона Бойля, дѣйствуютъ одновременно; которая изъ этихъ причинъ, дѣйствующихъ противоположно, играетъ преобладающую роль, это зависитъ отъ свойствъ газа и обстоятельствъ. Дѣйствительный законъ газовъ по всей вѣроятности очень сложенъ.

§ 9. Мы предполагали до сихъ поръ, что стѣнки сосуда, въ который заключенъ газъ, неподвижны; если же стѣнки сосуда удобоподвижны, то онѣ остаются въ равновѣсіи только до тѣхъ поръ, пока удары частицъ обусловливаютъ съ обѣихъ сторонъ равныя давленія.

Если же удары частицъ съ одной стороны сильнѣе или чаще, чѣмъ съ другой, то стѣнка будетъ, понятно, перемѣщаться. Такъ бычачій пузырь подъ колоколомъ воздушнаго насоса раздувается по мѣрѣ того, какъ изъ подъ колокола выкачивается воздухъ. Представимъ себѣ еще цилиндръ, подъ поршнемъ котораго имѣется газъ или паръ большей упругости, чѣмъ внѣшнее давленіе: съ внутренней стороны поршень испытываетъ болѣе частые удары частицъ, чѣмъ съ внѣшней стороны, и потому поршень выдвигается; если же внутри цилиндра газъ разрѣжается, удары частицъ на поршень съ внутренней стороны становятся рѣже, чѣмъ съ внѣшней, и поршень вдвигается въ цилиндръ. Въ этомъ и заключается причина движенія взадъ и впередъ поршня парового цилиндра.

Замѣтимъ, что паръ, приводящій своимъ расширеніемъ въ движеніе поршень, охлаждается; это тоже нетрудно объяснить съ нашей точки зрѣнія. Дѣло въ томъ, что когда частицы пара встрѣчаютъ выдвигающійся поршень, то отражаются отъ него съ меньшею скоростью, чѣмъ какою обладали до встрѣчи съ нимъ (IX, § 17); кинетическая энергія пара уменьшается (передается отчасти поршню), и температура его понижается. Въ этомъ состоитъ механизмъ работы расширяющагося пара.

Нетрудно объяснить и обратное явленіе—нагрѣваніе быстро сжимаемаго газа: частицы газа, встрѣчая вдвигающійся поршень, отражаются отъ него съ большею скоростью, чѣмъ какою обладали до встрѣчи съ нимъ; кинетическая энергія газа увеличивается отъ этого, и газъ слѣдовательно нагрѣвается.

§ 10. Теперь возникаетъ вопросъ: не противорѣчитъ ли кинетическая теорія газовъ установленнымъ нами прежде фактамъ? Напр. говоря о барометрѣ, мы доказали (XII, § 2), что давленіе атмосферы на свободную поверхность ртути въ чашкѣ равняется вѣсу опирающагося на каждый □ cm. этой поверхности воздушнаго столба, который простирается до предѣловъ воздушнаго слоя; между тѣмъ теперь мы объясняемъ давленіе атмосферы движеніемъ частицъ воздуха; не заключается ли разногласія въ этихъ двухъ опредѣленіяхъ атмосфернаго давленія? Для разрѣшенія вопроса вычислимъ давленіе атмосферы на основаніи гипотезъ кинетической теоріи. Назовемъ μ массу каждой частицы воздуха, v—вертикальную составляющую ея скорости въ моментъ встрѣчи съ горизонтальною плоскостью; ударившись объ эту плоскость, частица измѣняетъ знакъ своей вертикальной составляющей скорости и при этомъ наноситъ плоскости нормальный ударъ, импульсъ котораго $2\mu v$; послѣ удара частица поднимается равномѣрно-замедленно[1]) со скоростью, вертикальная составляющая которой $v' = v - gt$, гдѣ g—ускореніе силы тяжести; чрезъ v/g секундъ частица наша перестаетъ подниматься (II, § 7); еще чрезъ столько же времени частица наша опять достигаетъ плоскости и снова ее ударяетъ; такимъ образомъ каждая частица атмосфернаго воздуха ударяетъ нашу плоскость чрезъ каждыя $2v/g$ секунды; иначе говоря, каждая частица атмосфернаго воздуха ударяетъ плоскость $g/2v$ разъ въ секунду и потому дѣйствуетъ какъ непрерывная сила $2\mu vg/2v = \mu g$; искомое давленіе получится, если эту силу помножимъ на число частицъ, N, встрѣчающихъ □ cm. плос-

---

[1]) А не равномѣрно, какъ это мы принимали для малаго пространства внутри сосуда (§ 7).

кости: $p = N\mu g$; но частицы, встрѣчающія □ cm. плоскости, заключены въ вертикальномъ столбѣ, опирающемся на □ cm. плоскости и простирающемся до предѣловъ атмосферы; понятно, что $N\mu$ есть масса воздуха въ разсматриваемомъ столбѣ, m; слѣдовательно $p = mg$, т. е. давленіе атмосферы равно вѣсу вертикальнаго столба воздуха съ основаніемъ въ □ cm. и высотою равною толщинѣ атмосферы. Такимъ образомъ новое опредѣленіе атмосфернаго давленія тождественно съ прежнимъ.

§ 11. Мы изложили общія основанія кинетической теоріи газовъ; она построена на гипотезѣ; но этого нечего пугаться, если всѣ ея слѣдствія согласны съ опытомъ; изложенная теорія вводитъ много новыхъ понятій и величинъ; и это позволительно, если только ихъ можно опредѣлить численно на основаніи прямого или косвеннаго опыта.

Не останавливаясь на томъ, какъ получены числовыя значенія тѣхъ или другихъ изъ этихъ величинъ, приведемъ только окончательные результаты. Эти числа или столь малы, или столь велики, что не подъ силу нашему воображенію. Такъ діаметръ частицы воздуха долженъ быть не болѣе 1/3 милліонной доли миллиметра; малѣйшая микроскопически замѣтная величина (1/3600 mm.) въ 800 разъ больше этой цифры. Среднее разстояніе между центрами двухъ ближайшихъ частицъ газа (при 0° и 1 atm.) $= 3 \,.\, 10^{-6}$ mm., т. е. въ 10 разъ больше предыдущей цифры. Число частицъ газа въ одномъ кубическомъ миллиметрѣ будетъ $2 \,.\, 10^{16}$ (послѣднія двѣ цифры въ виду закона Авогадро относятся ко всѣмъ газамъ). Это при атмосферномъ давленіи; при крайнемъ разрѣженіи въ 0,000001 mm., достигаемомъ лучшими насосами, въ куб. миллиметрѣ будетъ еще болѣе $2 \,.\, 10^{7}$ частицъ! Ясно, что о совершенномъ удаленіи газа изъ какого-нибудь пространства и говорить нечего. Вѣсъ частицы воздуха таковъ, что на одинъ миллиграммъ приходится 10^{19} частицъ; одна частица относится къ цѣлому миллиграмму воздуха, какъ дробина въ мелкую горошину къ кубической милѣ свинца. При 0° и 1 atm. средняя скорость частицъ воздуха 485 m./sec., водорода—1844, азота — 492 и кислорода —461. Частицы газа, какъ мы уже знаемъ, не пробѣгаютъ въ одну секунду этихъ разстояній по одному направленію: частицы, безпрестанно сталкиваясь между собою и ударяясь о стѣнку, весьма часто мѣняютъ направленіе своего движенія и какъ бы толкутся на одномъ мѣстѣ. *Средній путь* частицы воздуха, который она проходитъ отъ одного удара до слѣдующаго, около одной десятитысячной доли миллиметра. Зная скорость движенія частицъ воздуха, заключаемъ, что каждая изъ нихъ испытываетъ до $45 . 10^8$ толчковъ въ одну секунду. Чѣмъ разрѣженнѣе газъ, тѣмъ рѣже столкновенія и длиннѣе путь; но даже при крайней степени разрѣженія путь частицы едва достигаетъ немногихъ миллиметровъ, и число столкновеній все еще десятки тысячъ въ секунду.

Приведенныя числа не могутъ считаться совершенно точными; важно ужъ и то, что они опредѣляютъ порядокъ величинъ, которыя насъ интересуютъ.

§ 12. Частицы воздуха у поверхности земли движутся, какъ сейчасъ было сказано, со скоростью 485 m./sec.; такая частица, поднимаясь вверхъ, *находится подъ вліяніемъ силы тяжести и потому движется* равномѣрно-замедленно; поднявшись на 12000 m. отъ земли, наша частица останавливается и затѣмъ падаетъ внизъ; такимъ образомъ движущіяся частицы воздуха не оставляютъ земли, но образуютъ окружающую ее атмосферу. Если бы всѣ частицы воздуха обладали скоростью 485 m./sec., то толщина земной атмосферы не превосходила бы 12 километровъ; но въ дѣйствительности 485 есть только средняя скорость частицъ воздуха, нѣкоторыя же частицы обладаютъ и большею скоростью, а потому наша атмосфера толще указаннаго предѣла. Если бы нашлась частица со скоростью 11 klm./sec., то она могла бы оставить землю (перейдя въ сферу дѣйствія луны).

Такъ какъ существованіе газообразной атмосферы обусловливается съ одной стороны дѣйствіемъ притяженія планеты, а съ другой скоростью постоянно движущихся частицъ газовъ, то интересно спросить: при какихъ условіяхъ та или другая планета будетъ лишена атмосферы?

Понятно, что тѣло, притягиваемое планетою, оставляетъ ее, если брошено вверхъ по вертикали съ достаточною скоростью; эта скорость различна для различныхъ планетъ: для земли она 11 klm./sec., для луны 2,4 klm./sec. и для солнца 614 klm./sec. Выше мы видѣли, какими средними скоростями обладаютъ частицы различныхъ газовъ; дѣйствительныя скорости нѣкоторыхъ частицъ гораздо больше; скорости эти возрастаютъ пропорціонально квадратному корню изъ абсолютной температуры газа. При 100° значительная часть частицъ водорода находится въ условіяхъ благопріятныхъ для оставленія земли, тогда какъ даже при 5000° азотъ и кислородъ могутъ ее оставить лишь въ незначительномъ количествѣ; иначе обстоитъ дѣло на лунѣ, гдѣ эти газы не могли бы удержаться даже при температурѣ ниже 1000°; напротивъ того, на солнцѣ даже водородъ долженъ сохраняться при температурахъ ниже 10000° (такую температуру приписываютъ теперь солнцу); 1000000° есть высшій предѣлъ, который никогда не могла превосходить температура солнца; иначе оно потеряло бы бо́льшую часть своей атмосферы.

Всѣ эти соображенія объясняютъ намъ, почему на лунѣ вовсе нѣтъ атмосферы, почему земная атмосфера состоитъ изъ кислорода и азота, почему наконецъ въ солнечной атмосферѣ сохраняется водородъ въ такомъ изобиліи.